

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

DAIS CAPUCHO AFINI

**FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA:
CONTRIBUIÇÕES EM SUA PRÁTICA DOCENTE A PARTIR DO ENGAJAMENTO NA
PRODUÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**

**Alfenas/MG
2023**

DAIS CAPUCHO AFINI

**FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA:
CONTRIBUIÇÕES EM SUA PRÁTICA DOCENTE A PARTIR DO ENGAJAMENTO NA
PRODUÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação pela Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Henrique Gomes da Silva

**Alfenas/MG
2023**

Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Alfenas
Biblioteca Central

Afini, Dais Capucho.

Formação continuada de professores que ensinam matemática :
contribuições em sua prática docente a partir do engajamento na produção
e desenvolvimento de cenários para investigação / Dais Capucho Afini. -
Alfenas, MG, 2023.

156 f. : il. -

Orientador(a): Guilherme Henrique Gomes da Silva.

Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Alfenas,
Alfenas, MG, 2023.

Bibliografia.

1. Educação matemática crítica. 2. Cenários para investigação. 3.
Formação continuada. I. Silva, Guilherme Henrique Gomes da, orient. II.
Título.

“FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES EM SUA PRÁTICA DOCENTE A PARTIR DO ENGAJAMENTO NA PRODUÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO”

A Banca examinadora
abaixo-assinada
aprova a
Dissertação apresentada
como parte dos
requisitos para a
obtenção do título de
Mestra em
Educação pela
Universidade Federal
de Alfenas. Área de
concentração:
Fundamentos da
Educação e Práticas
Educativas.

Aprovada em: 13 de setembro de 2023.

Prof. Dr. Guilherme Henrique Gomes da Silva (Presidente e orientador) –

Instituição: IGCE - SP

Prof. Dr. Rejane Siqueira Julio

Instituição: UNIFAL - MG

Profa. Dra. Raquel Milani

Instituição: FEUSP-SP



Documento assinado eletronicamente por **Guilherme Henrique Gomes da Silva, Usuário Externo**, em 19/09/2023, às 14:34, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unifal-mg.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1076672** e o código CRC **B9200D87**.

Dedico este trabalho a minha família, especialmente para a minha filha Olivia que é a razão do meu respirar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a *Deus* por sempre abrir uma nova porta quando todas as outras estavam fechadas e ao *Espírito Santo* por iluminar e elucidar as palavras quando elas já me faltavam para escrever o texto da dissertação.

Agradeço ao meu *orientador* professor doutor Guilherme Henrique Gomes da Silva pela orientação em toda a preparação desta pesquisa. Por não me deixar desanimar quando tudo dava errado e sempre dizer que tinha um plano A, B ou C para qualquer situação. Mesmo eu achando que esses planos não existiam, que eram só uma forma de me animar, no final conseguimos alcançar excelentes resultados. Agradeço imensamente pela sua disposição, humildade e generosidade para me ensinar tudo que sei hoje. Todos os seus ensinamentos, as reuniões e os comentários na dissertação foram muito importantes para meu crescimento pessoal e profissional. Desejo que Deus ti abençoe muito e que você consiga realizar todos os seus sonhos.

Agradeço aos meus *paistrocinadores* que sempre me apoiaram e fizeram de tudo para que eu pudesse concluir o mestrado e alçar novos voos.

Agradeço meu *esposo*, por nunca desistir de mim nesses sete anos que estamos juntos. Sem você ao meu lado teria sido mais difícil, pois só você sabe as lutas que eu travei para chegar até aqui. Obrigada por ser esse paizão e cuidar tão bem da nossa filha.

Agradeço aos meus *colegas* de profissão, principalmente as meninas que fizeram o meu curso de formação, sem vocês eu não teria como realizar a minha pesquisa. Sei que, assim como eu, vocês não desistiram de mudar o mundo através da educação e de transformar a realidade dos seus estudantes através dos seus ensinamentos.

Agradeço a minha *filha* que é a razão pela qual eu ingressei nesse mestrado e por ser a minha força diária. Como você diz: "Eu não sou princesa! Eu sou o He-man! Eu tenho a força!" Desejo que Deus me dê sabedoria para te ensinar. Eu te amo! Obrigada Deus pela família que o Senhor me preparou.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001

RESUMO

A educação matemática crítica apresenta preocupações a respeito da educação matemática que se relacionam a *foregrounds* de estudantes e professores, diálogo e aprendizagem, matemática em ação, matemacia, reflexão, cenários para investigação, as condições em que o ensino e aprendizagem de matemática acontecem, entre outras. O desenvolvimento de atividades significativas em sala de aula que favoreçam a construção de conceitos e ideias matemáticas mostra-se como uma preocupação recorrente da educação matemática crítica. Cenários para investigação são apontados como possibilidades pedagógicas nesse sentido. Um cenário para investigação pode ser definido como um ambiente de aprendizagem que propicia aos estudantes oportunidades para que construam suas próprias conclusões, aceitando o convite de analisar situações e problemas didáticos tendo como princípios a investigação, a exploração, o questionamento e o levantamento de hipóteses e ideias. Nesse sentido, esta pesquisa pretende contribuir nestas discussões ao buscar compreender a forma como professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, engajados em uma prática de formação continuada, colocam em ação o trabalho pedagógico com cenários para investigação em sua prática docente. Utilizando uma abordagem qualitativa de pesquisa, os dados foram produzidos a partir de uma prática de formação continuada voltada para professores e professoras dos anos iniciais e finais do ensino fundamental em exercício na rede municipal de uma cidade do sul de Minas Gerais. Como instrumento de produção de dados, utilizamos notas em caderno de campo das observações realizadas nas diferentes etapas da prática formativa, as gravações de áudio, os registros realizados pelos professores no caderno de acompanhamento e na atividade avaliativa final. Para a análise e a organização dos dados foi usado a abordagem proposta por Yin e a partir desta foram construídos três temas: implicações para a prática docente a partir do curso de formação, fatores que influenciam no engajamento docente em práticas com foco em cenários para investigação e obstrução dos cenários para investigação. Os resultados indicam a importância de professores e professoras vivenciarem cenários para investigação durante uma formação continuada, de produzir o próprio material pedagógico nesse processo e a necessidade de se discutir os conteúdos matemáticos envolvidos nas atividades propostas. Além disso, os resultados apontam fatores que influenciam o engajamento docente em práticas formativas com foco em cenários para investigação que estão relacionados ao aceite docente nas atividades e aos incentivos e participação da gestão escolar. Por fim, apresentamos as obstruções para o desenvolvimento de cenários para investigação atrelados à influência do administrativo, à falta de materiais e recursos e à falta de apoio da gestão escolar na formação continuada dos professores. Essas obstruções foram elementos que influenciaram no “colocar em ação” cenários para investigação na prática docente, mas que nos fizeram refletir sobre qual metodologia é mais apropriada para um curso de formação continuada de professores, pois a formação continuada precisa ser agradável aos docentes e produtiva em conhecimentos.

Palavras-chave: educação matemática crítica; cenários para investigação; formação continuada.

ABSTRACT

Critical mathematics education presents concerns about mathematics education that relate to students' and teachers' foregrounds, dialog and learning, mathematics in action, mathematician ship, reflection, scenarios for investigation, the conditions in which mathematics teaching and learning take place, among others. The development of meaningful classroom activities that favor the construction of mathematical concepts and ideas is a recurring concern of critical mathematics education. Scenarios for investigation are pointed out as pedagogical possibilities in this sense. A scenario for investigation can be defined as a learning environment that provides students with opportunities to build their own conclusions, accepting the invitation to analyze situations and didactic problems having as principles the investigation, exploration, questioning and raising hypotheses and ideas. In this sense, this research intends to contribute to these discussions by seeking to understand how teachers of the initial years of elementary school, engaged in a practice of continuing education, put into action the pedagogical work with scenarios for investigation in their teaching practice. Using a qualitative research approach, the data were produced from a continuing education practice aimed at teachers of the initial and final years of elementary school in the municipal network of a city in the south of Minas Gerais. As an instrument of data production, we used field notes of the observations made in the different stages of the training practice, audio recordings, the records made by the teachers in the follow-up notebook and in the final evaluation activity. For the analysis and organization of the data, the approach proposed by Yin was used and three themes were built from it: implications for teaching practice from the training course, factors that influence teacher engagement in practices focused on scenarios for investigation and obstruction of scenarios for investigation. The results indicate the importance of teachers experiencing scenarios for investigation during continuing education, of producing their own pedagogical material in this process and the need to discuss the mathematical content involved in the proposed activities. In addition, the results point to factors that influence teacher engagement in training practices focused on scenarios for investigation that are related to teacher acceptance in the activities and the incentives and participation of school management. Finally, we present the obstructions to the development of scenarios for investigation linked to the influence of the administrative, the lack of materials and resources and the lack of support from school management in the continuing education of teachers. These obstructions were elements that influenced the "putting into action" scenarios for research in teaching practice, but that made us reflect on which methodology is most appropriate for a continuing teacher education course, since continuing education needs to be pleasant for teachers and productive in knowledge.

Keywords: critical mathematics education; scenarios for research; continuing education.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	09
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
2.1	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA.....	12
2.2	CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO.....	14
2.3	MATEMACIA	26
2.4	FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA.....	31
3	REVISÃO DE LITERATURA.....	38
4	METODOLOGIA.....	48
4.1	EPISÓDIOS DA AÇÃO FORMATIVA.....	54
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	91
5.1	IMPLICAÇÕES PARA A PRÁTICA DOCENTE A PARTIR DO CURSO DE FORMAÇÃO.....	91
5.2	FATORES QUE INFLUENCIAM NO ENGAJAMENTO DOCENTE EM PRÁTICAS COM FOCO EM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO	103
5.3	OBSTRUÇÃO DOS CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO	111
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	118
	REFERÊNCIAS.....	121
	APÊNDICE A	126
	ANEXOS	128
	ANEXO A - Parecer de aprovação do comitê de ética.....	129
	ANEXO B - Caderno de acompanhamento para investigação da tabuada.....	132
	ANEXO C - Caderno de acompanhamento para investigação do Tangram	141
	ANEXO D - Caderno de acompanhamento para investigação das pizzas	146
	ANEXO E - Caderno de acompanhamento elaborado pelas professoras que participaram do curso	153

1 INTRODUÇÃO

Segundo Skovsmose (2014), a matemática possui diferentes significados, dependendo do contexto social em que ela é empregada. No campo da pesquisa, a matemática representa uma infinidade de conceitos em formação e problemas sem solução como, por exemplo, a hipótese de Riemann que é um dos sete desafios matemáticos do milênio. O matemático alemão Georg Riemann considera que a sequência dos números primos (1, 2, 3, 5, ...) apresenta uma estreita relação com uma função matemática chamada "Z". Já no campo da escolarização, Skovsmose (2014) define a matemática como um conjunto de conhecimentos pré estabelecidos e organizados sistematicamente para ser apresentado aos alunos.

Assim como a matemática, Skovsmose (2014) aponta que a educação matemática também assume diferentes papéis sociopolíticos. Há a educação matemática do ambiente escolar, que é pautada nos professores, nos alunos e nos processos que os envolvem. Há também a educação matemática presente na prática dos elaboradores de currículos, livros didáticos e programas de ensino, as quais muitas vezes as escolhas sociopolíticas moldam a forma como a educação matemática é desenvolvida em contextos escolares. Existe ainda a educação matemática presente nas atividades diárias e cotidianas de cada um, que compreende, por exemplo, as relações matemáticas existentes no processo de aprender e ensinar os conceitos matemáticos em situações reais que ultrapassam o ambiente escolar. Outro exemplo também é a educação matemática inerente ao trabalho de muitos profissionais das áreas de tecnologia, do designer, da bolsa de valores, dos gráficos e das tabelas.

Segundo Skovsmose (2014), a educação matemática crítica está, então, preocupada com os diferentes papéis que a educação matemática pode assumir na sociedade e também com a forma como ela pode favorecer nosso agir, de forma crítica e reflexiva, usando como base argumentos matemáticos. Mas ela não se limita a essa preocupação. Segundo Skovsmose (2014), *foregrounds* de estudantes e professores, diálogo e aprendizagem, matemática em ação, matemacia, reflexão, cenários para investigação e as condições em que o ensino e aprendizagem de matemática acontecem são outras preocupações da educação matemática crítica apontadas pelo autor. Ainda, Skovsmose (2014) ressalta que a educação matemática crítica não se trata de uma subárea da educação matemática nem se resume a metodologias pedagógicas. Segundo o autor, ela é a expressão de preocupações a respeito da educação matemática.

O desenvolvimento de atividades significativas em sala de aula que favoreçam a construção de conceitos e ideias matemáticas mostra-se como uma preocupação recorrente da

educação matemática crítica. No início dos anos 2000, Ole Skovsmose publicou um texto amplamente difundido na comunidade da educação matemática brasileira que abriu possibilidades nesse sentido, intitulado “Cenários para investigação” (SKOVSMOSE, 2000). Neste trabalho, Skovsmose destaca que a aula de matemática geralmente é dividida em duas partes: primeiro o professor explica a definição de um conteúdo e apresenta algumas técnicas matemáticas e depois os alunos resolvem uma bateria de exercícios. Há uma variação nesse procedimento, podendo o professor ministrar uma aula totalmente expositiva ou os alunos passarem toda a aula resolvendo exercício. De qualquer forma, segundo o autor, a aula se resume a resolução de exercícios geralmente selecionados no livro didático. Skovsmose (2000) apresenta uma alternativa para esse padrão de aulas, ao propor a ideia do desenvolvimento de cenários para investigação. Segundo o autor, um cenário para investigação pode ser definido como um ambiente de aprendizagem que propicia aos estudantes oportunidades para investigarem e construírem suas próprias conclusões, aceitando o convite de analisar situações e problemas didáticos, tendo como princípios a investigação, a exploração, o questionamento e o levantamento de hipóteses e ideias. Autores como Faustino, Santino e Lopes (2020) adicionam que cenários para investigação nas aulas de matemática também devem possibilitar aos estudantes oportunidades para o diálogo, a cooperação, a investigação e a tomada de decisões.

Passado mais de duas décadas a partir da publicação do artigo “Cenários para Investigação” no Brasil, diversas pesquisas têm sido realizadas na educação matemática brasileira visando compreender os diferentes aspectos relacionados à criação de cenários para investigação em sala de aula (CEZAR, OLIVEIRA E CHAVES, 2020), as características de uma atividade investigativa (MILANI, 2020), a importância do diálogo em seu desenvolvimento (MILANI, 2017, 2020; FAUSTINO, 2019); seu uso em ambientes não formais de ensino (JULIO; SILVA, 2019; SILVA, 2020); e as implicações para a formação de professores que ensinam matemática engajados em construir cenários para investigação (RABAIOLLI, 2013; SILVA, 2010). Contudo, neste último grupo, ainda poucos estudos têm sido direcionados para a compreensão da forma como professores em serviço que ensinam matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental podem ampliar sua prática pedagógica a partir do engajamento em cenários para investigação¹. Assim, esta dissertação pretende contribuir nestas discussões ao buscar compreender a forma como professores e professoras dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, engajados em uma prática de formação

¹Os trabalhos de Faustino (2019), Faustino e Skovsmose (2021), Rabaiolli (2013) e Silva e Zorzin (2022) podem ser exceções nesse sentido.

continuada, colocam em ação o trabalho pedagógico com cenários para investigação em sua prática docente.

Para alcançar esse objetivo, buscamos responder neste estudo a seguinte pergunta diretriz: Como professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental colocam em prática o uso de cenários para investigação em sala de aula, a partir de uma prática de formação continuada? Para tanto, elaboramos e desenvolvemos um curso de formação continuada em um município do sul do Estado de Minas Gerais. Participaram 11 professores, ao longo de 9 encontros de formação. Nossa prática foi desenvolvida em uma proposta que envolve um ciclo completo de formação, envolvendo estudo teórico, vivência de cenários para investigação, elaboração colaborativa de um cenário para investigação, desenvolvimento deste cenário e reflexão sobre o trabalho realizado.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, apresentaremos o embasamento teórico do nosso estudo, e que, conseqüentemente, fundamentaram a discussão dos resultados desta pesquisa. Iniciaremos a seção com uma explanação sobre nosso entendimento em relação à educação matemática crítica, com base nos teóricos de Ole Skovsmose. Em seguida, abordaremos duas abordagens de ensino que podem ser desenvolvidas nas aulas de matemática: as que focam no paradigma do exercício e aquelas que privilegiam cenários para investigação. Além disso, também apresentaremos os seis tipos de ambientes de aprendizagem segundo Skovsmose (2000). Posteriormente, traremos uma visão geral do termo matemacia, descrevendo a relação de matemacia com literacia utilizado por Paulo Freire. Por fim, apresentaremos uma visão geral sobre a formação continuada de professores e professoras que ensinam matemática.

2.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Em diversos fóruns nacionais e internacionais têm se discutido o papel da educação matemática na sociedade, principalmente nas lutas por justiça social e por uma educação que se preocupe com os menos favorecidos. Sendo assim, é difícil dizer uma data exata para determinar o início da criação de uma educação matemática crítica nas escolas. O que se sabe é que partir de uma conferência na Universidade de Cornell em outubro de 1990, denominada “Educação Matemática Crítica: Rumo a um Plano de Poder Cultural e Mudança Social” é que esse termo começou a ser difundido mundialmente. No Brasil, foi implementado as ideias de Paulo Freire sobre uma pedagogia emancipatória.

Inspirado na Educação Crítica, e em ideias de Paulo Freire no início dos anos 1970 Ole Skovsmose desenvolveu seus estudos sobre a educação matemática crítica. Ao longo dos anos seguintes, Ole Skovsmose, e outros educadores em contextos como Estados Unidos e Brasil, desenvolveram (e vêm desenvolvendo) uma base teórica e filosófica que tem inspirado educadores e educadoras ao redor do mundo em direção a uma educação matemática intimamente conectada com questões sociais. Segundo Apple *et al.* (2012, p. 27) entre seus objetivos,

a educação matemática crítica busca engajar os alunos, socialmente marginalizados em suas sociedades, em matemática cognitivamente exigente de forma a ajudá-los a ter sucesso em aprender aquilo que a ideologia dominante os posiciona para acreditar que são incapazes.

De acordo com Skovsmose (2017), a educação matemática crítica tem sido utilizada como sinônimo para práticas pedagógicas nas aulas de matemática, com particular atenção a noções de autonomia, liberdade e justiça social. Como já mencionamos, Skovsmose (2014) a relaciona com preocupações da educação matemática, como a ascensão de um grupo cultural em decorrência do extermínio de outros grupos sociais, a desigualdade e a injustiça social, entre outras questões. Para Skovsmose (2017), a educação matemática crítica pode assumir diferentes significados de acordo com a leitura de diferentes grupos sociais. Por exemplo, para estudantes que habitam comunidades periféricas zonas de guerra ou em ambientes de extrema pobreza e violência, a educação matemática crítica poderia ser importante para que pudessem compreender injustiças e desigualdades que marcam tais sociedades, além de oferecer subsídios para aprofundar seu conhecimento sobre o contexto sociopolítico que compreende a sua existência no mundo.

Em contrapartida, para estudantes em posições confortáveis, a educação matemática crítica poderia ser uma possibilidade para que estes e estas estudantes analisassem outras realidades do mundo. Skovsmose (2017) exemplifica essa possibilidade com o trabalho de João Luiz Muzinatti (2018), que, tendo por meio de cenários para investigação com estudantes de uma escola particular de classe média-alta, pode desafiar discursos pré-estabelecidos e construções sociais enraizadas naquele contexto, em relação a programas de distribuição de renda, como o bolsa família.

Skovsmose (2017) também aponta que a educação matemática crítica possui importante conexão com práticas de inclusão de estudantes com deficiências em escolas regulares. Por exemplo, para as atividades que envolvem estudantes cegos e surdos, a educação matemática crítica pode ser importante para o desenvolvimento de estratégias de ensino no sentido de tornar os ambientes de aprendizagem inclusivos, de forma que todos os estudantes pudessem realizar investigações, diálogos e reflexões a respeito da matemática. Nesse processo, a educação matemática crítica também se preocupa com estudantes “não prototípicos”, como estudantes idosos, que, depois de uma vida se dedicando a outras pessoas ou ao trabalho acabam sendo menosprezados e inferiorizados, principalmente quando decidem retornar aos estudos. Essa demanda de estudantes necessita de atividades que lhes tragam autonomia nas suas atividades diárias. Dessa forma, uma preocupação importante da educação matemática crítica tem sido a forma como criar ambientes de aprendizagem em que pessoas idosas possam se engajar em atividades matemáticas e como isso pode contribuir para sua inclusão social (veja-se por exemplo os trabalhos de Julio e Silva (2021) e Lima (2015)).

Por fim, Skovsmose (2017) aponta que a educação matemática crítica tem importante preocupação a respeito da matemática desenvolvida em cursos de formação de matemáticos(as) e engenheiros(as). A educação matemática crítica poderia favorecer reflexões sobre questões globais e éticas que vão além dos conteúdos matemáticos ensinados dentro de uma sala de aula nestes cursos. Isso significaria contrariar as aplicações da matemática em busca de refletir sobre o que é feito e o que poderia ser feito mediante as disciplinas técnicas oferecidas nos cursos de formação.

Uma forma muito utilizada para que preocupações da educação matemática crítica possam ser desenvolvidas em sala de aula tem sido o trabalho com cenários para investigação. Particularmente, estamos interessados em compreender os diferentes significados que a educação matemática crítica poderia ter para professores e professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental quando elaboram e desenvolvem cenários para investigação em suas aulas de matemática.

2.2 CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

Como já mencionamos na introdução desta dissertação, via de regra, a educação matemática escolar tem se pautado em um padrão tradicional de ensino: o professor ou a professora apresenta os conteúdos matemáticos, apresenta os conceitos e algoritmos e em seguida os estudantes realizam uma bateria de exercícios de fixação. Ora gasta-se mais tempo com os conteúdos, ora gasta-se mais tempo com os exercícios, mas via de regra, nesses ambientes, professores e professoras são centrais para o desenvolvimento da aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000). O livro didático também é o principal e mais importante recurso utilizado. Estudantes aplicam veemente os algoritmos em listas e listas de exercícios. Esse padrão de aula, pautado em um “paradigma do exercício” tem sido muito criticado por várias décadas e muitas propostas tem sido apresentadas para superar esse modelo. De qualquer forma, esse padrão se resume na resolução de exercícios que são geralmente selecionados do livro didático. Aulas nesse formato são baseadas, segundo Skovsmose (2000) em um “paradigma do exercício”, onde as atividades trabalhadas geralmente apresentam uma, e somente uma, resposta correta.

Para Skovsmose (2000), no paradigma do exercício, o professor é o centro das atividades e comunicação estabelecida ao redor dos exercícios baseia-se no certo ou errado. A forma como os erros dos estudantes é tratada e a sustentação de tais erros como absolutos, muitas vezes sem justificção de suas razões, favorece um modo de comunicação denominado

“padrão-sanduíche”: o professor faz perguntas, os estudantes respondem e o professor avalia as respostas dadas (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). De acordo Alrø e Skovsmose (2006), o foco da atividade se resume ao acerto ou ao erro, com ênfase maior no erro. Geralmente não há uma proposta de reflexão ou de investigação do erro, buscando a uma compreensão do conceito ou do processo para se chegar a tal resultado. O discurso se resume apenas em; "Está errado, corrija." ou "Apague e faça de novo". É muito difícil para o professor transpor o padrão-sanduíche de comunicação, pois a logística da sala de aula faz com que a tarefa principal do professor seja corrigir erros. Ou seja, o papel do professor é planejar as aulas e transmitir os conceitos matemáticos, enquanto que a função dos alunos é ouvir atentamente o professor e realizar a atividade proposta.

Esse padrão de aula, pautado no paradigma do exercício tem sido muito criticado por várias décadas e muitas propostas tem sido apresentadas para superar esse modelo. Skovsmose (2014) aponta que uma possibilidade para ir além de um ambiente de aprendizagem focado exclusivamente no paradigma do exercício é criação de cenários para investigação, onde atividades pedagógicas com abertura ao diálogo e que convidam os/as estudantes para práticas investigativas nas aulas de matemática. De acordo com Skovsmose (2008),

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações (SKOVSMOSE, 2008, p.21).

Segundo Skovsmose (2014), os dois diferentes paradigmas de práticas de sala de aula (paradigma do exercício e cenários para investigação) estabelecem diferentes ambientes de aprendizagem. Nestes ambientes, quando engajados nas atividades pedagógicas, estudantes fazem referências a conceitos puramente matemáticos, em que não é necessário fazer referência a objetos e situações não matemáticas; a objetos que “parecem” vir da realidade (um tipo de semirrealidade) e também a situações da vida real. A combinação entre as três referências e os dois paradigmas de práticas de sala de aula geram uma matriz com seis ambientes de aprendizagem (QUADRO 1), apresentada por Skovsmose (2014, p. 54).

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem

	Listas de exercícios	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências a uma semirrealidade	(3)	(4)
Referências à vida real	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2014, p. 54)

Segundo Skovsmose (2014), o ambiente tipo (1) se refere ao paradigma do exercício e as atividades desenvolvidas fazem referência a assuntos puramente matemáticos. As práticas pedagógicas se resumem a resolução de exercícios e aplicação de algoritmos, os quais, na maioria das vezes, são retirados do livro didático. Exercícios do tipo “fatore as expressões” ou “resolva as equações” ou “efetue a adição de frações” são exemplos de atividades desenvolvidas no ambiente 1. Via de regra, tais atividades são imperativas. Assim, a logística da sala de aula se resume a exposição do exercício pelo professor e a resolução do mesmo pelos alunos, sem a necessidade de questionamentos.

O ambiente tipo (2), que também faz referência a conteúdos puramente matemáticos, é caracterizado por atividades que convidam a descobertas e a investigações, direcionando os estudantes a explorarem, por exemplo, propriedades de figuras geométricas ou de números por meio da investigação de suas regularidades, ao invés, de simplesmente decorar as fórmulas. Como no exemplo citado por Skovsmose (2014) sobre funções lineares, no qual os estudantes são convidados a considerarem duas funções lineares, definida no conjunto dos números reais, $f(x) = 2x+3$ e $g(x) = -x+5$. No paradigma do exercício, os alunos poderiam ser solicitados a encontrar a função inversa, desenhar os gráficos das funções e de suas inversas, encontrar a equação das funções compostas, entre outros exercícios direcionados a uma única resposta. Já em um ambiente propício a investigação, poderia ser proposta a construção das funções $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, com a , b , c e d coeficientes pertencentes ao conjunto dos números reais. Os estudantes poderiam utilizar um software de matemática dinâmica e explorar o que aconteceria com o gráfico das funções ao variar os coeficientes. Os estudantes poderiam ser convidados, por exemplo, a explorarem maneiras nas quais as interseções entre as funções f e g poderiam acontecer. Essa prática se constituiria em um campo de experiências com infinitas possibilidades, valiosas para a atribuição de significado ao conteúdo matemático de funções lineares.

O ambiente tipo (3) faz referência a uma semirrealidade construída, passível de ser imaginada pelo estudante. Porém, as atividades desenvolvidas neste ambiente buscam simplesmente aplicar um algoritmo ou efetuar uma operação. Por exemplo, atividades com situações de compras no supermercado ou de distância percorrida em uma viagem fazem parte desse ambiente. Assim como no ambiente 1, o foco dessas atividades está na resolução do exercício. Toda a semirrealidade não importa, apenas que o estudante identifique o algoritmo a ser empregado e encontre a resposta correta. Segundo Skovsmose (2014), comentários sobre o contexto do exercício geralmente são vistas como empecilhos para o desenvolvimento da atividade. Embora sejam exercícios que apresentam uma semirrealidade, estas se caracterizam como situações criadas por autores de livros didáticos ou pelo próprio professor que não precisam ser exploradas ou investigadas, pois apresentam uma única resposta e todas as informações necessárias para a resolução do problema estão contidas no enunciado do exercício.

Já no ambiente tipo (4), as atividades também fazem referência à semirrealidade, porém apresentam momentos em que os alunos fazem investigações e explorações sobre situações ou problemas. Nesse ambiente, os estudantes precisam estar dispostos a aceitar o convite para a investigação, já que são os principais responsáveis pela aprendizagem. Skovsmose (2000) usa como exemplo uma atividade investigativa sobre uma corrida de cavalos. A corrida ocorre da seguinte forma: o professor desenha na lousa um tabuleiro que representa a pista de corrida. A cada rodada dois dados são lançados simultaneamente pelos estudantes que decidiram representar os corredores. O resultado da soma dos números dos dados representa o cavalo que vai se movimentar naquela rodada. Por isso, os cavalos são numerados de 2 à 12. O restante dos alunos assume o papel de apostador e de proprietário das agências de apostas. A movimentação de cada cavalo é representada pela letra (X). O cavalo vencedor será aquele que primeiro avançar quatro casas. A Figura 2 representa a pista de corrida que o professor desenhava na lousa após algumas rodadas.

Figura 2 - Pista de corrida

			X							
			X	X			X			
X	X		X	X	X	X	X		X	
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	2

Fonte: Skovsmose (2000, p. 10)

Nesta atividade os estudantes "corredores" tem a possibilidade de pensar na probabilidade da soma dos dados. Já os estudantes "apostadores" precisam pensar sobre as chances que cada cavalo tem de vencer para assumir o risco da aposta e no caso dos "proprietários", determinar o valor do prêmio a ser pago ao apostador vencedor. Dessa forma, todos trabalham em equipe, dialogam, cooperam e compartilham seus conhecimentos. Não existe uma resposta única para essa atividade e a mesma será um cenário para investigação se os estudantes aceitarem o convite. Aceitar o convite pressupõe que os alunos estão motivados para aprender e as suas intencionalidades estão no processo investigativo, pois as ações de explorar e investigar não acontecem sozinhas.

No ambiente tipo (5), as atividades fazem referência à vida real. Os estudantes buscam uma solução para uma situação-problema real apresentada em dados, diagramas ou gráficos, porém a atividade leva a uma única resposta correta ou a aplicação de uma séria de algoritmos e sequências lógicas. Essas atividades geralmente utilizam dados apresentados em notícias de jornais. Por exemplo, fazer um gráfico que representa o número de mortes durante a pandemia da Covid-19 no Brasil no ano de 2020. Depois, o professor expõe algumas perguntas que podem ser respondidas através dos números presentes no gráfico. Questões de exames vestibulares de universidades ou mesmo de avaliações em larga escala costumam ter essa característica.

No ambiente tipo (6), os processos de ensino e de aprendizagem ocorrem através da investigação de situações da vida real. Aproveitando o exemplo do gráfico sobre o número de mortes por Covid-19, se os alunos aceitarem o convite para adentrarem no ambiente dos cenários para investigação, seria possível convidá-los a se pensar no problema da falta de vacinas para toda a população brasileira, a carência de insumos e os problemas enfrentados com a importação dos mesmos. Ou então, por meio de uma exploração de modelos matemáticos, analisar qual a faixa etária que deveria ser vacinada primeiro pensando na redução de mortes e também na crise financeira gerada pelo fechamento dos comércios. A atividade leva a realização de reflexões que extrapolam o contexto da aula de matemática. Há inúmeras questões que poderiam ser discutidas, comparadas e aprofundadas. Em outro exemplo, Skovsmose (2000) discute uma situação em que uma escola que desejava construir um pequeno parque infantil no espaço externo. Os alunos com idade de sete anos decidiram ajudar na construção realizando os cálculos. Assim, eles visitaram outros parques, decidiram quais os brinquedos que seriam colocados no parque, a quantidade de areia e outros materiais que seriam utilizados, entre outras necessidades. Dessa forma, os alunos puderam agir,

refletir, analisar, investigar, explorar a situação-problema e demonstrar os resultados encontrados.

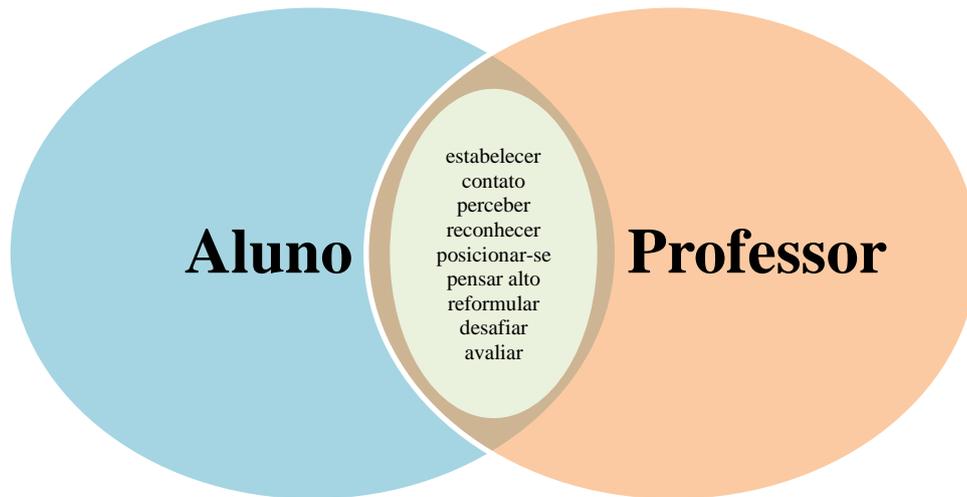
Cenários para investigação possibilitam que o padrão de comunicação na sala de aula se altere. No paradigma do exercício, geralmente o padrão comunicativo surge no formato sanduíche, como já mencionamos anteriormente: professor(a) faz uma questão, estudantes respondem, professor(a) corrige ou valida sua resposta. Em cenários para investigação os padrões de comunicação podem ser modificados com a elaboração de propostas de ensino que valorizem o diálogo e a investigação. Dessa maneira, professores e professoras deixam de lado o modelo do paradigma do exercício centrado na comunicação do modelo sanduíche e abrem espaço para uma comunicação onde todos os envolvidos na sala de aula pudessem se expressar. Segundo Milani (p. 202, 2015), o diálogo, então, pode ser definido da seguinte forma:

Diálogo é uma forma de interação entre professor e alunos, engajados em uma atividade de aprendizagem, em que a fala e a escuta ativa são compartilhadas, ideias são discutidas e a compreensão do que o outro diz é fundamental. Essa perspectiva de diálogo em educação matemática tem como base uma postura política que acredita que não pode haver a fala dominada por apenas uma das partes, mas, sim, compartilhada entre as partes.

O diálogo, seria uma das condições fundamentais para o estabelecimento de um cenário para investigação. Ainda, há dois elementos básicos que envolvem um cenário para investigação: o envolvimento dos participantes e a abertura para novas descobertas. Dessa forma, quando esses dois elementos (envolvimento e abertura) estão presentes e em ação na sala de aula, então, existe o que Alrø e Skovsmose (2006), nomearam de modelo de cooperação investigativa (Modelo-CI). O Modelo-CI é constituído por oito atos dialógicos estabelecidos entre educador e alunos. O Modelo-CI não é uma tentativa de estabelecer um padrão de comunicação fixo na sala de aula, mas de apresentar uma sequência de ações comunicativas para que o professor possa iniciar um diálogo com os alunos com o intuito de convidá-los a participar ativamente do seu processo de aprendizagem.

A Figura 3 representa os oito atos dialógicos que formam o Modelo-CI: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. Essa sequência de ações comunicativas não segue uma ordem, ou seja, os atos dialógicos podem se repetir ou nem todos podem estar presentes.

Figura 3 - Modelo de cooperação investigativa



Fonte: (ALRØ; SKOVSMOSE, p. 69, 2006).

Segundo Alrø e Skovsmose (2006), um elemento crítico presente no Modelo-CI é a escuta ativa. A escuta ativa é a capacidade dos participantes envolvidos no diálogo de ouvir, interpretar, argumentar e ajudar os outros integrantes a se expressarem. É através da escuta ativa que o professor e os alunos vão estabelecer contato. O estabelecimento de contato é o primeiro e, fundamental, ato comunicativo do Modelo-CI, pois se os alunos não aceitam o convite e não demonstram suas perspectivas de aprendizagem, dificilmente vão se engajar em investigações. De acordo com Alrø e Skovsmose (2006), *estabelecer contato* é prestar atenção ao outro, é fazer as suas contribuições respeitando as diferenças de opiniões e argumentos. Não basta estabelecer o contato inicial, também é preciso mantê-lo para que os educandos continuem interessados e participem da atividade até o fim.

A partir do momento em que o professor estabeleceu contato e apresentou uma atividade, então se inicia o processo de investigação e daí surge a necessidade de *perceber* o que se sabe ou não sobre determinada questão. Dessa forma, através do diálogo os alunos podem elencar caminhos para a resolução da atividade e, assim, *reconhecer*, por exemplo, qual o algoritmo mais adequado a se utilizar ou então quais os direcionamentos para iniciar os cálculos e suposições. À medida que os alunos vão avançando no desenvolvimento da atividade, se faz necessário a apresentação de novos pontos de vista ou de novos argumentos. Isso os leva a *posicionar-se* quanto as críticas e opiniões adversas. Logo, surge a necessidade de expressar os pensamentos, as ideias e os sentimentos, ou seja, *pensar alto*. Segundo Alrø e Skovsmose (2006), pensar alto significa expressar o pensamento de forma pública, para que

todos tenham conhecimento e assim possam *reformular* novos direcionamentos e testar novas hipóteses.

Nessa etapa de reformulação das ideias, o professor ou a professora tem papel crítico de atuação, pois pode fazer questionamentos que direcionem seus estudantes para uma possível resolução da atividade ou mesmo incentivá-los a ir além do que estão pensando. Seria uma maneira de *desafiar* a buscar novas possibilidades que estavam ocultas aos seus olhos e também uma estratégia para convidar os estudantes manterem o diálogo e permanecerem engajados na atividade. Quando se encerra o esgotamento de possibilidades ou há o surgimento de uma solução plausível então é a hora de *avaliar* todo o processo percorrido seja de forma individual ou coletiva.

Durante o processo de diálogo, as pessoas aprendem a pensar junto – não apenas no sentido de analisar um problema comum que envolve criar conhecimentos comuns, mas no sentido de preencher uma sensibilidade coletiva, na qual pensamentos, emoções e ações decorrentes pertencem não a um único indivíduo, mas a todos ao mesmo tempo (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 120).

De acordo com Alrø e Skovsmose (2006), o diálogo presente em salas de aula e que, de alguma forma é importante no processo de aprendizagem engloba três esferas: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade. Os ambientes de aprendizagem que proporcionam discussões dialógicas incentivam os/as estudantes à investigação, à descoberta perante um processo de examinar possibilidades e experimentar hipóteses. Por conseguinte, os/as estudantes anseiam por novas descobertas, novas experiências e nesse processo o diálogo é o "carro chefe" para que as investigações aconteçam. Não se pode deixar de lado que todo processo investigativo tem em suas raízes as expectativas e perspectivas dos envolvidos. As perspectivas dos participantes são essenciais e não podem ser desconsideradas, pois são através delas que os/as estudantes expressam seus pensamentos, conhecimentos e sentimentos. No entanto, da mesma forma que não se pode desconsiderar as perspectivas, professores e professoras precisam tomar cuidado para não correr o risco de excluir as perspectivas e opiniões de seus estudantes. É indispensável abrir mão de alguns pressupostos para que outros novos sejam construídos.

Como estamos destacando nesta seção, em um cenário para investigação o diálogo é um elemento crítico, pois o ato de dialogar implica em expor opiniões, argumentos e sentimentos que poderão não ser compreendidos como se espera. Logo, dialogar remete a duas ações indissociáveis: correr riscos e assumir riscos. Por isso, o estabelecimento de um ambiente de aprendizagem que ofereça desafios, mas que não seja superior à capacidade dos/das estudantes, é um desafio importante para os professores e professoras quando

elaboram e desenvolvem um cenário para investigação. Como afirmam Alrø e Skovsmose (2006), desconfortos exagerados podem gerar frustração, as quais deixam os/as estudantes perdidos e desmotivados.

A sala de aula é um espaço repleto de diferenças e diversidade, assim como de desigualdade. A própria relação professor-estudante é uma forma de hierarquia que, por si só, gera distanciamento e estranhamento. Por isso, se faz necessário que os/as estudantes aceitem o convite para iniciar o processo investigativo. Como já destacamos, o convite é o primeiro passo para o diálogo investigativo pautado na liberdade e igualdade de expressões e valores. A forma de contato deve ser construída de forma natural e pode preservar três características fundamentais: coerência, empatia e consideração.

Em cenários para investigação, professores e professoras possuem um papel de mediadores e mediadoras, então suas ações devem estar coerentes com o seu discurso. É o mesmo que ser transparente e verdadeiro. Ainda, a compreensão dos anseios, das expectativas e da visão de mundo dos/das estudantes são elementos importantes para a prática docente quando inseridos em tais ambientes de aprendizagem. Portanto, o diálogo não pode ser imposto. Não é algo construído com autoridade. "Um diálogo só pode desenrolar-se por meio de suas próprias fontes dinâmicas, pelas perspectivas, emoções, intenções, reflexões e ações de parceiros em posições as mais igualitárias possíveis" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 133). Diante dessas considerações é importante apresentar a forma como o diálogo se dá nos seis ambientes de aprendizagem. Claro que é muito difícil que os oito atos dialógicos aconteçam a todo momento. O que queremos chamar a atenção é a abertura na prática docente em direção ao diálogo. Cenários para investigação são ambientes mais favoráveis para que estes atos se manifestem. Mais do que isso, sem o diálogo é muito difícil que estabelecer um cenário para investigação.

No ambiente tipo (1) o padrão comunicativo geralmente se encaixa no padrão sanduiche, pois o professor faz uma pergunta e o estudante responde como se fosse o recheio do sanduiche e o professor faz o seu *feedback* finalizando o exercício. O ambiente tipo (2) pode ser mais propício ao diálogo, já que o foco da atividade proposta não é encontrar uma única resposta correta e sim compreender os conceitos matemáticos compreendidos na mesma. Logo, perguntas direcionadas pelo professor como "o que aconteceria se..." ou "se mudarmos os parâmetros, o que aconteceriam..." convidam os alunos a participarem de um trabalho colaborativo dialógico que perpassa os oito atos dialógicos do Modelo-CI.

No ambiente tipo (3) existe um suposto acordo entre professor e alunos que se caracteriza pela ausência de perguntas relacionadas ao exercício proposto. Nesse ambiente o

diálogo é limitado e a comunicação se resume a busca da solução correta. Não há perguntas de cunho reflexivo o que é uma característica dos ambientes centrados no paradigma do exercício. No ambiente tipo (4) o diálogo é intensificado entre os presentes na sala de aula porque os educandos são instigados a investigar todos os elementos que aparecem no enunciado do exercício, sem, contudo, esperar encontrar uma única resposta correta e sim a resposta que melhor se aproxima da atividade proposta. Milani (2015) afirma que atividades de semirrealidade, mesmo sendo fictícias, propiciam ao professor e seus/suas estudantes oportunidades de *posicionar-se, avaliar, estabelecer contato, reformular, desafiar, perceber, reconhecer e pensar alto* como sugere o Modelo-CI.

Embora os exercícios propostos no ambiente tipo (5) se refiram a uma realidade, a aula de matemática ainda se concentra no paradigma do exercício, em que a função principal dos estudantes é usar um algoritmo ou conjunto de procedimentos para encontrar a solução do problema. Sendo assim, as discussões na sala de aula não se aprofundam ao ponto de trazer à tona reflexões sobre questões sociais ou políticos da comunidade onde os alunos estão inseridos. O diálogo no ambiente tipo (6) se faz presente a todo momento e a fala e a escuta ativa são ações praticadas tanto pelo professor quanto pelos alunos, já que as discussões estão presentes durante toda a aula de matemática. Nesse caso é possível identificar boa parte dos oito atos dialógicos entrelaçados nas conversas, debates, reflexões e negociações.

Do mesmo modo que estudantes precisam aceitar o convite para adentrar no terreno desconhecido dos cenários para investigação, professores e professoras também precisam se aceitar o convite para se sentirem seguros para trabalhar nestes ambientes. Pode ser mais fácil e confortável para professores e professoras desenvolverem atividades nos ambientes do tipo (1) e (3), onde conhecem a resposta e a trilha que os alunos podem tomar na resolução das atividades, já que geralmente tais exercícios têm uma única resposta correta. Assim, permanecem no que autores como Penteadó (2001), Penteadó e Skovsmose (2008) e Silva e Penteadó (2013) chamam de “zona de conforto”, prevendo de forma antecipada o andamento da aula e planejando suas intervenções. De acordo com Penteadó e Skovsmose (2008), a “zona de conforto” se constitui como as situações de aprendizagem que garantem ao educador e aos estudantes um alto nível de previsibilidade, tanto no que se refere as perguntas feitas pelo professor quanto as respostas que serão proferidas pelos alunos. Sendo assim, segundo os mesmos autores a “zona de conforto” se contrapõe a “zona de risco”, na qual a aula do professor pode se tornar um ambiente experimental e repleto de descobertas.

Os cenários para investigação, como aponta Skovsmose (2014), possuem trilhas que podem não ter sido ainda percorridas por professores e professoras durante seu planejamento,

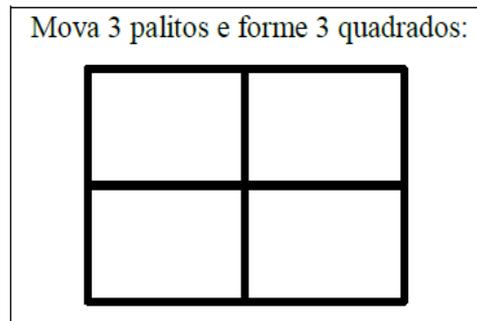
fazendo com que não prevejam ao certo os rumos que uma investigação pode tomar e os resultados que serão obtidos. Assim, os professores e professoras que conduzem a atividade podem se sentir inseguros, mas como afirma Skovsmose (2014) não é possível descobrir novas possibilidades sem correr riscos, se vendo muitas vezes em uma “zona de risco” (PENTEADO, 2001; SILVA, PENTEADO, 2013), onde precisam a todo tempo analisar as consequências dos caminhos tomados pelos estudantes. Desenvolver atividades na "zona de risco" pode parecer que os professores perdem um pouco do controle sobre os alunos e também do conhecimento, mas abre a possibilidade de motivar os educandos para o querer aprender. Além de permitir a eles experienciar novas oportunidades de aprendizagem.

Silva, Silva e Julio (2021) desenvolveram um estudo cujo objetivo foi compreender quais as contribuições que um projeto de extensão universitária realizado com um grupo de idosas pode proporcionar a formação inicial de professores de Matemática. Nesse trabalho, os autores descreveram situações de aprendizagem nas quais as professoras do projeto de extensão se sentiram em uma "zona de risco". Uma das atividades desenvolvida buscava simular a compra de um produto em alguns *websites* para, posteriormente, propor uma discussão que direcionassem as participantes do projeto a refletirem sobre o valor do frete e da compra do produto no caso de compra à vista ou parcelada, ou o desconto disponibilizado pela loja quando se usa cartão de crédito pessoal ou o cartão virtual gerado pelo estabelecimento comercial.

No entanto, a atividade não ocorreu conforme o planejado, pois as participantes não aceitaram a princípio nenhum produto pré-definido na lista pelas professoras e optaram por um produto de livre escolha. Mas quando uma das participantes iniciou a busca por um livro em um dos websites, o mesmo não cobrava frete para entregar o produto. Por conseguinte, as futuras professoras não conseguiram realizar a discussão sobre a comparação dos valores do frete e determinaram que todos os produtos teriam frete grátis. Uma das futuras professoras, que estava a frente da atividade, se sentiu frustrada e paralisada durante aquela experiência de "zona de risco" por não saber como transpor essa situação de imprevisibilidade.

Já outra atividade discutida por Silva, Silva e Julio (2021), denominada Desafio dos Palitos, consistia em movimentar palitos pertencentes a uma forma geométrica para se obter outra como apresentado na Figura 4.

Figura 4 - Desafio dos palitos



Fonte: (Silva, Silva e Julio, p. 782 2021).

As licenciandas foram surpreendidas com os questionamentos das idosas participantes sobre as relações existentes entre o losango, o retângulo, o paralelogramo e o quadrado. Como as futuras professoras não tinham se preparado para responder tais perguntas, elas conseguiram se reinventar diante desse desafio propondo uma segunda atividade de confecção dos quadriláteros quadrado, retângulo, paralelogramo e losango com o intuito de investigar as possíveis relações entre eles.

Diante dessa situação, as futuras professoras transformaram uma "zona de risco" em uma atividade investigativa que gerou novas oportunidades de aprendizagem. Como afirmam Penteadó e Skovsmose (2008), as situações de "zona de risco" não devem ser encaradas como situações problema ou situações que vão gerar bagunça ou indisciplina, mas como um momento para reavaliar a prática pedagógica, aceitar os desafios e trabalhar a imaginação como pontos de partida para novas aprendizagens. O fato é que, segundo Skovsmose (2014), não existe ambiente de aprendizagem melhor ou pior, o estudante precisa percorrer todos os seis ambientes de aprendizagem para atribuir significado aos conteúdos matemáticos. Todos os ambientes têm pontos importantes e contribuem para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Como apontam Silva, Silva e Julio (2021, p. 13),

é importante que o processo educacional seja conduzido como uma viagem pelos seis ambientes de aprendizagem [...]. Por exemplo, o professor pode iniciar uma atividade no ambiente (2) e posteriormente conduzir sua turma a realizar exercícios no ambiente (1), para aprimorarem alguma técnica matemática. Em seguida, o professor pode convidar os estudantes a investigarem uma situação no ambiente (4), no qual o uso de tais técnicas pode ser essencial.

Silva, Silva e Julio (2021) apresentam um exemplo de como a aprendizagem pode "caminhar" pelos ambientes de aprendizagem. Os autores relataram a experiência de futuras professoras de Matemática ao proporem uma atividade sobre fractais com o Triângulo de Sierpinski, desenvolvida com pessoas idosas em um projeto de extensão. A atividade de

caráter investigativo se iniciou no ambiente de aprendizagem tipo (2), pois as idosas participantes deveriam montar as quatro primeiras iterações do Triângulo de Sierpinski, utilizando triângulos de papel. A cada iteração, as idosas deveriam observar o que acontecia com a quantidade de triângulos e com o comprimento do lado do triângulo. Essa investigação participativa entre as idosas e as futuras professoras favoreceu a elaboração de uma fórmula que expressasse matematicamente essas transformações e que direcionasse para a explicação do significado de função exponencial. Em outro momento, as idosas foram direcionadas para o ambiente de aprendizagem tipo (1), visto que deveriam resolver exercícios que retratavam as iterações do Triângulo de Sierpinski para aprimorarem a técnica matemática.

Por fim, Silva, Silva e Julio (2021) concluem que é possível oportunizar atividades investigativas aliadas com exercícios de fixação, mas que esse tipo de prática de ensino precisa ser vivenciado pelas futuras e futuros professores na formação inicial, para que eles se sintam confiantes quando utilizarem a metodologia de investigação matemática no desenvolvimento das suas atividades em sala de aula.

2.3 MATEMACIA

Segundo Skovsmose (2014), matemacia é uma forma de ler e escrever o mundo por meio de números e gráficos. Essa definição estaria relacionada com o significado de *literacia*, que foi definido por Paulo Freire como a competência de ler e interpretar o mundo de forma ampla e global, indo além do processo de decodificação das letras nos textos. Seria uma forma de utilizar a leitura para compreender as circunstâncias da vida de cada um.

É por esse caminho que se pode interpretar “leitura” como as ações para se entender as circunstâncias sociais, políticas, culturais e econômicas do mundo-vida de cada um, e “escrita” como formas efetivas de se mudar esse mundo (SKOVSMOSE, p. 106, 2014).

Nesse sentido, de acordo com Skovsmose (2014) matemacia seria um caminho para ler e interpretar as circunstâncias políticas, sociais, culturais e econômicas do nosso entorno, por meio de números e gráficos. A matemacia assume significados diferentes de acordo com a prática que a utiliza. Assim, podemos citar quatro práticas que tem relação com a matemacia: práticas de construção, práticas de operação, práticas de consumo e práticas dos marginalizados.

A matemacia presente nas práticas de construção aborda a matemática utilizada para a inovação tecnológica. Portanto, é papel das universidades e outras instituições de ensino

garantir a formação de especialistas para atuação em diversas áreas. O trabalho de muitos profissionais emprega a matemática de forma implícita. Muitas das vezes, o operário apenas opera as máquinas sem precisar conhecer o mecanismo matemático operante no seu sistema. No entanto, algumas profissões exigem do profissional a tomada de decisão com base em gráficos e números. Logo, a educação matemática precisa preparar os indivíduos para refletir sobre sua prática profissional de forma consciente. Essas ações fazem parte da matemacia das práticas de operação, como afirma Skovsmose (2014). Já a matemacia das práticas de consumo envolveria todas as ações financeiras realizadas pelos cidadãos: operações de compra e venda, remuneração salarial, pagamentos de impostos, etc.

De acordo com Skovsmose (2014), a matemacia das práticas dos marginalizados representa as ações matemáticas realizadas por grupos marginalizados como os moradores de rua, os vendedores ambulantes, as crianças que vivem nos alojamentos do Movimento dos Sem Terra e outros indivíduos em condições desfavoráveis. Nessa categoria, o grande desafio da educação matemática é pensar em um ensino da matemática que prepare os alunos para responder aos diversos desafios da vida, frente à uma perspectiva de responsabilidade social.

De acordo com Ceolim e Hermann (2012), Paulo Freire interpretou o conceito de alfabetização como a capacidade de leitura e escrita do mundo, sendo a leitura a habilidade de interpretar os fenômenos sociopolíticos e a escrita como as ações realizadas por cada pessoa em seu processo de mudança. Nesse contexto, a alfabetização matemática poderia ser compreendida como a capacidade de agir e interpretar um mundo estruturado por figuras e números. Dessa forma, o termo *matemacia*, empregado por Ole Skovsmose, seria utilizada COMO sinônimo para alfabetização matemática nos termos de Paulo Freire.

Cenários para investigação também se mostram como oportunidades para que sejam desenvolvidos aspectos da *matemacia*. Ao se trabalhar com cenários para investigações, Skovsmose (2014) aponta que muitas vezes é importante considerar o *foreground* dos estudantes (e também dos professores). Diante de tantas inquietações relacionadas ao desafio de aprender e ensinar matemática, Skovsmose (2014) argumenta que os *foregrounds* de estudantes e professores poderiam ser considerados um divisor de águas nesse processo. Segundo Skovsmose (2014), o *foreground* de um indivíduo é tudo aquilo que se almeja e se pretende realizar no futuro. São as oportunidades que serão vivenciadas por alguém mediante as suas condições políticas, sociais, culturais e econômicas. Tudo o que uma pessoa experiencia e o modo como os fatos e as situações cotidianas são vivenciadas, constitui o que

Skovsmose denominou, como mundo-vida. O mundo-vida ²de uma pessoa é composto por seu *foreground* e *background*.

Skovsmose (2014) afirma que há uma estreita relação entre *foreground* e *background*, pois não se pode falar em *foreground* sem antes avaliar o *background*. A noção de *background* se refere ao passado, a tudo que a pessoa já viveu. Enquanto que *foreground* diz respeito ao futuro, as esperanças, os sonhos e as frustrações geradas pelas interações coletivas. Como a formação do *foreground* depende das relações estabelecidas entre o sujeito e o meio ao seu redor, então o *foreground* pode ser promissor ou limitado. No caso de *foreground* limitado, o mesmo também pode ser nomeado de *foreground* fragilizado, o qual é resultante da vivência em ambientes sociais com condições desfavoráveis e das frustrações e situações desmotivadoras sofridas no decorrer da vida.

Quando se trata do processo de escolarização, o qual é repleto de intencionalidade, iniciativa e ação, Skovsmose (2014) afirma que o *foreground* de um aluno pode ser fortemente relacionado às situações desmotivadoras vivenciadas por ele no seu processo de aprendizagem. Desse modo, *foreground* fragilizado pode ser uma das características das crianças que sofreram abusos, violência, discriminação racial e qualquer outra forma de segregação. Estas experiências ruins podem representar desempenhos escolares baixos, já que as condições para o estudante realizar uma ação que demonstre sua intenção para aprender está longe do esperado ou até mesmo nem existe devido aos conflitos e as condições sociais que o cerca.

Dessa forma, de acordo Skovsmose (2021) é essencial que o educador realize uma sondagem sobre as possibilidades que os alunos acreditam ter na vida. Visto que, muitos deles podem se encontrar em situações profundas de desesperança, na qual a escola não oferece oportunidades atraentes que possam transformar suas realidades em sonhos possíveis de se concretizarem.

A desesperança é uma obstrução devastadora ao aprendizado. Ela imobiliza. Desesperança não é simplesmente uma questão subjetiva; está profundamente relacionada ao condicionamento social de *foregrounds*. Desesperança pode ser resultado de iniciativas políticas e econômicas reacionárias (SKOVSMOSE, 2021).

Logo, considerar o *foreground* dos/das estudantes mostra-se crítico quando elaboramos propostas pedagógicas que façam sentido e que sejam importantes para eles e elas. Cenários para investigação podem ser um caminho nesse sentido. A construção de

² De acordo com Skovsmose (2014), o mundo-vida de alguém é a forma como ela vivencia as situações ao seu redor.

sentido é muito complexa e se dá através do encontro entre a atividade proposta e a intencionalidade dos/das estudantes. Para tanto, Skovsmose (2021) aponta que não há fórmulas prontas nem planos prontos para uma educação significativa.

Skovsmose (2021) afirma que professores e professoras também fazem parte dos processos educacionais e por isso seus *foregrounds* também precisam ser considerados, assim como suas aspirações, expectativas e frustrações. O *foreground* de professores e professoras seria composto por regulamentações, avaliações, planejamento curricular e fatores pessoais. Além disso, Skovsmose (2021) relaciona estes *foregrounds* às questões trabalhistas como reuniões administrativas, carga horária, salário, férias, tempo de planejamento das aulas, etc., que juntamente com as teorias educacionais e suas intencionalidades formam seu mundo-vida.

Embora Skovsmose tenha definido o termo *foreground* e *background* para elucidar principalmente o rendimento escolar dos alunos, a pesquisadora Amin (2012) estendeu essa definição para compreender os desafios da carreira profissional dos professores de matemática da África do Sul. O objetivo do seu trabalho era compreender, através da investigação das memórias dos professores, como as experiências passadas e internas e as influências externas poderiam implicar na formação de professores de matemática.

Amin (2012) optou por realizar sua pesquisa com três professores de matemática negros que cresceram durante o período do Apartheid na década de 1970 e, portanto, tiveram uma infância cercada por discriminação e pobreza. Para o recrutamento dos participantes a pesquisadora utilizou a técnica de bola de neve. Essa abordagem facilitou o recrutamento dos três professores de matemática, pois um era conhecido da pesquisadora, o outro foi indicado por este conhecido e o segundo recrutado indicou o terceiro. Os dados foram coletados por entrevistas semiestruturadas realizadas através de ligações telefônicas. A ideia da entrevista era analisar o passado dos professores na perspectiva de alunos e o presente como professores de matemática em escolas de baixo nível socioeconômico.

Uma das professoras denominada de forma fictícia como Sindiswe relatou que teve um professor de matemática que era muito bruto e reprovava a maioria dos alunos em matemática. Esse mesmo professor chegou a ofender Sindiswe dizendo que ela era estúpida demais para fazer matemática. Sindiswe afirma que teve sorte quando seu pai conseguiu um novo emprego e então ela se mudou para outra escola onde terminou seus estudos. A professora de matemática Sindiswe disse em sua entrevista que tinha vontade de procurar seu antigo professor de matemática e mostrar como seus alunos aprendem matemática e não precisam ser reprovados.

O professor Aziz lecionava matemática há quase 30 anos em uma escola de um bairro pobre. Ele expôs em sua entrevista que seus alunos se relacionavam negativamente com a matemática e muitos tinham problemas em suas casas. O pai de Aziz foi quem sempre esteve ao seu lado e o incentivou nos estudos. Aziz aprendeu matemática na prática com os ensinamentos de seu pai. Para ele ser professor de matemática era a única opção que existia naquele período do Apartheid e afirmou que a matemática era muito desvalorizada no país.

Já a professora Nisha descreveu seus professores como rudes e muito antissociais. Ela se considerava uma aluna muito fraco e com muitas dificuldades porque seus professores não explicavam os exercícios de forma compreensível. Nisha disse, em sua entrevista, que aprendeu matemática sozinha e por isso tenta ao máximo explicar os exercícios aos alunos de forma clara e objetiva para que nunca pensem que ela é uma péssima professora de matemática.

De acordo Amin (2012), as três narrativas descreveram experiências negativas com a matemática, mas que de alguma forma foi utilizada como instrumento de resistência. Sindiswe e Nisha foram muito discriminadas por seus professores principalmente por serem mulheres, em um período no qual as mulheres eram marginalizadas e consideradas intelectualmente inferiores aos homens. Por conseguinte, as duas professoras de matemática transformaram seus *backgrounds* fragilizados em *foregrounds* promissores para o ensino da matemática, tendo como meta o sucesso dos seus alunos na matemática. Já Aziz acreditava que o fracasso dos seus alunos em matemática estaria relacionado com seus *foregrounds* fragilizados, pois os educandos não recebiam o apoio de seus familiares para estudar. O apoio da família era relevante para Aziz porque foi através dos ensinamentos do seu pai que conseguiu superar as desigualdades da infância.

Sindiswe, Nisha e Aziz são exemplos de superação por serem professores que transcenderam um passado repleto de impedimentos políticos, econômicos e culturais para vislumbrar um futuro promissor. Sendo assim, Amin (2012) admite que o *foreground* não é um fenômeno que pode ser analisado isoladamente, pois é uma combinação entre si mesmo com outros contextos e estruturas. Por isso, a vida dos grandes matemáticos, muita das vezes, não serve de inspiração para as crianças marginalizadas em contextos pobres e desfavorecidos, mas a visão que os educadores tem do mundo podem influenciar nas aulas de matemática quando abordam questões de dimensão sociopolítica e narram histórias pessoais de otimismo e resiliência.

Por fim, Amim concluiu seu trabalho afirmando que as narrativas pessoais dos professores são úteis para mapear as experiências dos discentes e podem fornecer insights

sobre o processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos na visão deles como alunos durante seu período de escolarização e como a matemática foi a precursora das transformações ocorridas ao longo de suas vidas.

2.4 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES E PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Quando pensamos especificamente na formação de professores e professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, questões relacionadas à educação matemática crítica ou mesmo ao desenvolvimento de cenários para investigação em sala de aula acabam não sendo abordados nas disciplinas de matemática destes cursos (CEZAR, OLIVEIRA E CHAVES, 2020). De forma mais geral, o espaço destinado à matemática nestes cursos tem se mostrado insuficiente para a exploração dos próprios conteúdos matemáticos e muitos estudos têm debatido essa questão (por exemplo, CURI, 2004; GATTI; NUNES, 2009; JULIO; SILVA, 2019; SILVA; SILVA, 2021). Isso é uma questão estrutural dos cursos de formação de pedagogos e pedagogas no Brasil. Por exemplo, Pinto (2010) afirma que as estruturas curriculares destes cursos não atendem a realidade escolar que os futuros professores irão encontrar após sua formação inicial. O autor afirma que apenas 7,5% das aulas de matemática ofertadas nos cursos de formação são destinadas ao estudo de conteúdos matemáticos. De acordo com Curi (2004), essa realidade se deve a concepção dos professores formadores de que a matemática lecionada nos anos iniciais do ensino fundamental se restringe ao domínio das quatro operações elementares. Por conseguinte, as operações elementares são taxadas como um saber já interiorizado pelos futuros pedagogos, visto que para ingressarem no curso de formação precisam ter concluído o ensino médio.

Dessa forma, nos cursos de formação inicial se torna comum não existir a preocupação do oferecimento de disciplinas com o objetivo de estudar profundamente os conteúdos matemáticos que serão ensinados nos primeiros anos do ensino fundamental. Claro que temos que considerar a própria característica polivalente da formação deste profissional, que precisa dar conta de todos os conteúdos das diferentes áreas, alfabetizar seus estudantes, conhecer toda a estrutura administrativa e de coordenação escolar, etc. Não estamos dizendo aqui que a matemática é mais importante do que outras disciplinas como artes, história, geografia, etc., e que deveria ser priorizada na formação destes profissionais. O que queremos chamar a atenção é que a formação inicial destes professores e professoras (assim como outras

profissões) não dá conta de atender a todas as demandas que a profissão exige. Isso faz com que, ao se formarem, estes profissionais polivalentes muitas vezes adentram as salas de aulas sentindo-se despreparados e despreparadas para ensinar matemática, pois não tiveram experiências relacionadas ao aprofundamento do conteúdo matemático para além do que já haviam conhecido durante sua educação básica. Conforme aponta Gatti e Nunes (2009, p. 37), isso pode favorecer que estes futuros professores e professoras tenham dificuldades em realizar, por exemplo,

possíveis problematizações para os significados construídos pelos alunos, ou dito de outro modo, aprofundamento suficiente para que os professores proponham desafios capazes de favorecer o estabelecimento de relações entre os saberes escolares e a experiência cotidiana dos discentes.

Como afirmam Justo *et al.* (2015), nenhum profissional favorece a aprendizagem de conteúdos matemáticos dos quais não tem domínio, nem tão pouco constrói significados e desenvolve a autonomia dos alunos, sem nunca ter tido a oportunidade de experimentar isso primeiro. Por isso, de acordo com os mesmos autores, os docentes passam por grandes conflitos durante sua formação profissional pois suas crenças e concepções não correspondem com o que lhe é solicitado em sua ação pedagógica. Além disso, parte-se do pressuposto que é tarefa do professor, "formado" para ser um educador matemático, conhecer suficientemente a matemática para ajudar a desenvolver o pensamento matemático dos estudantes.

Desse modo, mostra-se importante que professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, além de ensinar a calcular, medir, raciocinar, argumentar e trabalhar com informações estatísticas possam também desenvolver e preparar seus estudantes para adquirirem confiança em sua própria capacidade matemática de conhecer e enfrentar desafios, através de metodologias que priorizem a comprovação de hipóteses, o espírito crítico, a justificativa e o trabalho coletivo.

Costa e Pavanello (2013) realizaram uma pesquisa sobre a empatia que professores e professoras que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental têm com a matemática. Os autores mencionaram que muitos destes profissionais apresentam traumas do passado relacionados à disciplina de matemática adquiridos durante sua escolarização. Em razão disso, alguns professores polivalentes ao planejar sua rotina semanal priorizam outras disciplinas e deixam de desenvolver atividades matemáticas. De acordo com Fiorentini e Nacarato (2005), a partir de 1990 os cursos de formação de professores eram excepcionalmente teóricos e desvalorizavam os saberes adquiridos na prática de sala de aula. Por isso, os cursos de formação continuada foram criados para que a prática docente se tornasse objeto de estudo,

propondo a valorização dos conhecimentos produzidos através da reflexão do educador sobre sua prática docente. A formação inicial do professor dos anos iniciais do ensino fundamental acontece no curso de licenciatura, mas ela transcende essa etapa da vida do professor, sendo construída dia após dia na interação com os alunos e no ambiente da sala de aula. Assim, o educador está incluído em um processo contínuo de formação que passa por mudanças a todo momento.

Por conseguinte Justo *et al.* (2015) consideram que a formação continuada do(a) professor(a) polivalente precisa estar relacionada com o contexto da prática docente, pois só assim professores e professoras poderão refletir sobre sua prática docente e melhorar a aprendizagem dos estudantes. A formação continuada ou formação *in loco* realizada dentro do contexto organizacional do trabalho (escola) favorece a construção de conhecimentos educativos de forma colaborativa e participativa entre os pares. Dessa forma, um pode aprender com o outro, à medida que compartilha informações e busca soluções para os problemas persistentes do ambiente escolar. Essa troca de experiências faz com que os professores e professoras assumam um papel de formadores e formandos na formação continuada *in loco*.

Com isso, acredita-se que avanços na aprendizagem matemática dos alunos podem estar associados à formação continuada dos professores, que os docentes devem se constituir como administradores ativos de seu conhecimento e que a escola deve oferecer e estimular a organização de espaços de desenvolvimento profissional (JUSTO *et al.*, 2015, p. 19).

Para Tardif (2010), os saberes docentes são construídos durante todo o processo de ensinar, começando na formação inicial e se estendendo por toda sua carreira profissional. Considera que os saberes docentes também se desenvolvem e são constituídos a partir de práticas de formação continuada, das trocas de experiências com os colegas de trabalho, no envolvimento em programas de formação, nas suas vivências na sala de aula, nos conteúdos curriculares, etc. Ou seja, o saber docente engloba “[...] os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes dos docentes, ou seja, aquilo que foi muitas vezes chamado de saber, de saber-fazer e de saber ser” (TARDIF, 2010, p. 60).

Sendo assim Grützmann (2019) destaca quatro pontos importantes quando se trata dos saberes docentes:

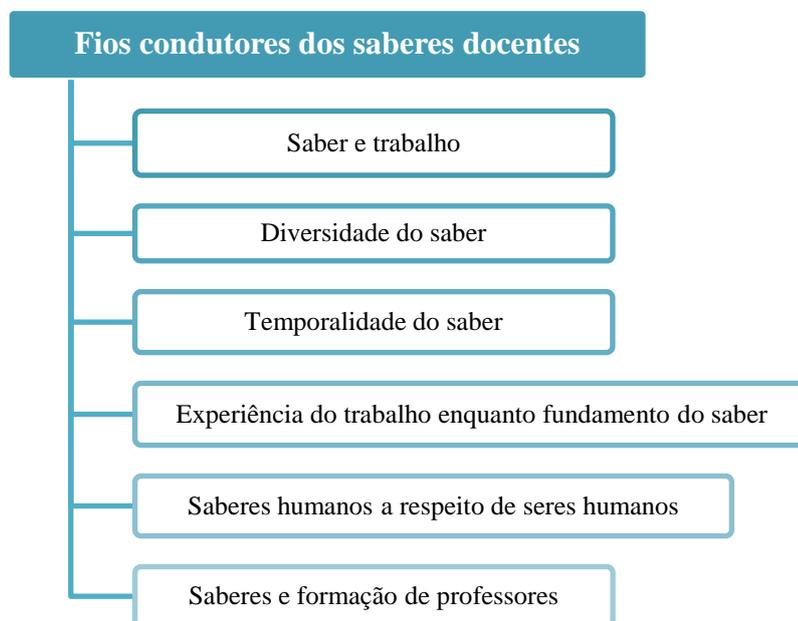
[...] primeiro, os saberes dos professores são enraizados no seu trabalho e na sua experiência de vida; segundo, estes saberes estão fundamentados em sua experiência de vida no trabalho; terceiro, os saberes são caracterizados pelo contexto de interação com os estudantes, assim, são saberes com interações humanas, marcados por essa interação; quarto e último, os saberes também dependem do contexto socioeducativo e institucional no qual a sua profissão está inserida (GRÜTZMANN, 2019, p.07).

Para Tardif (2010) os saberes docentes são sociais, contextualizados e individuais. Os saberes docentes são sociais porque são estabelecidos no contexto de socialização profissional, a partir da interação professor-professor, professor-aluno e professor-equipe diretiva. Além disso, o próprio currículo ensinado na escola é embasado no conhecimento social acumulado ao longo das gerações.

Os saberes docentes são contextualizados, pois dependem do espaço específico onde o profissional está inserido, da carga horária e da jornada de trabalho, das estruturas burocráticas e os fins determinam o trabalho docente. Por fim, os saberes docentes são individuais, visto que são construídos através da experiência de vida de cada sujeito, seja no âmbito escolar quando aluno e depois como professor, seja nas suas crenças familiares, na sua formação inicial e continuada. Os saberes docentes como afirma Tardif (2010) tem caráter individual porque depende da personalidade, da identidade e das vivências profissionais de cada educador.

Mediante esse contexto, Tardif (2010) atribui ao saber docente seis fios condutores que procuram relacionar os saberes do professor com a sua perspectiva individual e social e entre ele e o sistema em que atua. Os seis fios condutores estão apresentados na Figura 5.

Figura 5 - Fios condutores dos saberes docentes



Fonte: A autora, baseado em Tardif (2010).

O primeiro fio condutor *saber e trabalho* diz respeito aos saberes que professores e professoras necessitam dominar para alcançar os objetos propostos, mediante as circunstâncias e as condições, na qual o trabalho será desenvolvido. Logo, “[...] o saber está a

serviço do trabalho” (TARDIF, 2010, p. 17). O segundo fio condutor *diversidade do saber* se refere aos diversos saberes que os professores precisam dominar. Segundo Tardif (2010), os professores precisam ter domínio não somente dos saberes acadêmicos que serão utilizados para ministrar suas aulas, mas também necessita ter conhecimento dos saberes que irão ajudá-lo na busca por soluções para os problemas reais enfrentados pelas instituições escolares de ordem social, econômica e política. “O saber dos professores é plural, compósito, heterogêneo, porque envolve, no próprio exercício do trabalho, conhecimentos e um saber-fazer bastante diversos, provenientes de fontes variadas” (TARDIF, 2010, p. 18). Esse saber-fazer compreende as diversas fontes de conhecimento que os educadores fazem uso para formar seu próprio conhecimento, sejam as fontes acadêmicas como os cursos de formação e livros didáticos ou as fontes empíricas como a experiência adquirida com a sua prática pedagógica.

O terceiro fio condutor *temporalidade do saber* está relacionado com os saberes adquiridos ao longo da sua trajetória docente, tanto na formação familiar e acadêmica quanto em sua prática profissional diária. O quarto fio condutor *experiência do trabalho enquanto fundamento do saber* são os saberes que moldam a prática pedagógica de cada docente, ou seja, são os saberes que ele construiu na prática, a partir da sua experiência profissional. O quinto fio condutor *saberes humanos a respeito de seres humanos* se constituem como os saberes estruturados a partir da interação humana entre todos os envolvidos no ambiente escolar (professores, alunos, diretores, comunidade escolar e outros funcionários).

No sexto e último fio condutor, *saberes e formação de professores*, Tardif (2010) acredita que é necessário repensar a formação inicial docente, atribuindo a ela não somente os saberes acadêmicos, mas também os saberes construídos pelos docentes na prática.

De acordo com Figura 6, Tardif (2010) divide o saber dos professores em seu trabalho e em sua formação em quatro categorias: os saberes disciplinares, os saberes curriculares, os saberes da formação profissional e os saberes experienciais.

Figura 6 - Saberes docentes



Fonte: A autora, baseado em Tardif (2010).

Os saberes disciplinares são os saberes sistematizados nos campos de conhecimento de nossa sociedade, como por exemplo as universidades. Os saberes curriculares são os saberes organizados de acordo com cada instituição de ensino, assim como seus objetivos, conteúdos e métodos. Os saberes da formação profissional são os saberes pedagógicos obtidos pelos professores e professoras na formação inicial e continuada. E os saberes experienciais, de acordo com Tardif (p. 48, 2010), são constituídos por um “conjunto de saberes atualizados, adquiridos e necessários no âmbito da prática da profissão docente e que não provêm das instituições de formação nem de currículos”. Ou seja, são os saberes adquiridos na prática, na troca de experiências com outros professores e professoras, na execução de suas tarefas diárias e no ambiente de trabalho. Sendo assim, o saber docente passa por um processo de *retradução*, pois tudo que foi absorvido e adquirido pelos professores por meio de suas vivências será retraduzido e incorporado a sua prática, considerando aquilo que considera ser mais importante. Além disso, aliado ao processo de *retradução* também há o processo de *retroalimentação*, já que as experiências vivenciadas por cada um provocam uma crítica reflexiva sobre a prática e uma nova tomada de decisão. O processo de *retroalimentação* proporciona aos professores e professoras “reverem seus saberes, julgá-los e avaliá-los e, portanto, objetivar um saber formado de todos os saberes retraduzidos e submetidos ao processo de validação constituído pela prática cotidiana” (TARDIF, p. 53, 2011).

Como afirma Grützmann (p. 16, 2019), "na relação hierárquica que os professores estabelecem entre seus saberes, normalmente os saberes experienciais ganham lugar de

destaque, sendo os únicos produzidos pelos professores como classe profissional". Isso acontece porque, segundo a autora, é no trabalho cotidiano que professores e professoras constroem sua identidade docente, ou seja, é em meio as tentativas, aos erros, as diferentes turmas e muitas vezes, diferentes ambientes escolares que os docentes "aprendem" seu trabalho.

Logo, o que queremos chamar a atenção é que dificilmente, no âmbito da formação inicial e mesmo continuada de professores e professoras para os anos iniciais do ensino fundamental, há espaço para discussões sobre a criação de cenários para investigação em sala de aula, mesmo existindo um maior espaço para os estudos de metodologia de ensino do que do conteúdo matemático, como apontado por Gatti e Nunes (2009).

3 REVISÃO DE LITERATURA

Para a redação da revisão de literatura relacionada à temática proposta nessa dissertação, foi realizada uma pesquisa no portal de periódicos da Capes, no portal *Scientific Eletronic Library Online* (SciELO), no Google e no Google Acadêmico para levantamento dos periódicos publicados, até uma década atrás, que continham as palavras-chave: “formação continuada para professores que ensinam matemática” e/ou “cenários para investigação”. A pesquisa no Google Acadêmico, consideramos os resultados das dez primeiras páginas. Após a leitura dos títulos e resumos dos textos, selecionamos aqueles que estavam mais alinhados à proposta de nossa pesquisa. Importante mencionar que não fizemos uma revisão sistemática de literatura. Buscamos verificar um panorama das pesquisas relacionadas a utilização de cenários para investigação em relação a formação inicial e continuada de professores e professoras que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental, além de conhecer possíveis trabalhos para problematizar com os resultados e análises de nosso estudo.

O estudo de Silva e Silva (2021) foi realizado com estudantes egressas do curso de Pedagogia na modalidade EaD (ensino a distância) de uma universidade federal do Estado de Minas Gerais. Essa pesquisa teve como objetivo compreender o modo como ocorreu a formação inicial dos futuros docentes do curso de Pedagogia EaD, tendo como referência duas disciplinas acadêmicas: Fundamentos e Metodologias de Matemática I e Fundamentos e Metodologias de Matemática II. A pesquisa, de abordagem qualitativa, fez a produção de dados a partir de um questionário estruturado *on-line* e entrevistas semiestruturadas com seis professoras que manifestaram o interesse no final do questionário *on-line* de participar da entrevista.

Os resultados do estudo destacam que o curso de Pedagogia EaD analisado apresentava as mesmas questões apontadas por estudos como Gatti e Nunes (2009) em cursos presenciais em relação ao não oferecimento de disciplinas que aprofundam o conhecimento matemático dos estudantes, pois o ambiente virtual AVA do curso de Pedagogia em particular ofertava apenas discussões sobre as metodologias de ensino de matemática. Outro ponto importante sobre o AVA apontado foi a falta de momentos síncronos com o professor formador responsável pelas disciplinas acadêmicas. Tudo isso dificultou a construção dos saberes docentes relacionados aos conteúdos matemáticos pelas participantes. Além disso, as futuras professoras apontaram que sempre tiveram dificuldade com a matemática desde a educação básica. Segundo os autores, essa dificuldade poderia ser decorrente de

³microagressões relacionadas ao conteúdo matemático que experienciaram ao longo da educação básica que provocou sentimentos negativos em relação à matemática. Por fim, os pesquisadores concluíram que os cursos de formação inicial a distância precisa repensar suas plataformas virtuais para que esses ambientes de ensino e aprendizagem possam apresentar discussões produtivas entre o professor formador e os futuros professores, até mesmo para não se transformarem em depósitos de materiais de leitura. Fica evidente neste estudo que, embora tenha tido espaço para discussões sobre metodologias de ensino, o desenvolvimento de abordagens investigativas não fez parte das discussões das disciplinas direcionadas à matemática. Como consequência, há uma defasagem teórica de conteúdos matemáticos que são indispensáveis na formação inicial dos futuros professores que ensinam matemática. Assim, muitas das vezes, ao adentrar em uma sala de aula os profissionais têm dificuldades em desenvolver cenários para investigação, pois é preciso o domínio de conteúdos matemáticos para que as atividades de investigação aconteçam. Como veremos na análise dos dados deste estudo, isso realmente se confirmou no curso de formação continuada.

O estudo de Zorzin e Silva (2022) abordou a questão do uso do software GeoGebra na formação continuada de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Os autores destacaram que os professores apresentam dificuldades para lidar com as tecnologias de informação e comunicação porque não lhe foram oferecidas na formação inicial disciplinas com carga horária compatível à essas necessidades. Essa afirmação foi obtida a partir de um curso de formação continuada ministrado em uma escola particular do estado de Minas Gerais. Esse curso de formação continuada aconteceu em duas etapas sendo a primeira de forma presencial, na qual os professores exploraram as ferramentas do GeoGebra através de algumas atividades elaboradas pelos pesquisadores e a segunda etapa de forma remota que consistiu na elaboração e aplicação de uma atividade pelos professores participantes do curso. Essa atividade teve como assunto principal o tema geometria e os alunos deveriam utilizar o GeoGebra. A segunda etapa do curso foi totalmente remota devido a pandemia do COVID-19.

Zorzin e Silva (2022) afirmaram em sua pesquisa que o tempo do curso de formação dos professores foi pouco, mas através da aplicação da atividade foi possível notar que os professores dominavam os conceitos matemáticos de geometria e atrelaram à esse conhecimento o uso da tecnologia. Logo é importante que professores e professoras

³ Microagressões são os bloqueios desenvolvidos por cada sujeito com relação à matemática. Geralmente esses bloqueios se constituem como um sentimento de inferioridade e incapacidade para aprender conteúdos matemáticos gerado por falas ou comentários de professores excludentes.

participem de cursos de formação continuada para aprimorem suas práticas pedagógicas e assim conseguirem desenvolver atividades mais diversificadas e desafiadoras.

O estudo de Zorzin e Silva (2022) trouxe alguns resultados sobre a formação continuada de professores e professoras. No entanto, a segunda etapa do curso de formação foi realizada de forma remota devido a pandemia do COVID-19 e por isso as professoras não puderam desenvolver com seus alunos de forma presencial um cenário para investigação. Assim, nossa pesquisa avançou nesses resultados porque os participantes do curso de formação realizaram todos os encontros presencialmente e também desenvolveram um cenário para investigação com seus estudantes de forma presencial. Algo que aumentou a troca de experiências e a partilha de ideias.

Já Cezar, Oliveira e Chaves (2020) realizaram um mapeamento da produção científica de pesquisas nacionais que abordavam o ensino da matemática na perspectiva da educação matemática crítica. O objetivo do artigo era refletir sobre como a educação matemática crítica tem sido discutida em processos de ensino e na prática pedagógica de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No processo de mapeamento das publicações os autores acessaram o Banco Nacional de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e o portal SciELO. Desse levantamento, foram selecionados 174 trabalhos entre artigos, dissertações e teses. Dos 174 trabalhos apenas 09 se propuseram a investigar o ensino da Matemática sob uma perspectiva crítica nos anos iniciais do ensino fundamental. Em contrapartida foram contabilizados 58 trabalhos com essa mesma temática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio.

Por conseguinte, os pesquisadores acreditam que a tendência da educação matemática crítica é mais debatida com os profissionais da educação específicos da área de matemática e pouco debatida com educadores e alunos dos anos iniciais do ensino fundamental, visto que, durante o mapeamento, foram contabilizadas apenas três publicações de mestrado no portal da Capes com ênfase no docente atuante nos anos iniciais do ensino fundamental e nenhum no SciELO. Além disso, os autores também observaram que as publicações sobre a educação matemática crítica estavam sempre atreladas às atividades de modelagem matemática ou matemática financeira. Mediante esses dados, Cezar, Oliveira e Chaves (2020) finalizam seu trabalho afirmando que o ensino da matemática na perspectiva da educação matemática crítica pode contribuir com o desenvolvimento da autonomia, da emancipação social e da formação cidadã crítica, sendo imprescindível discutir esse assunto em ambientes de formação inicial e continuada de professores principalmente dos anos iniciais do ensino fundamental.

Através dos resultados obtidos por Cezar, Oliveira e Chaves (2020) em sua pesquisa, constataram que haviam pouquíssimas pesquisas relacionadas à formação continuada de professores e professoras que atuam nos primeiros anos do Ensino Fundamental I, atreladas a educação matemática crítica. Isso é algo que nosso estudo busca contribuir para o preenchimento desta lacuna

Ribeiro e Brandalise (2020), realizaram uma revisão sistemática de literatura sobre teses e dissertações que abordavam o tema formação inicial, formação continuada e formação inicial e continuada, no período de 2000 à 2018. Essa revisão sistemática compreendeu todas as teses e as dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Google Acadêmico que continham as palavras-chave: “professor polivalente; matemática; dissertações” e “professor polivalente; matemática; teses”. Os trabalhos foram selecionados a partir da leitura do título e do resumo, dando ênfase aqueles que mencionavam a formação inicial e/ou continuada de professores e professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental I. Como resultado dos dados coletados, Ribeiro e Brandalise (2020), obtiveram 71 produções, sendo 53 dissertações e 18 teses. A maioria dessas produções acadêmicas foram publicadas entre os anos de 2011 e 2014. Das 71 produções selecionadas após o processo de mapeamento, 35 eram sobre formação continuada, 29 sobre formação inicial e 7 referentes à formação inicial e continuada dos professores do ensino fundamental I.

Segundo Ribeiro e Brandalise (2020), das 35 produções destinadas à formação continuada, apenas duas teses relatavam os resultados de um processo formativo realizado com professores e professoras que ensinam matemática no ensino fundamental I. Sendo que uma produção estava relacionada com o contexto da *Lesson Study*, também denominada como "estudo de aulas", e outra produção abordava o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). De acordo com Grandó e Nacarato (2022) a *Lesson Study* é uma metodologia desenvolvida no Japão com o intuito de melhorar o ensino a partir da análise das práticas educacionais e do aperfeiçoamento dos professores. Já o PNAIC se destina à formação continuada presencial de professores e professoras do ensino fundamental I, no contexto da alfabetização e na perspectiva do letramento. Nessa abordagem de estudo de aulas o foco da formação docente são as análises das práticas reais dos professores, através da análise de vídeos e/ou relatos de experiências. Para tanto, professores e professoras se reúnem, planejam as atividades que serão desenvolvidas pelos alunos na sala de aula e depois um dos integrantes do grupo desenvolve com os alunos a atividade planejada. Durante a aplicação da atividade os outros membros do grupo de formação acompanham o professor dentro da sala de aula. A

aplicação da atividade pode ou não ser videogravada. Depois em outro momento, os educadores analisam o desenvolvimento da aula. Essas reuniões de discussão são videogravadas e se tornam objeto de análise dos pesquisadores.

De acordo com Grando e Nacarato (2022), os estudos de abordagem metodológica do *Lesson Study* não apresentam funções hierárquicas tão definidas entre os seus membros, o que contribui para que todos envolvidos no processo sejam professores-pesquisadores. As informações apresentadas sobre a metodologia *Lesson Study* fazem parte de um dossiê da Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT) escrito pelas autoras Grando e Nacarato (2022) sobre a formação de professores que ensinam matemática. Nesse dossiê, Grando e Nacarato (2022) constataram que oito artigos publicados REVEMAT abordaram a educação matemática na formação inicial e/ou continuada de pedagogas e pedagogos. Esses artigos retratavam pesquisas realizadas nos programas de formação de professores como o PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação, à Docência), OBEDUC (Observatório da Educação), Pró-letramento (foco no letramento matemático escolar) e PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa).

Grando e Nacarato (2022) também constataram que os cursos de formação continuada envolvem a participação de professores e formadores em grupos colaborativos, grupos de discussão, comunidades de prática e comunidades de investigação, ou por meio de projetos que integram pesquisa, ensino e extensão. De acordo com o dossiê de Grando e Nacarato (2022), os conteúdos específicos abordados nos cursos de formação continuada são estatística, geometria, pensamento algébrico, medida de tempo, modelagem matemática e o uso de tecnologias digitais.

O mapeamento sistemático realizado por Ribeiro e Brandalise (2020) evidenciou que a maior parte das pesquisas sobre formação continuada dão ênfase as metodologias de ensino de matemática, em detrimento dos conhecimentos matemáticos que professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental I precisam dominar para ministrar suas aulas. Outro dado importante que foi evidenciado na pesquisa de Ribeiro e Brandalise (2020) foi o fato do trabalho colaborativo realizado durante o processo de formação continuada apresentar resultados positivos, pois o compartilhamento de saberes e experiências favoreceu o crescimento profissional. Além disso, as pesquisas mapeadas por Ribeiro e Brandalise (2020) mostraram que os docentes tem interesse em ampliar seus conhecimentos diante dos novos desafios enfrentados diariamente no cotidiano escolar. Para finalizar Ribeiro e Brandalise (2020) afirmaram que apesar do número considerável de pesquisas sobre formação inicial e continuada ainda há lacunas quando o assunto são os conhecimentos necessários para a

docência. Nesse contexto, nossa pesquisa buscou proporcionar aos professores e professoras situações de aprendizagem que envolvem discussões sobre conteúdos matemáticos para que possam se sentir mais seguros durante o desenvolvimento de cenários para investigação.

Souza (2017) realizou uma pesquisa com 36 professores e professoras do 5º ano do ensino fundamental I atuantes em escolas públicas municipais situadas na Região Metropolitana do Recife, no estado do Pernambuco. O objetivo da pesquisa de Souza (2017, p. 7) era "*analisar os reflexos da formação continuada na relação ao saber dos professores dos anos iniciais do ensino*". Os 36 docentes participaram de um curso de formação continuada composto por 10 encontros de duração de quatro horas, e ao final responderam um questionário, o qual foi analisado a partir da metodologia de Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977).

Em suma, a pesquisa de Souza (2017) trouxe como resultado que 24 dos 36 professores encontram dificuldades no ensino da matemática e que essas dificuldades podem estar atreladas a sua relação pessoal com a matemática. Entre as dificuldades elencadas pela autora temos 88% de natureza conceitual, 69% de natureza procedimental e 50% de natureza didática. Dessa forma, outro dado apresentado é que 83% dos docentes apresentam dificuldade em relação ao Sistema de Numeração Decimal e aos números racionais. Embora, os professores não apresentem uma boa relação histórica com a matemática, a pesquisa de Souza (2017) relata que a relação dos professores com a matemática se tornou mais próxima com o passar dos anos devido as práticas de formação continuada.

[...] deste modo, os encontros de formação continuada devem acontecer com regularidade para que configurem espaços férteis para a reflexão, a troca de saberes e a socialização de experiências docentes, e não seguindo o modo de programas pontuais desenvolvidos a partir de estratégias de governo, como o Pró-letramento e o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) que apesar de contribuições relevantes são descontinuados após término de gestão (ALVES; CAVALCANTI; SOUZA, 2020, p. 10).

Silva, Ribeiro e Aguiar (2022) realizaram uma pesquisa sobre a formação continuada de professores e professoras atuantes no 5º ano do ensino fundamental. Essa pesquisa tinha como objetivo identificar as oportunidades de aprendizagem profissional ofertadas aos professores e professoras do 5º ano do ensino fundamental durante um processo formativo, ao mesmo tempo em que analisava o planejamento dessa formação e as ações da formadora para desenvolvê-lo. A formação continuada tinha como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico pelos docentes e foi denominada de Formação MAIPA (Matemática nos Anos Iniciais e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico).

Segundo os autores o planejamento e a formação continuada foram embasados no modelo teórico-metodológico chamado de Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (PLOT). O modelo PLOT é composto por três domínios, interligados e integrados: Tarefas de Aprendizagem Profissional para o Professor (TAP), Interações Discursivas entre os Participantes (IDP) e o Papel e as Ações do Formador (PAF). O primeiro domínio (TAP) correspondem as tarefas destinadas aos professores durante o processo de formação continuada. O segundo domínio (IDP) tem como foco identificar se as discussões promovidas durante o processo de formação são de caráter matemático e didático. Além de observar se as interações discursivas favorecem uma comunicação dialógica. O terceiro domínio (PAF) se preocupa com a gestão do processo formativo, considerando o papel e as ações do formador.

A formação MAIPA foi desenvolvida no ano de 2016 em uma universidade pública do estado de São Paulo e teve duração de três meses. A Formação MAIPA teve uma carga horária de 32 horas, sendo 12 horas destinadas as atividades a distância e 20 horas divididas em 5 encontros presenciais de 4 horas cada. De acordo com Silva, Ribeiro e Aguiar (2022) as propostas vivenciadas pelos docentes propiciaram aos professores estabelecer aproximações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar. Sendo que o professor formador foi essencial para promover as interações discursivas entre os participantes.

Nesse sentido, Araújo e Martins (2014) afirmaram em sua pesquisa que o ensino da matemática na formação inicial é descontextualizado e induz os futuros professores a ensinarem os alunos da mesma forma que aprenderam. Algo que gera um ciclo vicioso de ensino/aprendizagem. Daí a importância da formação continuada para professores e professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Araújo e Martins (2014) realizaram sua pesquisa com 20 professores atuantes no 4º e 5º ano do ensino fundamental do Município de Marabá, no estado do Pará. Os resultados foram obtidos a partir de uma formação continuada realizada a partir de encontros formativos, totalizando 40 horas presenciais. O objetivo principal dessa formação continuada era proporcionar aos professores situações de aprendizagem que envolvessem tecnologias de informação e comunicação, no caso *WebQuest*, sob a temática de tratamento de informação.

De acordo com Araújo e Martins (2014) os professores deveriam aceitar o convite para contribuir no cenário para investigação criado pelas professoras formadoras responsáveis pela formação continuada. Para análise das informações coletadas as autoras utilizaram metodologia de Análise Textual Discursiva. Como o trabalho ainda estava em andamento as autoras não apresentaram resultados conclusivos sobre a pesquisa. No entanto, para Araújo e

Martins (2014) a formação continuada deve apresentar características de uma situação investigativa, a qual possibilita aos educadores questionar, fazer conjecturas, avaliar e reformular. Ou seja, refletir na prática a sua própria prática pedagógica.

Silva, Ribeiro e Aguiar (2022) afirmam que no Brasil há um número restrito de pesquisas em Educação Matemática voltadas para o papel do formador durante os processos de formação continuada e que ainda é necessário investigar os indícios das aprendizagens construídas pelos docentes em cursos de formação continuada.

Em sua pesquisa Faustino, Santino e Lopes (2020), apresentaram resultados decorrentes do desenvolvimento de dois cenários para investigação trabalhados com futuras pedagogas em formação inicial. Um dos cenários para investigação desenvolvido pela pesquisadora com os licenciandos era referente a atividade investigativa pista de corrida para cavalos descrita no ambiente tipo (4) da obra de Skovsmose (2000), já citado anteriormente no texto. O outro cenário para investigação foi construído pelos pesquisadores, baseando-se em uma semirrealidade e abordava questões social e racial relacionada a representatividade de pessoas negros em outdoors da cidade onde os licenciandos moravam.

No primeiro cenário para investigação os professores em formação atuaram ativamente no processo de investigação, pois apresentaram e testaram hipóteses, dialogaram sobre as possibilidades de vitória, tomaram decisões para fazer suas apostas e principalmente superaram a ideologia da certeza. Já que concluíram que não havia apenas uma resposta certa para o problema. No segundo cenário, os futuros pedagogos puderam discutir sobre questões políticas atuais. A tarefa era fotografar todos os outdoors da cidade que apresentassem pessoas brancas ou negras na propaganda. Como resultado, os alunos analisaram 26 outdoors, sendo que 21 deles apresentavam como figura central indivíduos considerados brancos. Apenas 5 pessoas foram identificadas como negras e as mesmas apareciam na propaganda sempre acompanhadas de um grupo de pessoas consideradas brancas. Esse cenário para investigação baseado em uma semirrealidade direcionou os estudantes para uma profunda reflexão sobre a temática do preconceito racial com base na invisibilidade do negro como figura central nas propagandas de outdoor. Além de instigarem os licenciandos a pensarem sobre ações para mudar essa prática.

Portanto, o que os autores destacam é que as situações de aprendizagem orientadas por meio dos dois cenários para investigação propiciaram aos estudantes de Pedagogia a oportunidade de vivenciar a matemática de forma crítica e a possibilidade de construir ferramentas para aprimorar sua didática que transcendem a metodologia do paradigma do exercício.

Silva e Costa (2019) apresentam os resultados de uma formação continuada realizada com professoras dos anos iniciais do ensino fundamental da Escola Estadual Irany Jaime Farina, do município de Erechim no Estado do Rio Grande do Sul. O grupo de educadores que frequentava a formação continuada era composto por doze professoras atuantes nos anos iniciais do ensino fundamental. A pesquisa tinha como proposta analisar casos de ensino, visando propiciar a reflexão e análise da prática para a compreensão da abordagem investigativa em aulas de Matemática seguindo os pressupostos teóricos de Skovsmose. A proposta para analisar casos de ensino aconteceu em três etapas: primeiro os professores são organizados em grupo para investigar e analisar os casos de ensino, depois os educadores dialogam para socialização das opiniões e descobertas, por fim há o registro das novas descobertas e das considerações dos integrantes do grupo. Os autores consideraram que a formação continuada de professores embasada nos casos de ensino proporcionou aos professores participantes possibilidades para compreenderem a proposta da abordagem investigativa nas aulas de matemática e os conceitos sobre as tarefas investigativas, a atividade matemática investigativa e o diálogo. Na pesquisa de Silva e Costa (2019) os professores foram convidados a analisar casos de ensino, já a nossa pesquisa teve como finalidade oportunizar a vivência de cenários para investigação por professoras e professores dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, formando um ciclo completo composto por estudo teórico, vivência de cenários para investigação, elaboração e planejamento colaborativo e desenvolvimento de um cenário para investigação.

Já o trabalho de Rabaiolli (2013) buscou problematizar o ensino de geometria por meio dos cenários para investigação com um grupo de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola privada no município de Lajeado no Estado do Rio Grande do Sul. A pesquisa se deu através de cinco encontros que se transformaram em uma formação continuada para três professoras e uma supervisora dos anos iniciais do ensino fundamental e uma professora de educação infantil. O tema de estudo foi geometria plana e as atividades desenvolvidas nos encontros foram elaboradas com o intuito de serem investigativas para se materializarem como cenários para investigação. Dentre as atividades desenvolvidas, a autora da pesquisa cita como exemplo a confecção do Tangran por dobradura e a exploração do software Tangran e do programa SuperLogo a partir de uma atividade de Caça ao tesouro.

Segundo Rabaiolli (2013), as atividades desenvolvidas na forma de cenários para investigação deixaram os encontros mais produtivos e significativos. Foi uma forma de preencher as lacunas da formação inicial das professoras e incentivá-las a sair da sua zona de conforto. Assim, foi possível criar um espaço para a aprendizagem com mais diálogo, troca de

experiências, investigação e pesquisa. A pesquisadora concluiu o estudo apontando que, após a formação continuada, as professoras se sentiam mais seguras para trabalhar a temática geometria plana na sala de aula e também mais preparadas para buscar, em ambientes virtuais, outras atividades sobre esta temática. Além disso, puderam refletir sobre sua prática docente apontando erros e acertos sobre suas posturas pedagógicas.

Capra (2020) também realizou sua pesquisa direcionada à formação continuada de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. Participaram professoras de escolas públicas e privadas do município de Pato Branco no Estado do Paraná. A pesquisa tinha como objetivo avaliar o potencial investigativo de um cenário para investigação, elaborado com dezenove tarefas potencializadoras sobre o conteúdo de frações. Esse cenário para investigação se configurou em uma oficina pedagógica para formação continuada das professoras atuantes nos anos iniciais do ensino fundamental.

A análise dos dados revelou que as tarefas potencializadoras formaram vários cenários para investigação, pois seu potencial investigativo dependeu da motivação de cada participante da pesquisa. Outro resultado relevante apontada pelo autor diz respeito a interação das docentes durante os processos de investigação. Todas participaram ativamente das discussões e buscaram saber mais sobre o assunto. Assim, Capra (2020) concluiu que os cenários para investigação podem contribuir para o ensino e aprendizagem de matemática de forma mais significativa.

Tanto a pesquisa de Rabaiolli (2013) quanto a de Capra (2020) trouxeram resultados importantes com relação a formação continuada de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Porém, nas duas pesquisas os docentes apenas vivenciaram os cenários para investigação e não elaboraram e nem desenvolveram um cenário para investigação na prática. Algo que diferencia da nossa pesquisa, pois as professoras puderam planejar e executar um cenário para investigação em sua própria sala de aula.

Portanto, como apresentado nessa revisão de literatura há poucos estudos voltados a compreensão da forma como professores e professoras aprendem e colocam em ação cenários para investigação em suas aulas. Logo, esse trabalho pretende contribuir na formação continuada de professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental a partir da vivência, do planejamento e da execução de cenários para investigação na sala de aula.

4 METODOLOGIA

Para compreendermos a forma como professores e professoras dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, que participaram de um curso de formação continuada, colocaram em ação o trabalho pedagógico com cenários para investigação em sua prática docente, realizamos uma pesquisa de abordagem qualitativa. Para a realização da pesquisa, foi realizada a submissão do projeto ao comitê de ética da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG). A carta de aprovação se encontra no Anexo A desta dissertação. O campo de pesquisa deste estudo foi constituído dos encontros de formação continuada do projeto de extensão “*Criação de cenários para investigação nas aulas de matemática dos anos iniciais e finais do ensino fundamental*”, o qual foi desenvolvido em parceria com a secretaria de educação de uma cidade do sul do Estado de Minas Gerais.

No primeiro momento de divulgação da prática formativa foram ofertadas vagas apenas para professores dos anos iniciais do ensino fundamental, mas poucos professores atuantes nessa etapa de ensino demonstraram interesse em realizar o curso. Por isso, o curso de extensão foi oferecido também aos professores dos anos finais do ensino fundamental. Assim, obtivemos uma demanda de 17 professoras.

A metodologia empregada na pesquisa foi o estudo de caso. Segundo Yin (2016), o estudo de caso é uma estratégia de pesquisa que possibilita investigar situações específicas, visando compreender elementos de interesse do pesquisador. Os dados foram produzidos a partir de uma prática de formação continuada citada anteriormente, voltada para professores e professoras dos anos iniciais e finais do ensino fundamental da rede pública municipal de ensino em exercício de uma cidade do sul do Estado de Minas Gerais. Essa prática de formação fez parte de uma ação extensionista junto da Pró-reitoria de Extensão da Universidade Federal de Alfenas por meio da modalidade “curso”. Os professores e professoras que finalizaram a ação receberam um certificado de 50 horas. A inscrição para a prática de formação continuada foi gratuita e o período de inscrição foi divulgado nas escolas municipais da cidade através dos diretores dessas instituições de ensino. Participaram da ação 11 docentes, com idades e tempo de docência variados: desde recém ingressantes na carreira até professoras com mais de 20 anos de experiência. Na Tabela 1 apresentamos seus nomes (fictícios) e informações relacionadas à experiência profissional.

Tabela 1 - Informações sobre os docentes que participaram do curso de formação

Docentes	Magistério	Ensino Superior	Pós-graduação	Tempo de atuação no Ensino Fundamental I	Estágio probatório	Turma de regência
Ângela	Não	Pedagogia	Alfabetização e letramento	6 anos	Sim	1º ano
Lúcia	Não	Pedagogia	Não informou	Não informou	Sim	2º ano
Helena	Não respondeu	Não respondeu	Não respondeu	Não respondeu	Contratada	Creche
Francisca	Sim	Letras	Não fez	22 anos	Não	3º ano
Tereza	Não	Pedagogia	Pedagogia empresarial	4 anos	Sim	1º ano
Eliana	Sim	Pedagogia	Não informou	Não informou	Sim	3º ano
Fátima	Não	Pedagogia	Não informou	Não informou	Sim	1º ano
Penélope	Não	Ciências Biológicas e Pedagogia	Não	Sem tempo	Estágio	Estágio
Paula	Sim	Biologia e Pedagogia	Supervisão	2 anos	Sim	4º ano
Rosiane	Não	Letras	Não informou	Não informou	Contratada	Sala de recurso
Celso	Não	Matemática	Não informou	Não informou	Não	6º, 7º, 8º e 9º anos

Fonte: A autora.

A prática formativa foi realizada em uma escola municipal, sendo que todos os textos e as atividades propostas foram disponibilizadas em um grupo de Whatsapp criado pela pesquisadora. Propomos, em nossa ação formativa, um ciclo completo envolvendo teoria-vivência-planejamento colaborativo-desenvolvimento-reflexão sobre cenários para investigação em sala de aula, dividido da seguinte forma:

- a) Etapa de discussão teórica e vivência: nessa etapa, foram abordados os principais pontos teóricos relacionados ao trabalho com cenários para investigação e elementos da educação matemática crítica. Os professores vivenciaram atividades

investigativas e problematizaram diferentes práticas, visando ampla discussão e participação. As discussões se deram através de nove encontros semanais realizados nas quartas-feiras de forma presencial com início às 17:30 e término às 19:00;

- b) Etapa de elaboração colaborativa de um cenário para investigação: nessa etapa, em conjunto, durante quatro encontros os/as participantes elaboraram cenários para investigação para serem realizados com suas turmas nos anos iniciais do Ensino Fundamental;
- c) Etapa de desenvolvimento: durante algumas de suas aulas, os professores e as professoras desenvolveram a atividade planejada com suas turmas;
- d) Etapa de reflexão: realização de um encontro no qual os professores e as professoras compartilharam suas experiências no desenvolvimento do cenário para investigação com sua turma, refletindo sobre as potencialidades e os desafios de seu uso em sala de aula e também pensando sobre possíveis mudanças nas atividades elaboradas.

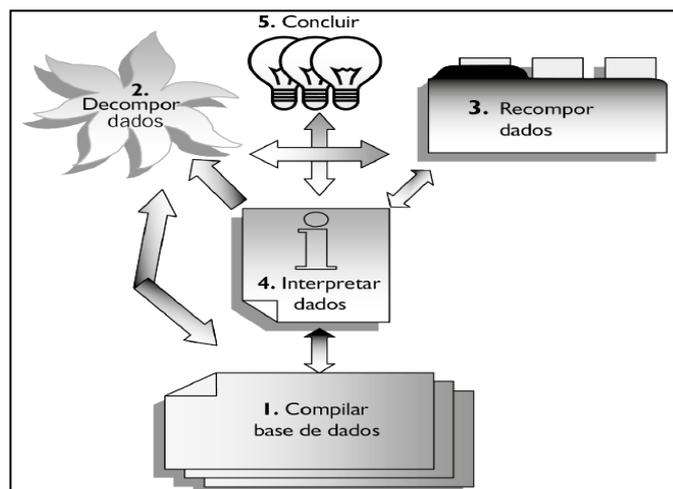
Nosso método de produção de dados foi a observação participante, a qual é caracterizada pelo envolvimento do pesquisador como um dos integrantes do grupo de estudo, (BECKER, 1994). Segundo Lüdke e André (1986), a observação participante é uma estratégia de observação do campo de pesquisa com base em um conjunto de técnicas metodológicas. Nesta pesquisa, a pesquisadora atuou como “observadora como participante”, pois participou em várias das ações realizadas, como na proposta das atividades da etapa de discussão ou na etapa de elaboração das atividades, atuando muitas vezes com sugestões nas atividades elaboradas pelos participantes. Importante destacar que desde o início da ação foi revelado os objetivos da pesquisa aos participantes.

Nossos instrumentos de produção de dados foram: escrita de resumo, com as observações de interações e acontecimentos ocorridos durante os encontros de formação, que era produzido imediatamente após o término de cada encontro; notas em caderno de campo, realizadas em tempo real a partir de observações realizadas nas diferentes etapas da prática formativa; caderno de acompanhamento (com questões abertas) respondido pelas participantes (veja anexos B, C, D); questionário final (com questões abertas e fechadas) respondido pelas participantes (veja apêndice A); e gravação do encontro final da formação, onde os/as participantes destacaram situações relacionadas a suas experiências no curso, de onde transcrevemos posteriormente trechos considerados importantes para os objetivos da

pesquisa. O caderno de acompanhamento foi elaborado para facilitar a compreensão das atividades desenvolvidas em cada encontro e aumentar o foco da investigação pelos participantes.

A análise dos dados foi feita com base no autor Yin (2016), que apresenta um ciclo de cinco fases para a análise de pesquisas qualitativas (Figura 44).

Figura 44 - Cinco fases de análise e suas interações.



Fonte: Yin (2016, p. 167)

Neste ciclo, as setas bidirecionais sugerem que as fases não se encaixam em uma sequência linear, no entanto compreendem relações recursivas e iterativas. Dessa forma, o pesquisador se encontra em constante reavaliação dos dados. A primeira fase é a compilação da base de dados. Nesta fase, o pesquisador primeiramente organiza suas notas de campo, diários e memorandos. Em seguida, faz a releitura desse material, se familiarizando com os dados para depois propor uma ordem de classificação de acordo com seus critérios de organização.

A segunda fase consiste na decomposição dos dados, isto é, o pesquisador reorganizado todos os dados em códigos ou temas, na tentativa de esgotar ao máximo as informações. Já na terceira fase, a recomposição dos dados consiste na organização dos dados de maneira que dados semelhantes se enquadrem em conceitos semelhantes, ao mesmo tempo que conceitos diferentes se enquadrem em dados dessemelhantes. Nessa etapa podem ser utilizados gráficos e tabelas que auxiliem na tabulação dos dados. A segunda e a terceira fase estão interligadas porque a etapa de criação de códigos e temas está em constante mudança. O que faz com que o critério de classificação dos dados também se modifique.

Na quarta fase, que consiste na interpretação dos dados, o pesquisador deve fazer uma interpretação ampla de seus dados, atribuindo a eles significados mais profundos. Essa fase é crítica e por isso Yin (2016) apresenta cinco elementos que precisam ser levados em consideração no momento da interpretação:

Completeness (Sua interpretação tem um começo, meio e fim?)

Justeza (Considerando sua postura interpretativa, outros com a mesma postura chegariam à mesma interpretação?)

Precisão empírica (Sua interpretação representa seus dados corretamente?)

Valor agregado (A interpretação é nova, ou é, sobretudo, uma repetição da literatura sobre o seu tema?)

Credibilidade (Independente de sua criatividade, como os colegas mais valorizados em sua área criticariam ou aceitariam sua interpretação?) (YIN, 2016, p. 190).

A quinta fase é a conclusão de toda a pesquisa, na qual todos os conceitos teóricos precisam estar atrelados aos temas definidos nas fases anteriores para que as declarações elevem o estudo. É um momento crítico para a pesquisa, pois relaciona os achados com a fundamentação teórica usada no estudo.

Os dados desta pesquisa foram analisados de acordo com essas cinco fases. Na primeira fase de compilação dos dados, reunimos as anotações do caderno de campo e das gravações de áudio e produzimos um resumo para cada encontro de formação. Depois, reunimos as respostas escritas na atividade avaliativa final com as respostas das perguntas contidas nos três cadernos de acompanhamento e organizamos de acordo com as respostas semelhantes e dessemelhantes. Realizamos uma organização dos dados a partir dos diferentes instrumentos utilizados em tabelas no Microsoft Word, que foram sendo manipuladas na medida em que avançávamos nas etapas. Por exemplo, trechos de falas das professoras durante as diferentes etapas da prática formativa, notas do caderno de campo da pesquisadora, materiais usados pelos professores durante as etapas do curso foram sendo organizadas.

Na segunda fase, após uma profunda imersão nos dados, construímos três temas que problematizavam questões dos encontros presenciais de formação e das respostas escritas dos participantes do curso. Mostramos esse processo no Quadro 2.

Quadro 2 - Temas listados na pesquisa

(continua)

Temas	Descrição
Implicações para a prática docente a partir do curso de formação	Discutimos, a partir de nossa leitura, as implicações para a prática docente decorrente do engajamento na prática formativa.

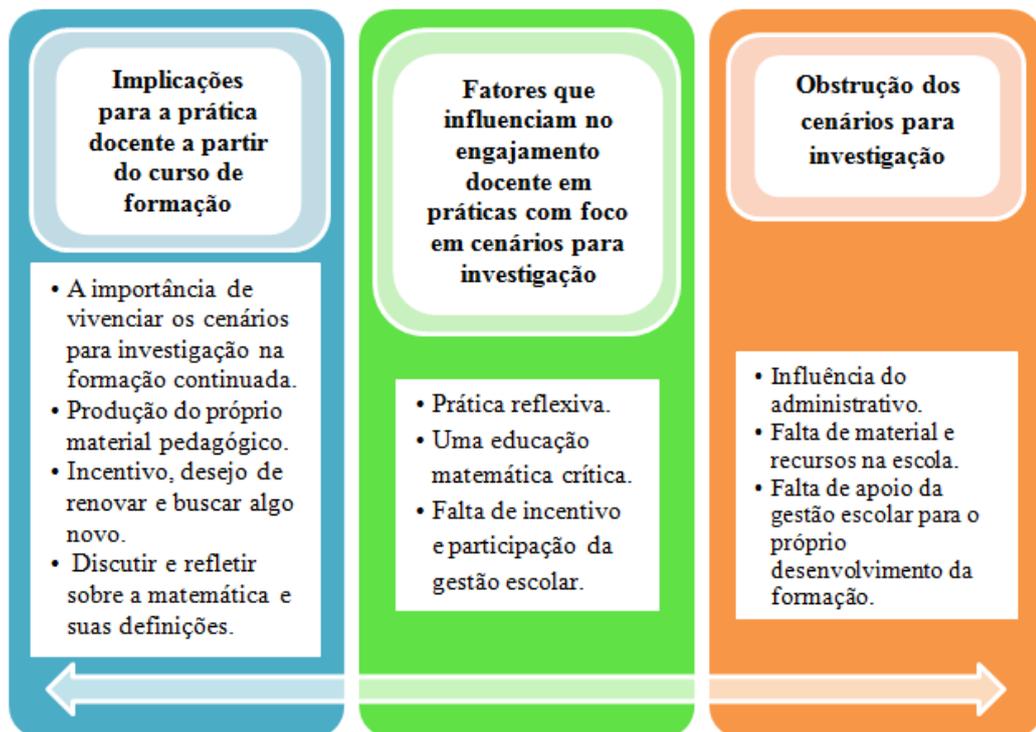
Quadro 2 - Temas listados na pesquisa

(conclusão)	
Fatores que influenciam no engajamento docente em práticas com foco em cenários para investigação	Discutimos a importância do envolvimento docente e aceite de abertura para mudança de prática para o desenvolvimento de cenários para investigação com estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.
Obstrução dos cenários para investigação	Discutimos a influência de fatores externos à sala de em relação a mudanças na prática docente vigente. Fatores como suporte da gestão e coordenação escolar, estrutura física da escola e acontecimentos que influenciam o desenvolvimento de um cenário para investigação em sala de aula fazer parte deste tema.

Fonte: A autora.

Na terceira fase da análise, elencamos subtemas relacionadas estes três temas com base em observações e anotações realizadas nos encontros e nas respostas escritas nos cadernos de acompanhamento em conjunto com a avaliação final. A terceira fase deu origem ao organograma destacado na Figura 45.

Figura 45 - Organograma com os temas e seus subtemas



Fonte: A autora.

A quarta etapa compreendeu a descrição dos resultados com base na interpretação desses três temas e seus subtemas em subseções individuais. Após leituras e releituras, organizações e desorganizações, inclusões e exclusões e uma profunda imersão, a quinta etapa foi composta pela interpretação dos resultados, ou seja, foi a conclusão de toda a pesquisa, o momento em que realizamos nossas inferências e interpretações, fazendo uma análise crítica e reflexiva de acordo com os objetivos da pesquisa. Nesta etapa, discutimos, a partir de nossa perspectiva teórica, a forma como professores e professoras dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, que participaram de um curso de formação continuada, colocaram em ação o trabalho pedagógico com cenários para investigação em sua prática docente. Essa discussão será feita no Capítulo 5 a partir dos três temas construídos: *implicações para a prática docente a partir do curso de formação, fatores que influenciam no engajamento docente em práticas com foco em cenários para investigação e obstrução dos cenários para investigação*. A seguir, apresentaremos episódios de nossa prática formativa, que foram construídos a partir da elaboração dos resumos pós-encontros, das anotações em caderno de campo, das gravações dos encontros e também do próprio material produzido pelas professoras durante o curso.

4.1 EPISÓDIOS DA AÇÃO FORMATIVA

Nesta seção, vamos relatar, de forma resumida, como ocorreram os encontros de formação continuada que realizamos. Ao longo de nove encontros semanais, com duração de uma hora e meia, realizamos a primeira e a segunda etapa de nossa proposta formativa. Todos os nomes que serão descritos no texto são fictícios. É importante ressaltar que os encontros de formação continuada foram planejados com o intuito de que professores e professoras vivenciassem cenários para investigação. Sendo assim, nessa pesquisa, os cenários para investigação contemplaram momentos, nos quais os participantes puderam explorar materiais concretos, escrever suas anotações em um caderno de acompanhamento, discutir sobre conteúdos matemáticos e relatar experiências de sala de aula.

Primeiro encontro

O primeiro encontro teve um papel mais aula inaugural do que de um encontro de formação continuada, já que todos os professores e professoras atuantes na rede municipal de uma cidade do sul do Estado de Minas Gerais foram convocados pela coordenadora

pedagógica para participaram desse primeiro encontro, como critério de participação no módulo de atividades extraclasse. Dessa forma, havia aproximadamente 60 pessoas.

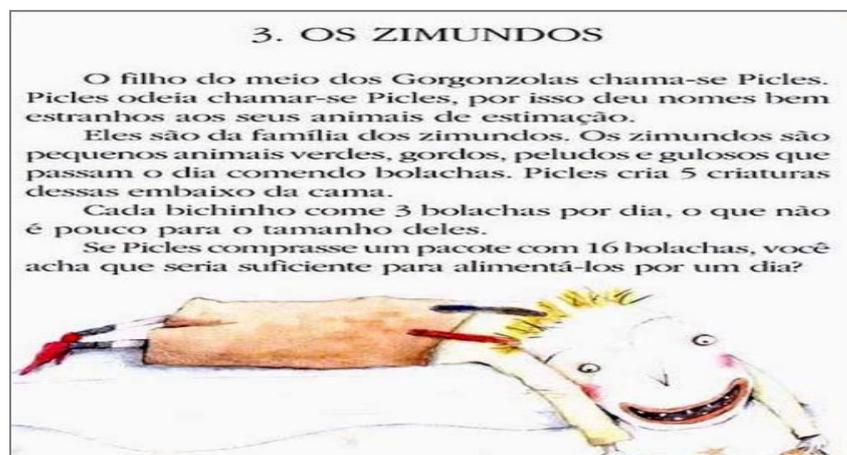
A atividade foi desenvolvida no refeitório e os professores e professoras foram agrupados em grupos de cinco pessoas. Como a atividade de investigação foi realizada no refeitório, não foi possível utilizar a lousa para registro das discussões, sendo assim todas as problematizações foram realizadas de forma oral.

Nesse encontro, apresentamos as principais ideias referentes a um cenário para investigação e convidamos os/as participantes para realizarem uma atividade denominada “Investigando as regularidades da tabela pitagórica”. Essa atividade foi embasada no artigo de Lopes (2007) e consistia em investigar as regularidades da tabela pitagórica a partir da análise dos resultados das multiplicações de 0 à 10. Os participantes aceitaram o convite para a realização da atividade investigativa (Anexo B) porque se interessaram bastante pelo livro "Os problemas da família Gorgonzola", o qual foi utilizado para introdução do assunto de multiplicação que estava no caderno de acompanhamento do Anexo B. Como os professores foram informados que iriam participar de uma palestra todos foram pegos de surpresa quando perceberam que iriam ter que escrever e falar suas considerações.

O livro Os Problemas da Família Gorgonzola foi escrito por Eva Furnari e não é só um livro de problemas. É também um teste pra saber que tipo de cérebro tem dentro da cabeça da gente. Vamos ler um dos problemas da família Gorgonzola sobre os animais de estimação de Picles.

Fonte: FURNARI, p. 3, 2005.

Figura 7 - Capítulo 3 do livro "Os problemas da família Gorgonzola"



Fonte: (FURNARI, p. 8, 2005).

A leitura desse capítulo nos remete a um assunto muito discutido com os alunos do ensino fundamental. Você consegue identificar esse tema? Como poderíamos trabalhar essa leitura na sala de aula de forma a resolver esse problema sem utilizar a matemática de maneira formal? Se preferir pode desenhar.

Depois do desenho questionei se os professores poderiam utilizar esse problema da família Gorgonzola na leitura introdução do conteúdo de multiplicação. Em seguida, perguntei sobre como os professores introduzem a multiplicação e a tabuada.

Figura 8 - Parte do caderno de acompanhamento do Anexo B

O que é uma tabuada? Antes de responder, pense na raiz das palavras "tabuada", "tábua" e "tabela".



A tabuada é um tipo especial de tabela, que no ensino primário está associada à memorização de fatos aritméticos e, em especial, dos fatos da multiplicação.

É comum a associação do termo tabuada somente à tabela da multiplicação. Esquece-se, porém, de uma diversidade de outras "tabuadas": adição, subtração, divisão, quadrados perfeitos, potências de 2, etc.

Podemos dizer que o termo tabuada, como conhecemos hoje, foi conceituado pelo filósofo Pitágoras. Muitos livros antigos, inclusive, apresentam a tabuada como "tabuada de Pitágoras". Outra curiosidade é que a palavra teve origem a partir das tábuas que eram utilizadas na Grécia Antiga para fazer cálculos.

Mas para que servem as tabuadas?

Para decorar.

Para multiplicar.

Para fazer as contas.

Como você costuma introduzir a tabuada nas suas aulas de matemática?

A partir da pergunta “Como você costuma introduzir a tabuada nas suas aulas de matemática”, iniciamos um momento de discussão entre os participantes. O ponto alto desta discussão foi a respeito se os/as estudantes precisavam ou não decorar a tabuada. Boa parte dos professores e professoras acreditavam que sim e que a compreensão da mesma só acontece quando os/as estudantes as decoram. Ou seja, para a maioria deles e delas a compreensão se dava depois do ato de decorar. Por conseguinte, alguns participantes nos afirmaram que o conteúdo de multiplicação em suas aulas geralmente era introduzido aos seus/suas estudantes através de uma situação de soma de parcelas iguais e, depois, era apresentada a tabuada como ferramenta para ajudar nos cálculos. Nos relatos, percebemos que a história da matemática não aparecia em momento algum do trabalho com as crianças assim como existia uma aparente não preocupação com a compreensão da tabuada.

Como parte da atividade, propomos a elaboração da tabela pitagórica. Como muitos não a conheciam, ficaram surpresos quando perceberam que os resultados eram os mesmos tanto na parte de superior quanto na parte de inferior da tabela (Figura 8). Durante o encontro, foi possível notar que muitos professores não sabiam os resultados da tabuada de forma imediata e, por isso, identificar a diagonal principal na tabela pitagórica foi difícil para alguns.

Figura 9 - Tabela pitagórica apresentada no caderno de acompanhamento

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0							
1	0	1	2	3							
2	0	2	4								
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Fonte: A autora.

Percebi, nesse encontro, que os participantes ficaram bastante tímidos (ou com receio) de falar sobre suas práticas na sala de aula como se tivessem medo de serem julgados. Como a

atividade proposta era algo diferente de tudo que já tinham vivenciado, os participantes se sentiram fora da sua zona de conforto e por isso tiveram dificuldade para se expressarem.

Apesar do envolvimento de todos, um grupo relatou que as atividades do caderno de acompanhamento eram interessantes, mas o que os alunos precisavam de fato, principalmente depois da pandemia do COVID-19, eram “treinar” as quatro operações. Infelizmente não foi possível terminar todas as atividades do caderno de acompanhamento⁴ porque o tempo foi curto.

Esse primeiro encontro foi um grande desafio porque achei que iriam comparecer no máximo 20 professores. Dessa forma, a quantidade de caderno de acompanhamento não foi suficiente para todos. A solução foi fazer grupos com 3 professores e disponibilizar um caderno de acompanhamento para cada grupo. Por isso, senti que alguns professores perderam o interesse pelo fato de não estarem com o caderno de acompanhamento. Como o encontro foi realizado no refeitório não tinha lousa para registrar as discussões, então me senti mais uma vez na zona de risco e observei alguns professores dispersarem com conversas paralelas. Realizar essa formação continuada me deixou bastante desconfortável porque estava sendo avaliada em cada gesto e em cada palavra por meus colegas de trabalho. Apresentar algo novo para professores tão experientes sempre surge o sentimento de recusa e a postura dos professores é que já estavam cheios de conhecimento e não precisavam de mais nada para ensinar seus estudantes. Notei que até mesmo os professores mais novos perderam o ânimo quando estavam agrupados com professores mais experientes. Por fim, senti que a formação continuada é algo que os professores estão sempre almejando, mas no fundo é apenas um desejo porque eles não querem participar de formação.

Depois desse primeiro encontro tivemos um longo período de recesso porque os professores da rede municipal foram convocados para realizarem um curso de formação continuada relacionado a inclusão. Desse modo, o segundo encontro ocorreu dois meses depois do primeiro.

Segundo encontro

O segundo encontro foi uma retomada do primeiro. Participaram oito professoras. Iniciamos realizando uma leitura detalhada do caderno de acompanhamento (ANEXO B), o qual foi o mesmo utilizado no primeiro encontro e propusemos uma discussão sobre os conceitos de cenário para investigação, resolução de problemas e projetos. Foi bem

⁴ O caderno de acompanhamento está nos anexos.

interessante esse momento, pois as professoras ficaram confusas e acharam que os três termos significavam a mesma coisa.

Após discussões, o grupo concordou com as seguintes ideias para os três conceitos:

- a) Resolução de problemas: apresentar um problema aos estudantes que eles terão que utilizar seus conhecimentos matemáticos para resolver;
- b) Cenário para investigação: criar um ambiente de investigação através de uma atividade que proporcione aos estudantes investigar propriedades matemáticas ou ampliar seus saberes;
- c) Projeto: conjunto de ações relacionadas entre si que irão resultar na aprendizagem de vários conceitos sobre um determinado conteúdo.

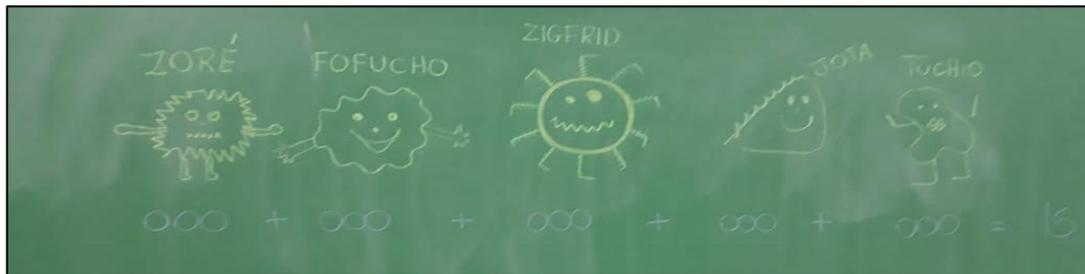
É importante dizer que, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 22), "um problema é uma questão para qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata, enquanto que um exercício é uma questão que pode ser resolvida usando um método já conhecido". No entanto, os exercícios e os problemas apresentam um enunciado claro e uma única resposta, que é sabida pelo professor de antemão.

Já uma investigação, de acordo com os mesmos autores (2019, p.22), "trata-se de situações mais abertas - a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição".

Assim, com esses conceitos definidos pelos professores e professoras, solicitei para que uma professora lesse o capítulo 3 do livro "Os problemas da família Gorgonzola", com o intuito de que ela tivesse contato com o suporte e depois apresentasse para as outras professoras. Em seguida, problematizamos o desafio proposto da leitura com um desenho na lousa. O desafio consistia em verificar se era possível alimentar os cinco monstros de Picles, por um dia, com 16 bolachas, sabendo que cada monstro comia por dia 5 bolachas.

Para tanto, as professoras desenharam na lousa os cinco monstros de Picles e a quantidade de bolacha que cada um comeria por dia. Todos os monstros foram desenhados por uma professora diferente como representado na Figura 9. É interessante observar como as professoras tiveram receio de errar e se recusaram de imediato a desenharem na lousa. Só depois que uma delas aceitou o convite as outras sentiram confiança para participar.

Figura 10 - Problematização do capítulo 3 do livro " Os problemas da família Gorgonzola".



Fonte: A autora.

Após essa atividade, uma professora disse que os livros didáticos não trazem atividades investigativas e que os exercícios dos livros didáticos são sempre com uma única resposta. E que há uma cobrança para que todos os conteúdos do livro didático sejam trabalhados e como as atividades investigativas demandam mais tempo, o professor acaba focando só no livro didático.

Como o curso demorou um pouco para começar porque as professoras pediram uns minutos para tomar um café não foi possível concluir todas as atividades do caderno de acompanhamento e como havia apenas duas professoras que não estavam no primeiro encontro optamos por mudar de assunto e não dar continuidade nessa atividade no terceiro encontro, pois percebi que as professoras estavam ansiosas por algo novo e também porque o curso foi estabelecido para nove encontros. Então não foi possível retomar as outras atividades do caderno de acompanhamento.

Eu planejei o segundo encontro para ser uma retomada do primeiro porque ficaram muitas investigações e discussões não concluídas no primeiro encontro. Mas, como se passaram dois meses a investigação da tabela pitagórica perdeu o sentido e senti que o mais interessante, desse encontro, para os/as professores/as foi a construção em grupo das definições de cenário para investigação, projeto e resolução de problemas. Pois, os termos projeto e resolução de problemas fazia parte da vivência delas, porém eram termos ainda não compreendidos.

Terceiro encontro

Iniciamos o terceiro encontro discutindo o texto de Milani (2020) sobre como transformar exercícios do paradigma do exercício em cenários para investigação. Em seguida as professoras e professores foram convidados a falar sobre sua experiência com o Tangram na sala de aula. Todos relataram que conheciam o Tangram, mas só desenvolviam com os

estudantes atividades de pintura e montagem de figuras a partir das formas geométricas. A partir daí iniciamos uma atividade sobre geometria com a utilização do Tangram. Esse cenário para investigação corresponde ao caderno de acompanhamento que está no Anexo C. Começamos pela leitura da lenda do Tangram e depois fizemos uma dobradura para obtenção das peças do Tangram conforme apresentado na figura 10.

Figura 11 - Lenda e dobradura do Tangram

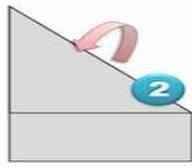
A LENDA DO TANGRAM

Diz a lenda que um sábio chinês deveria levar, ao Imperador, um ladrilho quadrado. No meio do caminho, ele tropeçou e o quadrado caiu e se partiu em sete pedaços.

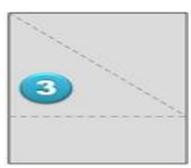
Ao juntar os pedaços, ele percebeu que, a cada tentativa, surgia uma nova figura. Depois de muito tentar, o sábio, finalmente, conseguiu formar novamente o quadrado e o levou ao Imperador.

Adaptado de Educação Matemática em Revista nº 5, p. 15.



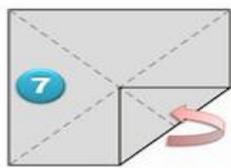
1: pegue uma folha
2: dobre-a conforme a figura



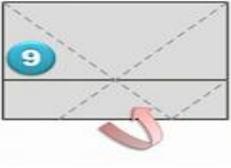
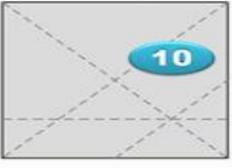

3: Abra a folha novamente e observe as marcas.
4: Recorte o retângulo sobressalente.



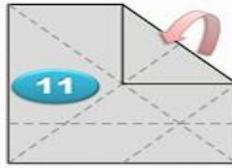
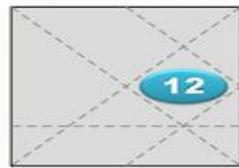

5: Pegue o quadrado
6: Dobre as diagonais, formando um X



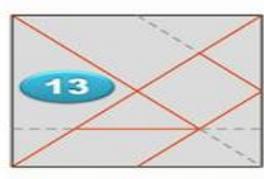
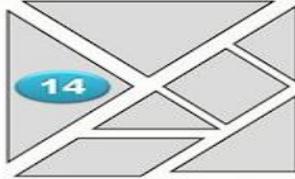

7: Dobre uma das pontas até o meio do quadrado.
8: Desdobre e observe as marcas da dobradura.

9: Dobre a metade da folha até o meio.
10: Desdobre a folha.

11: Dobre a ponta superior direita até o meio do quadrado.
12: Desdobre e observe.

13: Passe um lápis sobre as marcas indicadas.
14: Pinte e recorte as figuras.

Fonte: A autora.

A turma ficou animada com a dobradura e a partir dessa atividade pude notar que todos aceitaram o convite para participarem desse cenário para investigação. Nos encontros de formação, os cenários para investigação foram compostos por momentos de recorte, leitura, dobradura, diálogo e exercícios para alimentar o processo investigativo.

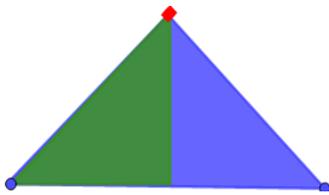
Após a dobradura, eles e elas cortaram as peças do Tangram com uma tesoura e a turma se organizou em três grupos com quatro professores, para o desenvolvimento do processo de investigação. Esse processo de investigação foi planejado para atender as características de um ambiente de aprendizagem tipo (4). Nessa atividade os professores deveriam investigar as relações existentes entre as peças do Tangram através da sobreposição de suas peças. Segue abaixo os questionamentos que direcionaram essa investigação.

- a) Quantas peças formam o Tangram?
- b) Qual o nome das figuras geométricas que formam o Tangram?
- c) Investigue as relações entre os dois triângulos maiores.
- d) Investigue as relações entre os dois triângulos menores.
- e) Investigue as relações existentes entre os triângulos menores, o médio e os maiores.
- f) Investigue relações entre o quadrado e os triângulos menores.
- g) Investigue as relações entre o paralelogramo e as outras figuras do Tangram.

A proposta dessa atividade era introduzir o conceito de área de figuras planas através da sobreposição das peças do Tangram. Sem, contudo, utilizar fórmulas matemáticas para isso. Assim, a partir das perguntas descritas acima os professores puderam concluir que:

- A área do triângulo médio é a metade da área do triângulo grande. Assim como a área do triângulo pequeno é a metade da área do triângulo médio.

Figura 12 - Relação entre o triângulo médio e o grande.

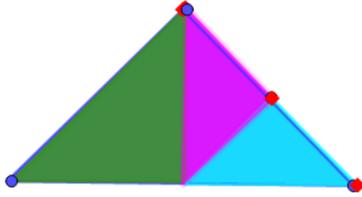


Fonte: A autora.

- A área formada por quatro triângulos pequenos resulta na área do triângulo grande, já que quatro triângulos formam um triângulo grande.

- A área do triângulo médio somada com a área dos dois triângulos pequenos resulta na área do triângulo grande.

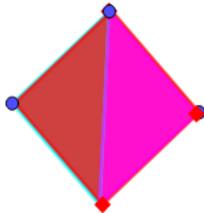
Figura 13 - Relação entre o triângulo médio e os triângulos pequenos.



Fonte: A autora.

- A área dos dois triângulos pequenos é igual a área do quadrado.

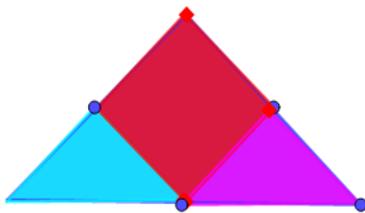
Figura 14 - Relação entre o quadrado e os triângulos pequenos.



Fonte: A autora.

- A área dos dois triângulos pequenos somada com a área do quadrado resulta na área do triângulo grande.

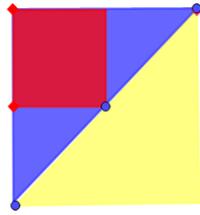
Figura 15 - Relação entre o quadrado, os triângulos pequenos e o triângulo grande.



Fonte: A autora.

- A área dos dois triângulos grandes é quatro vezes maior que a área do quadrado original do Tangram.

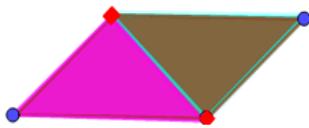
Figura 16 - Relação entre o quadrado e os triângulos grandes.



Fonte: A autora.

- A área dos dois triângulos pequenos é igual a área do paralelogramo.

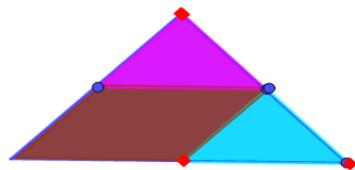
Figura 17 - Relação entre o paralelogramo e os triângulos pequenos.



Fonte: A autora.

- A área do paralelogramo somada com a área dos dois triângulos pequenos é igual a área de um triângulo grande.

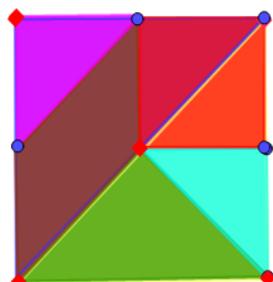
Figura 18 - Relação entre o paralelogramo, os triângulos pequenos e o triângulo grande



Fonte: A autora.

- A área dos dois triângulos pequenos junto com a área do quadrado, do paralelogramo e do triângulo médio é igual a área dos dois triângulos grandes.

Figura 19 - Relação entre todas as figuras do Tangram



Fonte: A autora.

Pela expressão nos rostos e pelos relatos da turma foi possível notar que essa atividade foi muito prazerosa. Por exemplo, uma das participantes relatou que *“Nunca pensei que pudéssemos trabalhar dessa forma com o Tangram. Estou impressionada com a quantidade de comparações que podemos fazer com as peças”*.

Um dos participantes, um professor de matemática que estava presente, também achou interessante como essa atividade proporcionava a possibilidade de trabalhar os conceitos matemáticos sobre hipotenusa, catetos, triângulo isósceles, equilátero e escaleno. Além das medidas de ângulo, área e perímetro.

Figura 20 - Professores investigando as relações do Tangram.



Fonte: A autora.

Legenda: a) Investigação das peças do Tangram.

b) Investigação sobre as propriedades do Tangram.

Para que pudéssemos concluir que as investigações propostas no caderno de acompanhamento sobre as sobreposições das peças do Tangram teriam o mesmo resultado independente do material do Tangram, pedi a um grupo que realizasse a atividade de investigação utilizando um Tangram comprado na loja. A intenção era mostrar que as vezes esse material fica guardado na escola e pode ser utilizado na sala de aula, não sendo necessário utilizar somente a dobradura na realização da atividade de investigação.

Durante esse encontro foi surpreendida com o relato de uma professora que contou uma experiência:

Ângela: "Eu queria te contar que utilizei sua aula da semana passada na minha sala. Nós estávamos falando sobre as dificuldades de leitura e um aluno perguntou pra mim como que cego lê. Eu falei que existia um material adaptado para cego que era cheio de pontinhos

em alto relevo. Como eles ficaram curiosos fui na sala de recurso da escola e trouxe um livro que tinha lá em braile. Passei o livro na sala para todos tocarem e pedi para eles trazerem alguma coisa que tivessem em casa com escritos em braile".

Eu aproveitei a fala da Ângela e sugeri a ela aproveitar esse momento para desenvolver atividades de investigação sobre as adaptações do espaço da escola para cego ou até mesmo conhecer a APAE (Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais) da cidade para realizar uma pesquisa sobre deficiência visual, pois o assunto é muito abrangente e possibilita o desenvolvimento de muitos conteúdos.

Por fim, quando todos os grupos haviam preenchido o caderno de acompanhamento (Anexo C), fizemos um momento de apresentação de todas as relações de área existentes entre as peças do Tangram e encerramos esse encontro. Mesmo sabendo que o caderno de acompanhamento seria disponibilizado no grupo de whatsapp, os participantes perguntaram se poderiam tirar foto das respostas e me enviar, porque não queriam perder as anotações que fizeram, já que o caderno de acompanhamento ficaria comigo para que eu pudesse analisar as respostas para composição dos resultados da pesquisa.

Isso pode ser um sinal de que a atividade foi significativa e trouxe algo novo para a formação deles e delas. Algumas professoras me agradeceram na saída e eu senti que de alguma forma aquela noite foi importante e trouxe uma luz nova no olhar delas.

Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (PONTE, BROCARDO, OLIVEIRA, 2019, p. 22). O cenário para investigação sobre o Tangram foi o que mais gostei de desenvolver porque foi o que teve o aceite de todos os professores de forma muito rápida e também envolveu dobradura, algo que deixou os professores muito empolgados. A empolgação deles me contagiou e não me senti em nenhum momento na zona de risco. A energia do grupo estava ótima.

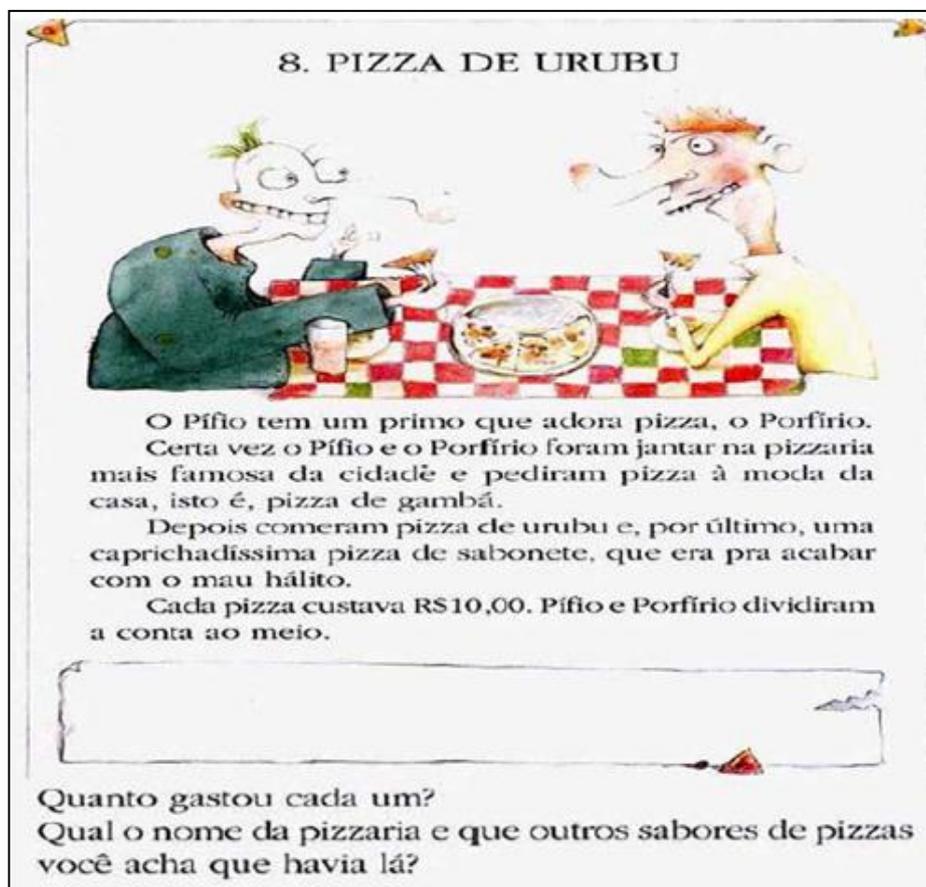
Quarto encontro

O quarto encontro começou tumultuado porque o professor e as professoras precisavam se inscrever no curso de formação continuada na página do CAEX da Universidade Federal de Alfenas para obtenção do certificado de conclusão do curso de formação, mas deixaram para realizar a inscrição no início do encontro o que ocasionou um certo tumulto porque durante a atividade algumas professoras ficaram me chamando pra

auxiliar na inscrição. Além do fato de duas professoras terem chegado meia hora após o início do curso.

Apesar desses contratemplos, todos se envolverem com a atividade. Nesse encontro a proposta de investigação foi uma situação de semirrealidade envolvendo cardápios de pizza. A atividade se iniciou com a leitura do capítulo 8 (FIGURA 19), do livro "Os problemas da família Gorgonzola". Decidi retomar esse livro porque achei que os professores se interessam bastante por ele no primeiro encontro.

Figura 21 - Capítulo 8 do livro "Os problemas da família Gorgonzola".



Fonte: FURNARI, p. 14, 2005).

Como era uma questão aparentemente simples, todos, responderam que o total das três pizzas era trinta reais e por isso cada um pagou quinze reais. Para a pergunta sobre o nome da pizzaria a sugestão de uma professora foi "Pizzaria Bafão" e as sugestões para os sabores de pizza foram: pizza de chulé, pizza bafo de onça e pizza dos horrores.

Após esse momento falamos um pouco sobre como surgiu a pizza e uma das professoras contou sobre o surgimento da pizza Marguerita. E assim iniciei a segunda etapa desse encontro apresentando a situação de semirrealidade:

Imagine que você fará a comemoração do seu aniversário em uma pizzaria. Mas, a pizzaria só aceita 20 convidados para não tumultuar o ambiente e ainda restar mesas disponíveis para outros clientes.

Essa atividade continha um cardápio fictício de uma pizzaria para que os professores pudessem analisar quantas pizzas seriam necessárias para servir os 20 convidados.

Figura 22 - Cardápio fictício de uma pizzaria

Pizzas

01 - Atum
Mofo, mussarela, atum, tomate, cebola, azeitona, orégano

02 - Bacon
Mofo, mussarela, bacon, tomate, azeitona, orégano

03 - Baiana
Mofo, mussarela, presunto, calabresa, bacon, pimenta, cebola, azeitona, orégano

04 - Calabresa
Mofo, mussarela, calabresa, cebola, azeitona, orégano

05 - Frango
Mofo, mussarela, frango, azeitona, orégano

06 - Frango com Catupiry
Mofo, mussarela, frango, catupiry, azeitona, orégano

07 - Filé com Catupiry
Mofo, mussarela, filé, catupiry, tomate, azeitona, orégano

08 - Filé com Rúcula
Mofo, mussarela, filé, rúcula, azeitona, orégano

09 - Lombo Canadense
Mofo, mussarela, lombo, palmito, tomate, manjerição, azeitona, orégano

10 - Marguerita
Mofo, mussarela, milho verde, creme de leite, azeitona, orégano

11 - Milho Verde
Mofo, mussarela, milho verde, creme de leite, azeitona, orégano

12 - Moda da Casa
Mofo, mussarela, milho, tomate, catupiry, bacon, azeitona, orégano

13 - Mussarela
Mofo, mussarela, tomate em rodela, azeitona, orégano

14 - Napolitana
Mofo, mussarela, tomate, parmesão, azeitona, orégano

15 - Palmito
Mofo, mussarela, palmito, azeitona, orégano

16 - Palmito com Catupiry
Mofo, mussarela, palmito, catupiry, azeitona, orégano

17 - Portuguesa
Mofo, mussarela, milho, ervilha, ovo, calabresa, cebola, azeitona, orégano

18 - Quatro Queijos
Mofo, mussarela, provolone, queijo prato, caprã

19 - Salaminho ao Catupiry
Mofo, mussarela, salaminho italiano, cebola, catupiry, orégano

20 - Sanduba
Mofo, mussarela, palmito, milho, tomate, calabresa, creme de leite, tomate, coberto com mussarela, orégano

21 - Strogonoff
Mofo, mussarela, palmito, champignon, filé, creme de leite, azeite, orégano

Pizzas Doces

01 - Califórnia
Creme de leite, mussarela, abacaxi, péssago, banana, mel, figo, caramelo, cereja

02 - Banana
Creme de leite, mussarela, banana, canela, cereja

03 - Chocolate
Creme de leite, mussarela, chocolate, cereja

04 - Prestígio
Creme de leite, mussarela, chocolate, coco ralado, cereja

05 - Romeu e Julieta
Creme de leite, mussarela, goiabada, cereja

06 - Brigadeiro
Creme de leite, mussarela, brigadeiro, chocolate, granulado, cereja

Lanches

01 - X-Salada ----- R\$ 5,00
Pão, hambúrguer, maionese, presunto, mussarela, alface, tomate

02 - X-Burger ----- R\$ 4,50
Pão, hambúrguer, mussarela, presunto

03 - X-Egg ----- R\$ 6,00
Pão, hambúrguer, tomate, alface, presunto, mussarela, ovo

04 - X-Bacon ----- R\$ 6,50
Pão, tomate, alface, hambúrguer, presunto, mussarela, bacon, ovo

05 - X-Filé ----- R\$ 8,00
Pão, tomate, alface, presunto, mussarela, filé

06 - X-Bagunça ----- R\$ 8,00
Pão, hambúrguer, ovo, presunto, mussarela, bacon, catupiry, tomate, alface, salicócia, milho

07 - X-Tudo ----- R\$ 8,00
Pão, presunto, mussarela, hambúrguer, ovo, bacon, ervilha, milho verde, calabresa, salicócia, catupiry, alface, tomate

08 - Frango ----- R\$ 8,00
Pão, filé, frango, presunto, mussarela, alface, tomate

OPÇÕES DE BORDA

Calabresa ----- 2,00 R\$
Bacon com catupiry ----- 2,00 R\$
Frango com Catupiry ----- 2,00 R\$

Mussarela com presunto ----- 4,00 R\$
Goiabada com Catupiry ----- 4,00 R\$

Bordas

Borda de Chocolate ----- 4,00 R\$

Valores das Pizzas

Pequena ----- R\$ 15,00
Média ----- R\$ 18,00
Grande ----- R\$ 20,00
Extra Grande ----- R\$ 25,00
Metro s/ Borda ----- R\$ 40,00
Metro c/ Borda ----- R\$ 50,00

Bebidas

Refrigerante Lata ----- R\$ 2,00
Refrigerante 600 ml ----- R\$ 3,00
Refrigerante 2 It ----- R\$ 5,00
Cerveja Lata ----- R\$ 2,50

Marmitas

Ligue 88 98863-1004

Fonte: retirado da internet.

Mas, para analisar quantas pizzas seriam necessárias, a atividade apresentava a seguinte condição.

De acordo com o cardápio a pizzaria tem opções de pizza pequena, média, grande e extragrande. A pizza pequena tem 4 fatias, a média tem 6 fatias, a grande tem 8 fatias, a extra grande 12 fatias e a pizza de metro tem 30 fatias. Em média cada convidado come quatro fatias de pizza e bebe três copos de refrigerante de 200mL.

Nesse encontro optei em organizar os professores em três grupos com quatro pessoas para potencializar as discussões. Dessa forma, cada grupo optou por pizzas de tamanhos

diferentes para servir 80 pedaços de pizza aos convidados, visto que cada convidado comeria, em média, quatro pedaços de pizza (FIGURA 21).

Figura 23 - Divisão das pizzas

a)

$\begin{array}{r} 20 \\ \times 4 \\ \hline 80 \end{array}$	2 pizza metro 60 fatias
	1 pizza grande 08 "
	1 " extra 04 "
	1 " extra 12 "
	80 fatias

b)

$\begin{array}{r} 20 \\ \times 4 \\ \hline 80 \end{array}$	20 pizzas pequenas	1 pizzas XG
	10 pizzas grandes	3 pizzas de metro
	13 pizzas médias	

c)

refrigerante de 200mL.

1) Quantas pizzas seriam necessárias para servir todos os convidados da festa?

20 convidados = $20 \times 4 = 80$ fatias

$$\begin{array}{r} 80 \\ - 80 \\ \hline 00 \end{array}$$

10 pizzas grandes

A pizza que compensa é com borda ou sem borda. De Metro (3 pizzas metro c/ borda)

2) Quantos litros de refrigerante seriam necessários para servir todos os convidados?

preço da fatia:

2 pizzas de m + 1 extra grande

não

Fonte: A autora.

Legenda: a) Resolução do grupo 1 para a divisão das pizzas.

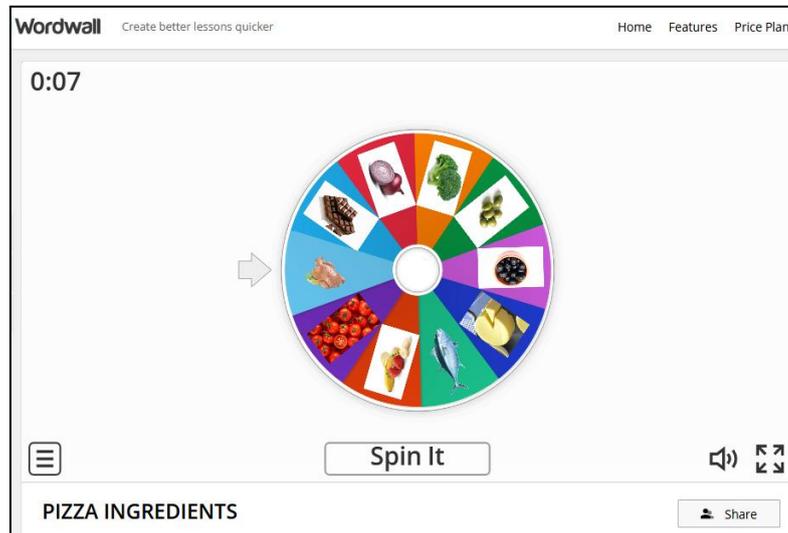
b) Resolução do grupo 2 para a divisão das pizzas.

c) Resolução do grupo 3 para a divisão das pizzas.

Depois, na segunda questão, os/as participantes foram convidados a calcular a quantidade de litros de refrigerante que seria necessária para servir 20 convidados. Nessa pergunta, tivemos uma única resposta que foi 12 litros ou 6 garrafas de 2 litros. Na terceira questão, todos foram convidados a montar três cardápios diferentes, da seguinte maneira: um econômico, um mediano e outro mais caro. Sendo que, todo cardápio deveria ter ao menos dois sabores diferentes e uma opção vegana. Mas, a quantidade de sabores é ilimitada. Para a escolha dos sabores das pizzas decidi utilizar o jogo "Pizza Ingredientes" (FIGURA 22) que está disponível gratuitamente na página do Wordwall. Nesse jogo, cada participante gira a roleta e ela determina o sabor que a pizza deve conter. Além disso, cada jogador pode escolher a opção de ocultar o ingrediente selecionado pela roleta ou não. O objetivo do jogo nessa questão da atividade era estimular a criatividade na montagem dos cardápios, já que

todos tinham muita familiaridade com pizza. Uma das professoras relatou que tinha trabalhado em uma pizzaria antes de ser professora.

Figura 24 - Jogo "Pizza Ingredientes"



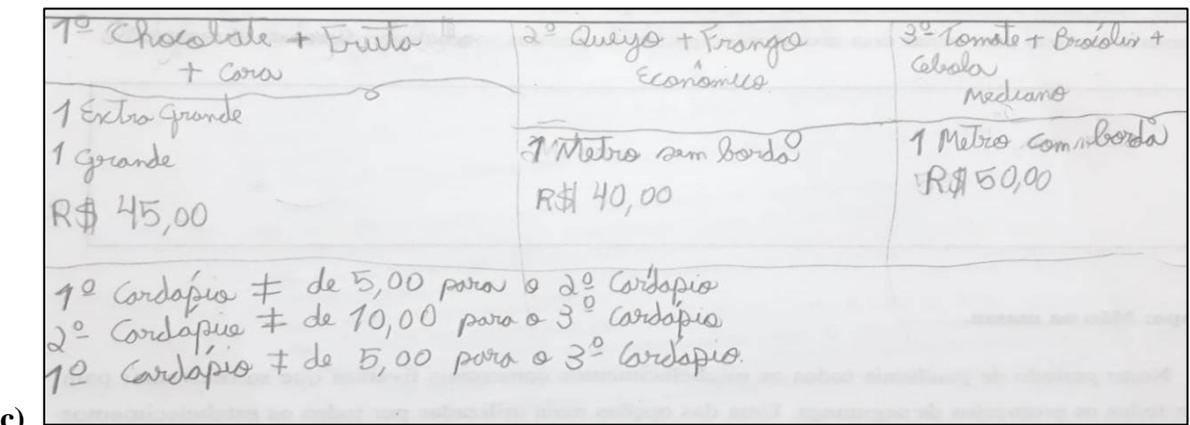
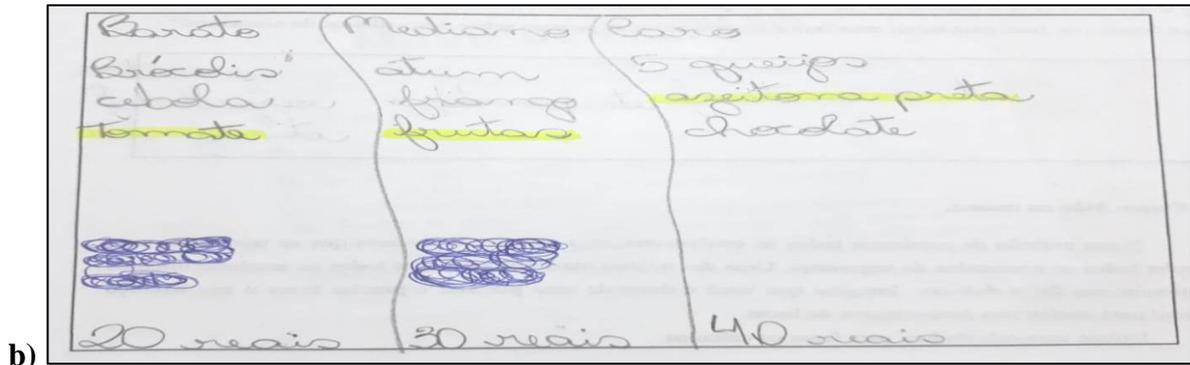
Fonte: Página Wordwall

Essa questão foi a que gerou mais discussão, porque como os cardápios deveriam ser montados de acordo com a classificação de econômico, mediano e caro, além de ser um vegano as possibilidades eram muitas. Dessa forma, uns optaram por colocar uma pizza por cardápio enquanto outros optaram por três pizzas por cardápio (FIGURA 23). Isso gerou uma grande discussão em um grupo porque duas integrantes optaram por uma pizza por cardápio, enquanto duas optaram por três pizzas por cardápio. Elas chegaram a me perguntar quem estava certa e eu respondi que o cardápio era para atender os 20 convidados da festa, então quem estivesse disposto a pagar mais colocaria mais pizzas em seu cardápio.

Figura 25 - Cardápio de pizzas

a)

Econômico (8 fatias)	Mediano (8 fatias)	Caro (8 fatias)
- Frango/queijo prata 28,00	- Frango/bocon 40,00	- Cebola caramelizada com calabresa 30,00
- Bacião/queijo 28,00	- 4 queijos 40,00	- Cominho/cogumelos/queijo 45,00
- Atum/queijo 28,00	- Tomate seco 45,00	- Brócolis de banana 37,00
Econômico p/ mediano ± 10,00		
Mediano p/ caro ± 40,00		
Econômico p/ caro ± 50,00		



Fonte: A autora.

Legenda: a) Cardápio grupo 1.

b) Cardápio do grupo 2.

c) Cardápio do grupo 3.

Durante esse questionamento, foi possível observar como as professoras ainda estão apegadas ao paradigma do exercício, no qual um exercício tem apenas uma resposta correta. Era possível observar em suas expressões faciais que elas não estavam contentes de terem escrito respostas diferentes. Sendo assim, nessa atividade me senti totalmente na zona de risco porque não dava para prever o que cada grupo iria escrever e quais as perguntas que poderiam surgir.

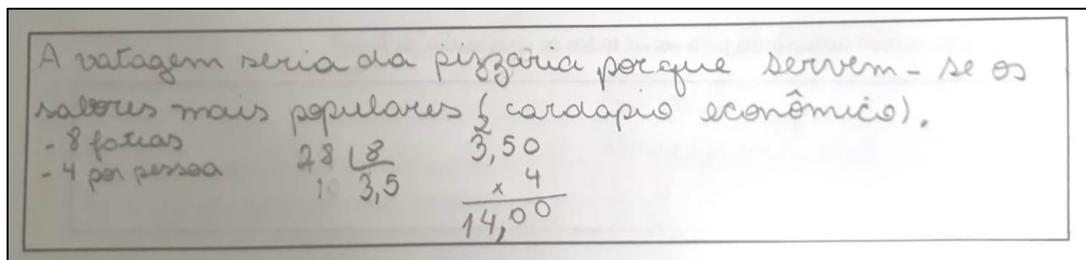
Outra situação que me chamou bastante a atenção foi um relato de uma professora:

Francisca: "Quando eu dei aula no segundo ano desenvolvi uma atividade parecida com essa. Eu montei o cardápio de uma pizzaria fictícia com os sabores que os alunos foram falando e coloquei o preço igual um cardápio de uma pizzaria daqui. Depois os alunos responderam perguntas do tipo qual a pizza mais cara, qual a diferença entre uma pizza e outra... Naquela época achei que atividade foi muito boa que ela era bem investigativa. Hoje olhando pra de hoje vi que ela não era nada investigativa porque as perguntas tinham uma única resposta e eu já dei quase tudo pronto".

Após a criação dos cardápios dei continuidade na atividade investigativa convidando aos grupos que respondessem as três perguntas seguintes. No entanto, já estava quase perto das 19hs e os professores de um grupo precisaram se retirar para ir trabalhar, então a atividade se desenvolveu apenas com dois grupos.

- 1) A pizzaria ofereceu uma possibilidade de que seja realizada um rodízio. Nesse rodízio, não haveria limitação de quantidade de fatias por cada um e nem da quantidade de refrigerante. O valor cobrado nessa oferta seria de R\$ 49,00 por pessoa. Você acha que a opção de rodízio seria mais vantajosa para quem (pizzaria ou clientes)? Por quê? (utilize cálculos matemáticos para elaborar seu argumento).

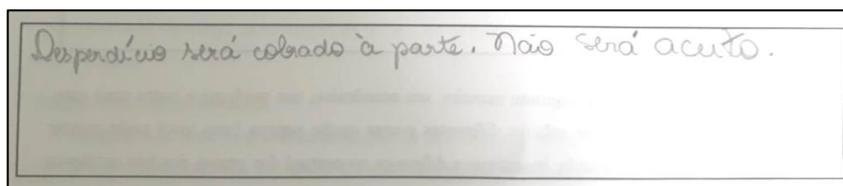
Figura 26 - Resposta 4



Fonte: A autora.

- 2) Estima-se que 22% das fatias de pizzas de um rodízio acabam sendo desperdiçadas. Quanto de pizza teria sido desperdiçado se o grupo tivesse optado por escolher o rodízio? Qual valor em reais isso representa?

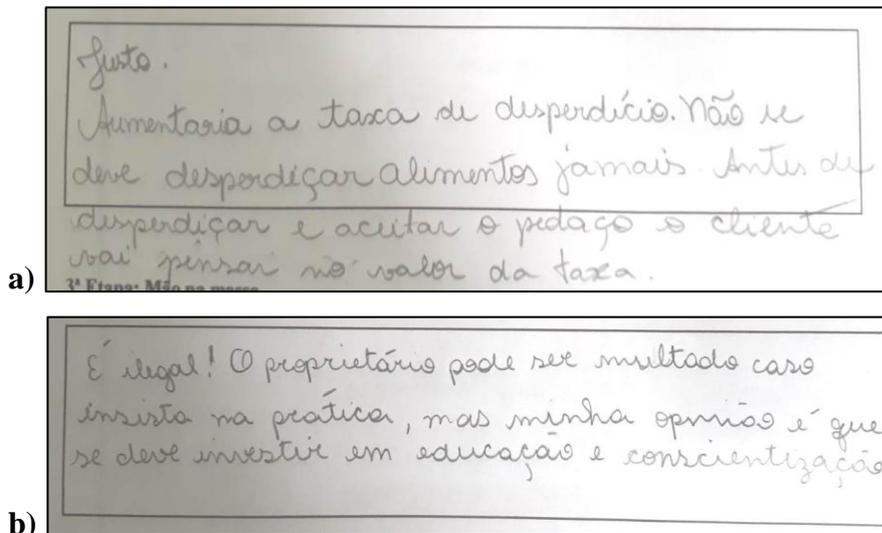
Figura 27 - Resposta 5



Fonte: A autora.

- 3) O que você acha a respeito das taxas de desperdício que muitos restaurantes cobram? O que você acha que deveria ser feito para evitar essa taxa e conscientizar as pessoas sobre desperdícios de alimentos?

Figura 28 - Resposta 6



Fonte: A autora.

Legenda: a) Resposta do grupo 1; b) Resposta do grupo 2.

Para finalizar realizamos a socialização das respostas e muitos falaram que acharam a atividade difícil e que limitar os sabores das pizzas poderia reduzir a dificuldade. O caderno de acompanhamento (ANEXO C), utilizado nesse encontro foi elaborado para dois encontros, por isso a atividade investigativa se encerrou na terceira questão do caderno de acompanhamento. Dessa forma, o desenvolvimento das outras atividades será relatado no quinto encontro.

Como o terceiro encontro foi muito animador as professoras chegaram empolgadas para fazer a inscrição no curso de formação para obtenção do certificado, mas quando elas perceberam que seria um cenário para investigação sem material manipulável como o anterior, notei que as participantes perderem um pouco a animação. Me senti na zona de risco quando todas as professoras começaram a perguntar se estava certo ou errado as respostas delas, porque naquele momento não haveria cardápio certo ou errado.

Quinto encontro

Nesse encontro tivemos a ausência de quatro professores porque houve uma reunião na escola onde os mesmos trabalham e eles não conseguiram dispensa. Além disso, a sala que utilizamos para a realização dos encontros anteriores estava ocupada para uma reunião, por isso fizemos o encontro na biblioteca na escola. Devido à estas duas situações, organizei as professoras presentes em dois grupos e continuei a atividade da pizza que teve início no encontro anterior, a partir da 3ª etapa (ANEXO D).

3ª Etapa: Mão na massa.

Nesse período de pandemia todos os estabelecimentos comerciais tiveram que se reinventar para atender todos os protocolos de segurança. Uma das opções mais utilizadas por todos os estabelecimentos gastronômicos foi o *delivery*. Imagine que você é dono de uma pizzeria e precisa fazer o seu balanço mensal para avaliar sua porcentagem de lucro.

A proposta dessa atividade era a de investigar os gastos e os lucros quando se é o proprietário de uma pizzeria. Nesse contexto a primeira coisa que as "supostas proprietárias" de uma pizzeria deveriam investigar eram os custos para se produzir uma pizza. Como o tempo dos encontros estava bem apertado, decidi apresentar uma receita de pizza (Figura 23) pronta para facilitar na seleção dos ingredientes e na análise dos preços. Dessa forma, iniciamos as investigações com a leitura da receita de pizza Margherita.

Figura 29 - Receita de pizza Margherita

- PIZZA MARGHERITA -

INGREDIENTES PARA A MASSA

- 250G DE FARINHA DE TRIGO
- 5G DE FERMENTO BIOLÓGICO SECO INSTANTÂNEO
- 1 COLHER (CHÁ) DE SAL
- 1/2 COPO DE ÁGUA MORNIA

INGREDIENTES PARA O RECHEIO

- 120G DE QUEIJO PARMESÃO RALADO*
- 2 COLHERES (SOPIA) DE MOLHO DE TOMATE
- 1 COLHER (SOPIA) DE AZEITE
- 250G DE MUSSARELA DE BÚFALA
- 12 FOLHAS DE MANJERICÃO

Rende: 8 pedaços

- MODO DE PREPARO -

1. Misture a farinha, o sal e o fermento.
2. Acrescente a água morna e misture a massa com as mãos.
3. Transfira a massa para uma superfície lisa e comece a sovar.
4. Divida a massa em dois, coloque cada parte em um saco plástico e deixe descansar por duas horas.
5. Abra as duas partes de massa e coloque em duas assadeiras diferentes, enquanto deixa o forno pré-aquecendo a 200°C.
6. Sobre as pizzas, espalhe o molho de tomate e o azeite, acrescente o queijo parmesão e adicione a mussarela de búfala. Finalize o recheio com manjericão.
7. Leve ao forno por aproximadamente 10 minutos e retire para saborear!

Receiteira

Fonte: Site Receiteira.

Após a leitura da receita, as professoras começaram a preencher a tabela (ANEXO D) com os ingredientes, os valores e a quantidade necessária para produção dessa pizza. Nessa tabela também havia uma coluna denominada unidade que deveria ser preenchida com a unidade de medida que seria utilizada para compra de cada produto.

Figura 30 - Investigação dos custos para produção de uma pizza Margherita

Ingredientes	Unidade	Valor do produto	Quantidade utilizada na receita	Custo Unitário
MASSA				
farinha	Kg	4,59	250g	1,14
fermento	grama	1,89	5g	0,94
água	l	10,00	100ML	0,0005
sal	kg	2,97	4g	0,01
CUSTO TOTAL DE CADA MASSA				2,10
MOLHO				
molho pronto	unidade	2,89	30ML	0,43
CUSTO UNITÁRIO DO MOLHO				0,43
Recheios				
queijo	K	129,00	100g	15,48
mozzarella de búfalo	K	150,00	200g	30,00
azeite	ML	29,00	15ML	0,43
manjeriça	unidade	4,49	12g	0,30
CUSTO UNITÁRIO DO RECHEIO				46,03
				R\$ 48,54

Fonte: A autora.

Para preencher essa tabela, as professoras perguntaram se poderiam utilizar panfletos de supermercados da região, porque elas acompanham as ofertas desses supermercados pelo aplicativo do celular, para realizarem suas compras mensais.

Figura 31 - Professoras preenchendo a tabela utilizando o aplicativo do celular.



Fonte: A autora.

Essa atividade se tornou investigativa para as professoras quando elas começaram a preencher a tabela e perceberam que precisavam analisar mais variáveis do que imaginavam. E assim, começaram a surgir os questionamentos:

Ângela: *"Esse supermercado é atacado ou varejo? Porque se for no atacado vai ficar mais barato."*

Lúcia: *"Quantas gramas tem uma colher de chá?"*

Tereza: *"Cinco gramas."*

Helena: *"A água não precisa colocar como custo porque pega no filtro então não paga."*

Tereza: *"Paga sim porque a água vem da rua e tem um custo."*

Outro questionamento que se tornou intrigante foi sobre a compra do manjericão.

Eliana: *"Como comprar manjericão? É por maço?"*

Fátima: *"Os alunos vão pensar em maço de cigarro."*

Eliana: *"Mas no mercado vende por unidade igual couve."*

Ângela: *"Podemos plantar! Na pizzaria que eu trabalhava tinha vasos com temperos."*

Nesse momento intervi e informei que a coluna "unidade" foi colocada na tabela com o intuito de gerar discussões sobre as medidas de capacidade e medidas de massa. Para que possamos compreender como é importante apresentarmos aos estudantes outras medidas não convencionais como o maço, por exemplo. Além da alternativa de se plantar os temperos em vasos como uma experiência para os estudantes. Então, relatei uma experiência pedagógica que realizei com uma turma de crianças de 5 anos que plantaram sementes de salsinha em uma garrafa pet.

Quando Tereza terminou de preencher a tabela ela me questionou sobre o valor do gás que não foi inserido na tabela de gastos. Então, antes mesmo que eu respondesse, Ângela tomou a palavra e disse: *"A tabela representa só os gastos alimentícios da pizza. O gás será cobrado junto com os outros gastos da pizzaria. Todos os gastos são pensados e cobrados no valor de venda da pizza"*.

Após o preenchimento da tabela e o cálculo do custo de uma pizza, os grupos começaram a investigação sobre o preço final da pizza, quando a mesma é colocada a venda na pizzaria (FIGURA 32).

Figura 32 - Professoras trabalhando na atividade investigativa.

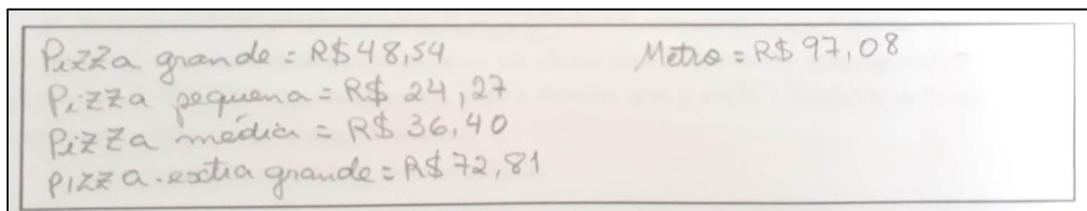


Fonte: A autora.

Nessa etapa do cenário para investigação, os grupos precisaram responder três perguntas:

- 1) De acordo com as suas anotações na tabela acima, investigue qual o custo para o preparo das modalidades de pizza: pequena, média, grande, extra grande e de metro.

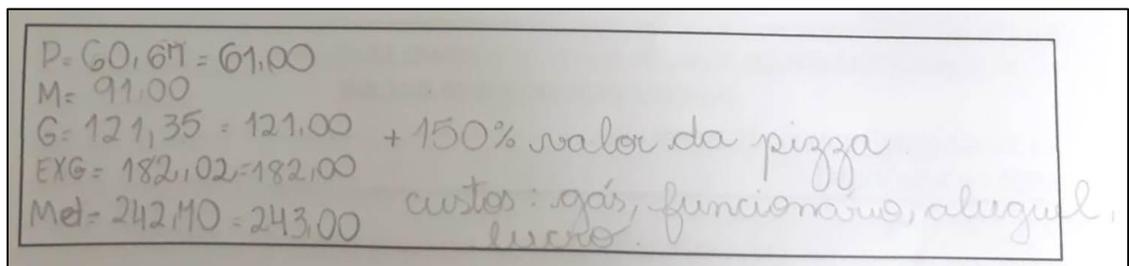
Figura 33 - Resposta 1.



Fonte: A autora.

- 2) Para o preço de venda, qual porcentagem você considera ser vantajosa para o cliente e para o estabelecimento? Calcule então o valor de venda de cada pizza do seu cardápio.

Figura 34 - Resposta 2.

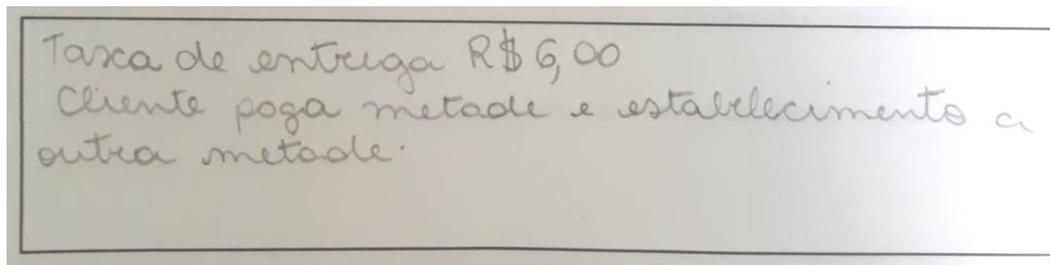


Fonte: A autora.

Nessa questão o grupo só calculou o custo de cada pizza no geral porque disseram que já estavam cansadas para calcular o valor de cada pizza do cardápio delas.

- 3) Com o aumento do preço da gasolina é quase impossível não cobrar taxa de entrega. Qual seria o melhor valor que poderia ser cobrado pela taxa de entrega, que deixaria o cliente menos insatisfeito.

Figura 35 - Resposta 1.



Fonte: A autora.

Infelizmente nessa etapa da investigação não consegui comparar as respostas dos dois grupos, pois o outro grupo não terminou a tempo. Pelo fato dos outros professores não terem participado e também pelas datas do cronograma do curso, dei por encerrada essa atividade. Senti que esse cenário para investigação seria mais promissor se todos os professores estivessem presentes, pois teria agrupado os professores em três grupos e as discussões das respostas teria sido mais interessante. Observei que as professoras estavam desmotivadas pela ausência dos outros participantes e esse cenário para investigação foi como cumprir uma obrigação. Até mesmo as respostas no caderno de acompanhamento foram curtas e pouco construtivas. Portanto, assim como os estudantes são motivados na sala de aula pelo diálogo e pela competição, observei que os professores também. Por conseguinte, sem os outros participantes, os professores presentes perderam um pouco do diálogo e a competição que seria construída entre os grupos através da criação de pizzarias fictícias perdeu a graça.

Quinto e sexto encontro

O quinto e o sexto encontro foram de planejamento, nos quais as professoras se organizaram e planejaram um cenário para investigação que seria desenvolvido por elas em suas turmas (Figura 34). As professoras decidiram utilizar apenas um notebook para digitação do caderno de acompanhamento que seria utilizado durante o desenvolvido da atividade, pois

do ponto de vista delas era mais fácil todas sugerirem ideias e apenas uma digitar a opinião final.

Figura 36 - Planejamento do cenário para investigação.



Fonte: A autora.

Desde o início do planejamento da atividade eu sugeri que elas se organizassem em duplas para que pudéssemos elaborar mais de um cenário para investigação e assim analisar as aplicações de diferentes perspectivas. Porém, a diretora da escola onde elas trabalham impôs que a atividade fosse igual para todas as turmas e também fosse aplicada no mesmo horário. Assim, todas desenvolveram o mesmo cenário para investigação. Essa ação obstruiu a tentativa de desenvolver diferentes cenários para investigação, pensando na demanda de cada professora.

Como os jogos da Copa do Mundo de futebol começariam no mês de novembro de 2022, o grupo decidiu que seria interessante desenvolver um cenário para investigação que fosse voltado para essa temática. Sendo assim, elas decidiram criar uma atividade sobre geometria plana a partir das bandeiras de alguns países que participariam da copa do mundo (Anexo E).

O principal objetivo desse cenário para investigação era investigar as semelhanças e as diferenças entre as figuras geométricas planas como o quadrado, o retângulo, o triângulo, o círculo e o losango. Para que, ao final da investigação, os alunos pudessem construir juntos uma definição para essas figuras geométricas.

Como a atividade de investigação resultaria em definições, era preciso saber se as professoras dominavam esses conceitos, por isso perguntei ao grupo qual era a definição de um círculo.

Ângela: *"Um círculo é um círculo ué. Um círculo é esse ventilador!"*

Pesquisadora: *"Sim, um círculo é esse ventilador. Mas, como eu sei que esse ventilador é um círculo?"*

Ângela: *"Porque a gente sempre mostra as figuras para as crianças e fala qual é o círculo, qual é o quadrado, qual é o retângulo."*

Pesquisadora: *"Então como eu sei que um quadrado não é um círculo?"*

Clarinda: *"Porque o círculo é redondo e o quadrado é quadrado."*

Pesquisadora: *"Então como eu sei, o que é um quadrado e o que é um retângulo?"*

Ângela: *"Porque quadrado é quadrado e retângulo é retângulo."*

Francisca: *"Porque o quadrado tem os lados iguais e o retângulo não."*

Pesquisadora: *"Mas será que os alunos sabem disso? E voltando para o círculo, qual a diferença entre o círculo e o quadrado?"*

Eliana: *"Porque o quadrado tem 4 lados e o círculo não tem lado."*

Pesquisadora: *"Então podemos definir o círculo como uma figura geométrica plana que não tem lado?"*

Todas: *"Podemos."*

Ângela: *"Nossa! Isso embanana a cabeça da gente."*

Pesquisadora: *"É porque desde o período da nossa escolarização e depois na faculdade, sempre recebemos as coisas prontas. O círculo é um círculo porque eu estou mostrando a figura e estou dizendo que é. Sempre foi assim, então não estamos acostumadas a pensar de outra forma. Estamos sempre acostumadas a dar tudo pronto desde a educação infantil."*

Francisca: *"Mas então isso que estamos fazendo é investigar ou observar?"*

Pesquisadora: *"O que vocês acham é investigar ou observar?"*

Fátima: *"Pra mim é observar porque nós estamos olhando para o ventilador."*

Pesquisadora: *"Então qual é a diferença entre observar, comparar e investigar?"*

Ângela: *"Observar é quando eu olho um objeto."*

Tereza: *"Comparar é quando eu tenho duas coisas e vou analisar suas características."*

Pesquisadora: *"E investigar?"*

Todas: *"É isso que estamos fazendo."*

Pesquisadora: *"Isso mesmo. Pra gente investigar primeiro precisa observar e depois comparar. Os três processos estão interligados. Não existe investigação sem comparação e observação."*

Francisca: *"É muito difícil criar um cenário para investigação porque precisa pensar em muita coisa. A maioria das atividades que a gente faz fica só na observação, principalmente dos objetos que tem na sala de aula. Eu confesso que montando esse caderno*

de acompanhamento estou sentindo dificuldade para escrever as perguntas que seja de investigação."

Esse trecho traz indícios de como o ensino ainda está focado na transmissão dos conteúdos e pouco se fala em investigação. Mas, talvez isso aconteça porque a formação inicial dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental esteja deixando de lado o estudo de definições matemáticas.

Durante esses dois encontros de planejamento as professoras relataram que esse tipo de atividade demanda muito tempo e que o conteúdo que elas precisam cumprir é muito extenso, então, para elas, não dá tempo de planejarem e aplicarem um cenário para investigação no dia a dia. Além disso, a equipe diretiva da escola cobra demais e fala que não tem como ficar imprimindo atividade porque já tem o livro didático. Essa ação é uma outra obstrução que impede o desenvolvimento de cenários para investigação.

Outra reclamação foi que para as mudanças acontecerem é preciso que todos estejam envolvidas e no caso das duas escolas pouquíssimos foram os professores que se comprometeram a fazer o curso. Então, como planejar um cenário para investigação no módulo se os outros professores não sabem o que é um cenário para investigação? No entanto, a coordenadora pedagógica pediu às professoras que participaram do curso de formação continuada que relatassem a equipe no módulo como estava sendo o curso. Mas, elas se recusaram alegando que o curso era aberto a todos e que cabe a cada um buscar os seus interesses.

Chapman (2008), realizou uma pesquisa com 15 professores de Matemática em formação inicial e solicitou aos mesmos que planejassem atividades investigativas para estudantes do ensino secundário. A partir dessa experiência Chapman (2008) concluiu que é improvável um professor implementar um ensino investigativo apenas planejando ou "imaginando" atividades investigativas. E se caso o fizerem será de forma superficial. No entanto, as propostas de planejamento são o primeiro exercício de uma mudança de postura, pois remete a reflexão e o pensamento de possibilidades para um ensino investigativo. E o mais importante, os professores em formação inicial tiveram a chance de vivenciar essa experiência, assim como aconteceu no curso de formação continuada. As professoras tiveram a chance de vivenciar a experiência de criar um cenário para investigação. Portanto, esses dois encontros de formação continuada possibilitaram "reflecting critically on how things are as well as in imagining and reflecting critically on how things might be" (CHAPMAN, 2008, p.86). De acordo com Lima (2022), a imaginação pedagógica pode contribuir na formação de professores na medida permite ao professor explorar possibilidades para situações de sua sala

de aula e buscar mudanças. Mesmo que essas mudanças sejam pequenas, elas podem gerar grandes transformações na vida social do estudante.

Esses dois encontros de formação foi uma experiência muito rica e queria ter tido mais tempo de planejar outros encontros de formação para discussão de definições matemáticas. Observei que nós professores que ensinam matemática estamos muito vazios de definições e, mesmo assim, agimos como se soubéssemos o suficiente. Infelizmente poucos querem se abrir para novas oportunidades de construção de conhecimento.

Sétimo encontro

O sétimo encontro foi o desenvolvimento do cenário para investigação pelas professoras que frequentavam o curso e trabalhavam na escola A. Como eram 6 turmas que iriam participar da atividade a diretora pediu para as professoras que levassem os alunos para a quadra da escola. Como já tinha entregue o caderno de acompanhamento impresso para as professoras, elas organizaram os alunos em roda e iniciaram o primeiro momento que era a troca de figurinhas do álbum da copa.

Como a atividade do cenário para investigação estava relacionada com a Copa do Mundo as professoras convidaram os alunos a levarem um álbum e as figurinhas para trocar as figurinhas repetidas entre eles. Esse primeiro momento seria um incentivo para que os alunos aceitassem o convite para a investigação (FIGURA 37). O cenário para investigação que envolvesse geometria também foi uma maneira de sanar as dúvidas sobre as formas geométricas, já que as professoras observavam que os alunos estavam com muita dificuldade nesse conteúdo e as professoras ainda não tinham desenvolvido nada relacionado a geometria o ano todo.

Figura 37 - Desenvolvimento do cenário para investigação

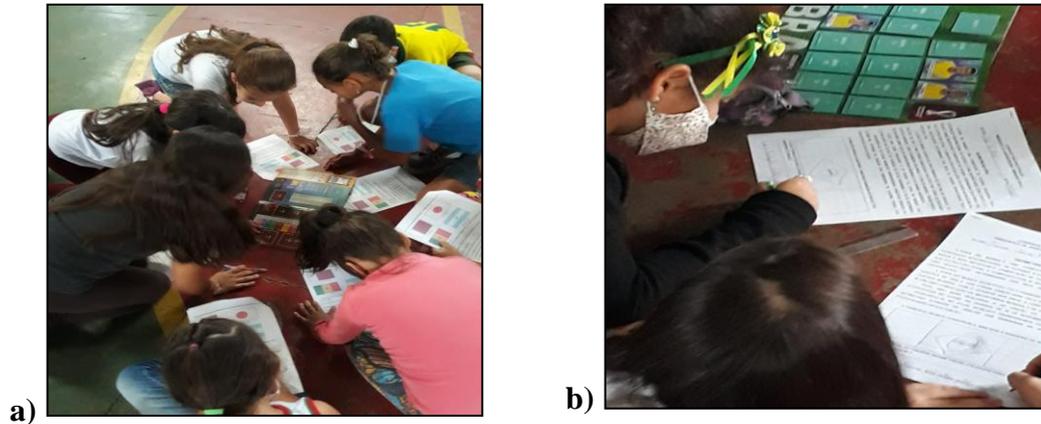


Fonte: A autora.

Após a troca de figurinhas as professoras explicaram a primeira folha do caderno de acompanhamento e os alunos desenharem a bandeira do Brasil. Notei que os alunos aceitaram o convite para a atividade investigativa quando se debruçaram sobre a atividade e começaram

a dialogar uns com os outros sobre a atividade. O álbum realmente foi um material que os alunos utilizaram bastante para observar as bandeiras dos países, inclusive a do Brasil.

Figura 38 - Alunos realizando a atividade investigativa



Fonte: A autora.

Legenda: a) Grupo de alunos observando o álbum de figurinhas e respondendo as perguntas.

b) Alunas desenhando a bandeira do Brasil.

O envolvimento das professoras também foi muito importante. Todas se dispuseram a auxiliar os alunos no chão, ajoelhando perto deles. Elas estavam a todo momento circulando ao redor dos grupos procurando orientá-los e uma professora até levou uma bandeira do Brasil para a quadra para facilitar a atividade de desenho, já que nenhum dos seus alunos estava com o álbum de figurinhas.

Figura 39 - Participação das professoras durante a investigação





c) Fonte: A autora.

Legenda: a) Professora Fátima orientando sua turma.

b) Professora Eliana incentivando seu aluno.

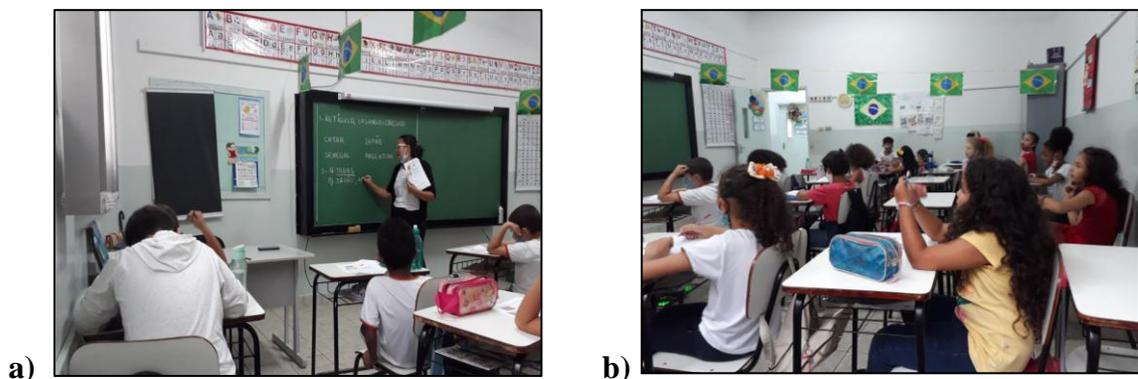
c) Professora Tereza observando seus alunos.

d) Professora Francisca explicando a atividade junto com a bandeira do Brasil.

Durante o desenvolvimento da atividade, começou a chover e o barulho dos pingos batendo no telhado da quadra agitou muito os alunos, então as professoras decidiram terminar a investigação na sala de aula. Nesse momento decidi acompanhar a professora Fátima do primeiro ano que estava com mais alunos.

Como era uma turma de primeiro ano e nem todos estavam lendo com fluência, a professora Fátima optou por fazer a atividade junto com os alunos, sendo ela a escriba das respostas dos alunos na lousa (FIGURA 36). Ela escreveu a palavra retângulo errado na lousa, mas optei por não falar a ela com medo de constrange-la, já que o objetivo principal da minha presença na sala não era a avaliar, mas observar o desenvolvimento do cenário para investigação elaborado por ela e as outras participantes.

Figura 40 - Desenvolvimento da atividade na sala da professora Fátima.



a)

b)

Fonte: A autora.

Legenda: a) Professora Fátima sendo escriba.

b) Turma da professora Fátima.

Durante a atividade, os/as estudantes foram muito participativos, fazendo a leitura das perguntas e também respondendo a todas com muito entusiasmo. Foi uma tarde muito prazerosa. No entanto, como mostra a figura 40, quando a professora Fátima retornou para a sala de aula com seus estudantes ela preferiu se manter em sua zona de conforto, assumindo o papel de escriba das respostas dos estudantes. O que tornou a atividade mais direcionada e menos investigativa.

No final da aula, a professora Fátima deu um depoimento que me deixou muito contente e mostrou o quanto é importante investir em formações que possibilitem aos professores "reciclar" e "atualizar" seus conhecimentos. Além disso, foi importante o planejamento do cenário para investigação em grupo para que todas as docentes pudessem participar das discussões sobre os conceitos matemáticos e construir novos conhecimentos. Esse momento de partilha trouxe mais segurança para as professoras no desenvolvimento do cenário para investigação.

Fátima: "Eu gostei muito dessa atividade. No início eu achei que não iria dá conta, mas agora depois do resultado foi muito gratificante. Eu gostei muito do curso também. No começo estava meio desanimada, mas depois o curso me surpreendeu. A gente estuda e depois esquece. O curso veio trazer coisas que a gente faz na sala de aula e não sabe o nome."

Apesar da professora Fátima ter realizado uma aula mais expositiva do que investigativa quando retornou para sala fiquei feliz com o seu relato, já que em todos os encontros seus comentários eram sempre negativos ao desenvolvimento de atividades investigativas. Sei que a postura do professor muda através de suas vivências e isso demanda tempo, mas foi gratificante observar as professoras na quadra envolvidas com os estudantes de forma mais próxima, sem o distanciamento natural que acaba existindo entre o professor e os estudantes.

Oitavo encontro

O oitavo encontro correspondeu ao desenvolvimento de um cenário para investigação na escola B. Nessa escola, apenas uma professora dos anos iniciais do ensino fundamental participou do curso de formação e por isso ela resolveu desenvolver o mesmo cenário para investigação que as outras professoras da escola A.

A professora Paula sempre foi mais contida durante os encontros do curso de formação e observava que ela se sentia um pouco solitária porque a realidade da escola B era

muito diferente da escola A. Por isso, ela tinha combinado de desenvolver a atividade de investigação com o apoio da estagiária Penélope que também havia participado de todos os encontros do curso de formação. No entanto, no dia da aplicação, a estagiária Penélope precisou substituir uma professora que havia faltado. No início, a professora Paula ficou meio insegura de desenvolver a atividade sozinha, mas aceitou o desafio. Antes de iniciar a aplicação ela me relatou que não trabalhou nenhum conteúdo relacionado à geometria com a sua turma porque a coordenadora pediu que no quarto ano, o foco fosse as quatro operações básicas. E mesmo sabendo que o cenário para investigação seria sobre geometria ela não antecipou nenhum assunto, pois queria avaliar o conhecimento geométrico deles.

Como seus estudantes não tinham levado o álbum de figurinhas da Copa do Mundo ela utilizou um que era da sua filha e por isso preferiu organizar os alunos em um semicírculo para que todos pudessem visualizar o álbum que estava em suas mãos. Depois, pediu a um aluno que lesse o texto de introdução e comentou alguns pontos mais importantes. Em seguida, pediu aos alunos que desenhasssem a bandeira do Brasil. Para facilitar a construção do desenho da bandeira do Brasil a professora Paula aproveitou uma bandeira de papel que estava colada na parede da sala.

Figura 41 - Atividade da primeira folha do caderno de acompanhamento elaborado pelas professoras.

GEOMETRIA NA COPA

A COPA DO MUNDO É UMA COMPETIÇÃO DE FUTEBOL REALIZADA PELA FEDERAÇÃO INTERNACIONAL DE FUTEBOL A CADA QUATRO ANOS. ESSE EVENTO É A MAIOR E MAIS IMPORTANTE COMPETIÇÃO DE FUTEBOL ORGANIZADA PELA FIFA E, EM SUA ESTRUTURA ATUAL, É COMPOSTO POR 32 SELEÇÕES. OS JOGOS ACONTECEM EM UMA NAÇÃO-SEDE DETERMINADA POR MEIO DE ELEIÇÃO ESTRUTURADA PELA PRÓPRIA FIFA.

A COPA DO MUNDO ACONTECEU PELA PRIMEIRA VEZ EM 1930, NO URUGUAI. AS EDIÇÕES DE 1942 E 1946 FORAM CANCELADAS PELA FIFA POR CONTA DA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL. COM O AVANÇAR DOS ANOS, A COPA DO MUNDO TRANSFORMOU-SE EM UMA COMPETIÇÃO DE IMPORTÂNCIA MUNDIAL E DE GRANDE AUDIÊNCIA.

ESTE ANO SERÁ REALIZADA A 22ª EDIÇÃO DA COPA DO MUNDO QUE ACONTECERÁ NO CATAR. NO PERÍODO DE 20 DE NOVEMBRO À 18 DE DEZEMBRO.

BASEANDO-SE NO ATUAL MOMENTO ABORDAREMOS CONCEITOS BÁSICOS DA GEOMETRIA ATRAVÉS DA ANÁLISE DAS BANDEIRAS DE ALGUNS PAÍSES QUE PARTICIPARÃO DESTA EDIÇÃO.

a)

A PRINCÍPIO IREMOS CONSTRUIR E ANALISAR A BANDEIRA DO NOSSO PAÍS .

1- QUAIS FORAM AS FIGURAS GEOMÉTRICAS UTILIZADAS PARA CONSTRUIR A BANDEIRA DO BRASIL?

b)

Fonte: A autora

Legenda: a) Texto da primeira página do Anexo E.

b) Atividade da primeira página do Anexo E.

No entanto, essa bandeira utilizada como exemplo não estava com as dimensões corretas. Por isso, quando a professora Paula questionou os estudantes sobre quais eram as figuras geométricas que compunham a bandeira do Brasil a primeira resposta foi o quadrado. A partir dessa resposta, a professora Paula fez outro questionamento: *"A bandeira do Brasil é um quadrado ou um retângulo? Essa bandeira está certa?"* Observei que os estudantes fizeram um momento de silêncio e permaneceram em dúvida.

Para explicar aos estudantes a diferença entre um quadrado e um retângulo a professora Paula pediu a um aluno que medisse com uma régua os lados da bandeira. A partir desse procedimento todos constataram que as medidas dos lados eram iguais, então aquela bandeira realmente era quadrada.

Figura 42 - Aluno medindo os lados da bandeira com a régua.



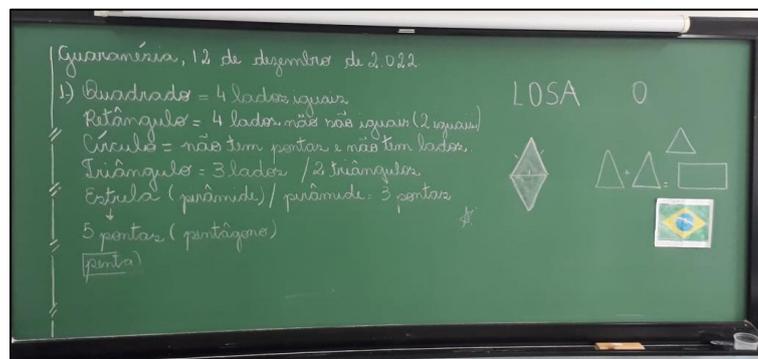
Fonte: A autora

Outra discussão bem interessante que aconteceu durante a aula foi a diferenciação entre um triângulo e um losango, isso se deu porque todos os alunos falaram que a parte

amarela da bandeira do Brasil era um triângulo. Durante essa discussão observei que a professora Paula ficou sem argumentos matemáticos para diferenciar o losango de um quadrado e, ao mesmo tempo, diferenciar o losango de um retângulo, já que os quatro lados do losango que estava na bandeira da lousa tinham os quatro lados iguais.

A partir dessa discussão foi possível pensar sobre quais são as características principais das figuras geométricas que compõem a bandeira do Brasil. Assim, como a professora Fátima fez com a sua turma, a professora Paula escreveu na lousa tudo que os alunos foram dizendo no decorrer da investigação.

Figura 43- Lousa com as anotações da professora Paula



Fonte: A autora

Esse cenário para investigação foi bastante conturbado porque durante a investigação os alunos receberam a visita do Papai Noel que entregou um saquinho com balas para cada aluno. Depois, os alunos foram para o intervalo e quando voltaram estava na hora de ir para a aula de informática. Assim, os alunos perderam o sentido da atividade quando retornaram para a sala de aula.

Observei que a professora Paula não recebeu apoio nenhum da escola durante o curso de formação e também no dia do desenvolvimento do cenário para investigação. Como a professora Paula era a única professora dos anos iniciais do ensino fundamental da escola B que se inscreveu para fazer o curso de formação, ela não teve como trocar experiências para a criação de um cenário para investigação e acabou aplicando um cenário para investigação que na minha opinião não estava condizente com a sua turma. Acredito que se a professora Paula estivesse mais envolvida no planejamento do cenário para investigação teria colhido mais frutos dos seus estudantes. Apesar que muitas vezes nos sentimos sozinhos na escola, querendo implantar ideais que parecem malucas para nossos colegas de trabalho, porém não podemos desanimar e desacreditar na mudança.

Nono encontro

O nono encontro foi o encerramento do curso de formação, sendo um momento para reflexões e troca de experiências sobre o desenvolvimento do cenário para investigação nas duas escolas. Além disso, nos encontros anteriores fizemos uma investigação sobre pizza e as professoras me pediram um dia de pizza como recompensa, então nesse último encontro preparei uma festinha de encerramento com pizzas, refrigerante e mini panetone de lembrancinha de Natal. No entanto, muitas professoras faltaram e ficaram sem responder o questionário final (Apêndice A) sobre sua experiência profissional, acadêmica e no curso de formação (FIGURA 43).

Figura 44 - Professoras respondendo o questionário



Fonte: A autora

No geral, todas as professoras disseram que gostaram de fazer o curso de formação e também de desenvolver a atividade com os alunos, mas relataram que a gestão da escola precisava participar também para renovar o conceito que elas têm de ensino e aprendizagem. Já que tudo que não envolve o livro didático e registro no caderno é só brincadeira.

A professora Francisca relatou que se sentiu na zona de risco quando os alunos não levaram o álbum de figurinhas no dia da aplicação, porque esse material iria atuar como agente motivacional da atividade. Ela falou que se sentiu aliviada quando misturou os seus alunos com os de outra sala que estavam com o álbum.

Outro fator externo que atrapalhou um pouco a investigação, segundo as professoras foi a chuva, pois o barulho tirou a atenção dos alunos da atividade e a professora Paula reclamou que não sabia que o Papel Noel visitaria a escola no dia da aplicação. Essa reclamação trouxe à tona outro problema que acontece muito nas duas escolas a falta de aviso prévia sobre acontecimentos esporádicos na escola. As professoras disseram que muitas vezes elas planejam uma atividade interessante e não tem como desenvolver porque tem uma palestra ou outro evento surpresa.

Em uma das escolas, outra reivindicação foi a quantidade de avaliações que precisam ser aplicadas por bimestre, sendo que, muita das vezes nem tem matéria suficiente para

elaborar a avaliação. Essa cobrança da gestão escolar sobre os professores e o excesso de avaliações prejudica o processo de ensino e transforma novas aprendizagens em revisão de conteúdos.

Como a maioria das professoras participantes do curso de formação estão em estágio probatório, notei que elas têm medo de expor seus sentimentos em relação ao que acontece na escola e, ao mesmo tempo, se sentem ameaçadas por conta de fofocas e represálias.

No final do encontro as professoras Francisca e Tereza disseram que queriam continuar os encontros no próximo ano porque gostaram muito. A professora Ângela falou que quando fosse a vez dela no mestrado que a minha presença seria obrigatória no seu curso de formação.

A professora Tereza foi a minha motivação desde o início desse curso de formação porque desde o primeiro momento em julho ela mostrou muito interesse em participar do curso. Inclusive nos encontros de formação do curso de inclusão oferecido pela rede municipal de educação, a qual também estou vinculada como professora, Tereza quando me via cobrava o retorno dos encontros. Eu agradei muito a ela por ser o anjo que não me deixou desistir quando tudo parecia dar errado. E também serei eternamente grata a todas as professoras que dispuseram um pouco do seu preciosíssimo tempo para aprendermos juntas sobre a criação de cenários para investigação.

Gratidão é a palavra que resume esse ciclo de formação continuada. Gratidão pelas amizades que construí, gratidão pelos ensinamentos apreendidos, gratidão a Deus por abrir as portas fechadas e me fortalecer a cada dia. Gratidão pelas dificuldades, pois elas me fizeram traçar novas rotas e acreditar mais nessa iniciativa de mudança.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para compreender a forma como professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, que participaram de um curso de formação continuada, colocam em ação o trabalho pedagógico com cenários para investigação em sua prática docente, nesta seção, discutiremos os três temas de análise estabelecidas neste estudo: *implicações para a prática docente a partir do curso de formação, fatores que influenciam no engajamento docente em práticas com foco em cenários para investigação e obstrução dos cenários para investigação.*

5.1 IMPLICAÇÕES PARA A PRÁTICA DOCENTE A PARTIR DO CURSO DE FORMAÇÃO

Quais poderiam ser as implicações para a prática docente a partir do curso de formação proposto da forma como fizemos? Nesta seção, apresentamos alguns elementos para contribuir nessa problematização. Isso será feito a partir da articulação de quatro sub-temas, construídos a partir de nossa análise: *a importância de vivenciar os cenários para investigação na formação continuada; produção do próprio material pedagógico; incentivo, desejo de renovar e buscar algo novo e discutir e refletir sobre a matemática e suas definições.*

Consideramos que os encontros de formação realizados em nossa proposta foram importantes para que professores e professoras *vivenciassem os cenários para investigação*. O primeiro cenário para investigação que os participantes vivenciaram foi sobre as regularidades da tabela pitagórica. Esse encontro foi como uma aula inaugural e os/as docentes tinham sido convocados para participar desse momento porque seria descontado como um módulo, como explicamos anteriormente. Por isso, foram organizados em grupos e nem todos estavam com o material impresso em mãos. O tempo de serviço dos docentes na rede municipal da cidade onde se localizava a escola A era muito variável, pois havia professores com menos de um ano de docência na rede e também professores quase se aposentando. Dessa forma, neste dia, percebemos certa relação entre a aceitação da atividade com o tempo de trabalho. Os docentes mais novos na rede aparentemente gostaram da ideia de iniciar a atividade de investigação a partir da leitura do capítulo 3 do livro "Os problemas da família Gorgonzola". Sentimos que muitos dos docentes com mais tempo na rede acharam uma "perda de tempo". Inclusive, ouvimos um relato de uma professora sobre isso: *"Eu acho que depois da pandemia o que as crianças precisam é aprender as quatro operações. Eles chegaram na escola sem saber nada.*

Sou professora de reforço e os meninos precisam decorar a tabuada, senão como vão fazer multiplicação. Se eles terminarem o quinto ano sabendo fazer as quatro operações, lendo e escrevendo está ótimo".

Percebemos que muitos destes professores acabaram participando apenas deste primeiro encontro. Acreditamos que essa resistência possa ter se dado pela “obrigatoriedade” imposta pela direção escolar em participar da formação. Mas, também houve professores que aparentavam ter menos tempo de experiência e muita vontade de participar. Uma professora, por exemplo, me procurou no fim desse encontro e disse: *"Eu vou participar do seu curso e não vejo a hora de saber o que mais você vai trazer"*. Este encontro abordava uma investigação sobre as regularidades da tabela pitagórica e algumas definições. Sem querer criar qualquer tipo de generalização, mas percebemos que professores com mais tempo de casa se mostraram, nesse encontro, bastante apegados ao paradigma do exercício, por isso era mais importante o decorar a tabuada. Após dois meses, quando fizemos a retomada do curso com a rerepresentação desse mesmo cenário para investigação, a nossa primeira discussão foi sobre a definição conceitual de resolução de problemas, cenários para investigação e projetos. O número de professoras era menor e assim todas se sentiram mais confortáveis em contribuir. No entanto, a maior parte da conversa foi sobre se os alunos deveriam ou não decorar a tabuada e por isso elas não responderam as perguntas que estavam no fim do questionário. Como o cenário para investigação era algo que elas já tinham vivenciado no encontro anterior achamos que o interesse foi menor e por isso elas perderam o foco da investigação.

Figura 46 - Professoras no segundo encontro do curso de formação



Fonte: A autora.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), a investigação matemática é um importante caminho para a aprendizagem matemática dos/das estudantes. Mas, para que professores e professoras que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental desenvolvam uma postura investigativa em relação à matemática, consideramos a necessidade de um estudo para reconhecimento do que já foi realizado por outros profissionais, a busca por recursos que podem favorecer o processo investigativo, a aprendizagem de novas práticas e a interação com outros profissionais em ambientes de formação e aprendizagem. Assim, a vivência dos participantes do estudo com cenários para investigação no curso de formação continuada pode ter favorecido aos participantes um “vivenciar” de novas práticas assim como construir conhecimentos através da interação entre pares.

Como já mencionado anteriormente, Skovsmose (2000), destaca a existência de 3 referências aos ambientes de aprendizagem: matemática pura, semirrealidade e realidade (veja quadro 1). Os ambientes (2), (4) e (6) são cenários para investigação que se relacionam a estas três referências, respectivamente. Para nós, conhecer e vivenciar tarefas matemáticas nestes ambientes pode contribuir para a imaginação pedagógica docente, principalmente para um momento posterior de elaboração de suas próprias tarefas. Podemos ver que a leitura e a discussão prévia do artigo “Cenários para investigação” (SKOVSMOSE, 2000) também favoreceu nesse sentido. Por exemplo, quando perguntamos, no Caderno de Acompanhamento C, sobre o potencial investigativo do cenário para investigação Tangram e em quais ambientes ele poderia se, notamos nas respostas que alguns professores usavam expressões contidas no artigo e também fizeram referência aos ambientes:

Quadro 3 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Qual o potencial investigativo dessa atividade e em qual ambiente de investigação ela se enquadra?"*
 Tereza: *"Enorme. 4 e 6."*
 Celso: *"Formação de figuras e suas definições dentro da geometria."*
 Ângela, Lúcia, Fátima e Eliana: *"Essa atividade pode ser inserida em projetos de geometria, artes, etc. É multidisciplinar."*
 Penélope e Paula: *"Podemos trabalhar o conceito de área, perímetro, altura, base e as formas geométricas de maneira divertida (lúdica)."*

Fonte: Caderno de acompanhamento C, atividade 5 das “Considerações finais”, p. 04, 2022.

A professora Tereza disse que o cenário para investigação Tangram poderia, inclusive, ser trabalhado no ambiente (6). Dentro da perspectiva desse curso de formação, na qual o cenário para investigação é composto pela exploração de um material concreto, então é

possível dizer que Tereza não está errada ao dizer que a atividade investigativa sobre o Tangram também faz relação ao ambiente tipo (6). De acordo com Skovsmose (2000), é importante que professores e professoras planejem suas aulas explorando os seis ambientes de aprendizagem, pois não existe um único ambiente considerado ideal para as práticas de ensino e aprendizagem na sala de aula de matemática. Ele defende que é o caminhar pelos seis ambientes que pode trazer potencializar a aprendizagem dos estudantes. Práticas nesse sentido exigem tempo, planejamento e conhecimentos do conteúdo matemático e também relacionadas aos aspectos pedagógicos destes conteúdos, para que os docentes possam transpor o modelo do paradigma do exercício.

No terceiro encontro, como os/as participantes nunca tinham desenvolvido nenhuma atividade com o Tangram nas aulas de matemática, observamos que *aceitaram, de imediato, o convite para a investigação*, principalmente porque a atividade partia de uma dobradura. O curso de formação foi elaborado pensando na intenção didática dos professores, ou seja, na perspectiva de que as atividades desenvolvidas pudessem remeter às atividades que são desenvolvidas por elas na sala de aula com seus estudantes.

Quadro 4 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Seria possível desenvolver essa atividade com os alunos na escola? Justifique."*
 Eliana e Fátima: *"Sim. É uma atividade lúdica e que podemos incluir em vários conteúdos."*
 Celso: *"Sim, pois o ganho seria muito bom."*
 Tereza: *"Sim. Abre um leque de possibilidades."*
 Penélope, Helena e Paula: *"Sim. Em todos os níveis escolares."*
 Francisca: *"Sim, voltada para fundamental I anos iniciais, é uma atividade lúdica e abrange vários conteúdos."*
 Ângela: *"Sim, por ser uma atividade lúdica podemos inserir vários conteúdos otimizando o aprendizado."*

Fonte: Caderno de acompanhamento C, atividade 2 das "Considerações finais", p.04, 2022.

Já nos encontros quatro e cinco, os participantes vivenciaram um cenário para investigação sobre a elaboração de um cardápio de pizza, partindo de uma receita pronta. Esses dois encontros foram bastante investigativos e caminharam por praticamente todos os seis ambientes. Isso fez muitos docentes saírem de sua zona de conforto porque precisaram trabalhar em equipe, pesquisar preços dos produtos e fazer cálculos matemáticos. Skovsmose (2000) aponta a importância do aceite dos estudantes para adentrar em um cenário para investigação. Na verdade, sem este aceite, todo o planejamento docente corre-se o risco de ser perdido (SILVA; PENTEADO, 2013). No caso de professores e professoras, esse aceite

mostra-se ainda mais crítico para a concretização do cenário para investigação, pois é a partir dele que o engajamento pode se manifestar e favorecer as reflexões para o uso de cenários para investigação em sua prática docente. Por isso, consideramos que o aceite por parte de professores possui características próprias. Em nossa leitura, na atividade das pizzas, o momento da atividade que houve mais engajamento (ou seja, que o aceite foi realizado pelos participantes de forma espontânea) foi a etapa de pesquisa dos preços dos produtos para produção das pizzas. Para essa atividade, as professoras acessaram os aplicativos no celular dos supermercados por atacado da cidade onde se localizava a escola e realizaram regra de três para analisar o valor de alguns produtos. Notamos que essa também foi a etapa mais desafiadora para estes participantes, como pode ser visto nos excertos a seguir:

Quadro 5 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Durante a atividade o que você achou mais difícil ou lhe causou algum estranhamento?"*
 Lúcia: *"Pesquisar valores dos ingredientes."*
 Eliana, Helena e Ângela: *"Pesquisar os preços."*

Fonte: Caderno de acompanhamento C, atividade 2 das "Considerações finais", p. 07, 2022.

Quadro 6 - Diálogo entre as participantes

Ângela: *"Esse supermercado é atacado ou varejo? Porque se for no atacado vai ficar mais barato."*
 Lúcia: *"Quantas gramas tem uma colher de chá?"*
 Tereza: *"Cinco gramas."*
 Helena: *"A água não precisa colocar como custo porque pega no filtro então não paga."*
 Tereza: *"Paga sim porque a água vem da rua e tem um custo."*
 Outro questionamento que se tornou intrigante foi sobre a compra do manjericão.
 Eliana: *"Como comprar manjericão? É por maço?"*
 Fátima: *"Os alunos vão pensar em maço de cigarro."*
 Eliana: *"Mas no mercado vende por unidade igual couve."*
 Ângela: *"Podemos plantar! Na pizzaria que eu trabalhava tinha vasos com temperos."*

Fonte: Transcrição da gravação do quinto encontro do curso de formação continuada, 2022

Acreditamos que para que esse engajamento mais acentuado possa ter ocorrido foi que as participantes vislumbraram que a atividade poderia ser acessível a seus estudantes, como foi o caso com a atividade de dobradura do Tangram, como podemos notar nos trechos a seguir:

Quadro 7 - Comentários de duas participantes

Tereza: *"Engraçado o Tangram está no livro de Português desse ano. Eu não entendi direito porque está lá se o Tangram aparece sempre no livro de Matemática."*

Francisca: *"Verdade no livro de Matemática tem o encarte para destacar no final do livro. Podemos fazer essa atividade com os alunos no próximo ano."*

Fonte: Notas de caderno de campo, 2022.

Também, como as professoras supostamente "colocaram a mão na massa", quando questionadas sobre qual o potencial investigativo dessa atividade e em qual ambiente de aprendizagem ela se enquadrava, cinco docentes responderam ambiente tipo 6 e uma ambiente tipo 4. Essas respostas mostram que na medida que os participantes foram vivenciando os cenários para investigação, começaram a analisar tais ambientes de aprendizagem com mais critérios e começaram a se posicionar nas respostas. A última pergunta em todos os cadernos de acompanhamento era sobre qual ambiente de aprendizagem o cenário para investigação se encaixava. E em todos os encontros as professoras me pediam para explicar novamente os ambientes de aprendizagem para que elas pudessem responder essa pergunta. Observei que isso era forma delas terem certeza na resposta e também se tornou um momento de retomada da teoria.

Ainda nesse encontro, como o tempo destinado a formação era relativamente curto (cerca de 2h), decidimos apresentar uma receita de pizza pronta no caderno de acompanhamento das atividades. O objetivo foi facilitar a seleção dos ingredientes e na análise dos preços pelos participantes. Em nossa leitura, isso favoreceu o engajamento dos participantes, pois, como sabemos, a prática ocorria no final do dia de trabalho, com professores muitas vezes atuando em dois períodos. Temos indícios de que os participantes apresentaram mais engajamento quando os materiais estavam prontos, ou seja, os materiais já estavam impressos, no formato de caderno de acompanhamento, por exemplo, e que os participantes pudessem de imediato realizarem as investigações, com suporte e orientações no próprio material.

Nossa análise mostra que isso pode ser algo importante para se pensar durante a elaboração de práticas formativas, como a proposta em nosso estudo. Dessa forma, em resumo, podemos dizer que os resultados de nosso estudo trazem evidências de que o aceite de professores e professoras em cenários para investigação pode ser potencializado principalmente quando: (i) os participantes vislumbram possibilidades de uso das atividades em sua prática docente; (ii) quando o cenário permite que os participantes identifiquem o(s)

possível(is) ambientes de aprendizagem que estão caminhando; (iii) quando os materiais já estão prontos, no formato de caderno de acompanhamento, por exemplo, apoiando e direcionando as investigações e etapas a serem realizadas nas propostas.

O sexto e o sétimo encontro foram de planejamento de um cenário para investigação. Dessa forma, as professoras precisaram de *produzir o próprio material pedagógico*. Foram dois encontros, em que as docentes trocaram os papéis de participantes de cenários para investigação para autoras de um cenário para investigação. Podemos notar algumas questões importantes para reflexão. Inicialmente, notamos elementos como criatividade para pensar a temática do cenário para investigação. Depois as professoras se organizaram ao redor do notebook e foram dando sugestões para quem estava digitando. Durante esse momento de trabalho colaborativo a professora Cleuza disse que gostaria que os módulos fossem daquela mesma maneira, com a união de todos os professores.

Quadro 8 - Comentário de uma participante do curso

Eliana: *"Eu queria muito que no módulo eu pudesse sentar com a outra professora que está no terceiro ano e planejar as atividades junto. Mas, ela não gosta muito de se abrir e as minhas atividades nunca agradam ela."*

Fonte: Notas do caderno de campo, 2022.

Uma preocupação que surgiu durante a elaboração do caderno de acompanhamento foi a impressão colorida, já que as cópias branco e preto a escola imprimia. Mas a pesquisadora acalmou as docentes quando disse que as impressões eu iria fazer e entregar para elas no dia da aplicação.

Durante os encontros de formação também observamos a importância de se *discutir e refletir sobre a matemática e suas definições*. Percebemos, na análise dos dados, uma certa ausência de definições matemáticas no vocabulário das docentes, o que pode ter influenciado na elaboração das atividades. Além disso, outra questão observada foi a própria dificuldade inerente para se criar tarefas que fossem investigativas ao invés de reprodutivas e de memorização. Para nós, esses dois pontos estão interligados, uma vez que, para investigar propriedades matemáticas é importante ter bastante claro os conceitos e definições do conteúdo matemático. Vários estudos, como Gatti e Nunes (2009), Julio e Silva (2019), Silva e Silva (2021), entre outros, vem discutindo que, durante a formação inicial de pedagogos e pedagogas, as disciplinas relacionadas à matemática geralmente não focam na discussão do conteúdo matemático, mas nas metodologias de ensino. Isso acaba influenciando de forma

negativa quando se é preciso explorar propriedades matemáticas, pois um limitado conhecimento do conteúdo matemático não traz segurança para a elaboração de propostas para além do paradigma do exercício. Podemos notar estas dificuldades também nos excertos a seguir:

Quadro 9 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Para você, quais foram os principais desafios encontrados durante o desenvolvimento do cenário para investigação com sua turma?"*
 Tereza: *"Montar e ministrar as atividades."*
 Ângela: *"Montar e ministrar a prática."*
 Paula: *"A falta de conhecimento sobre o conteúdo, os alunos não sabiam nomeá-las (figuras geométricas)."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

Ângela: *"Um círculo é um círculo ué. Um círculo é esse ventilador!"*
 Pesquisadora: *"Sim, um círculo é esse ventilador. Mas, como eu sei que esse ventilador é um círculo?"*
 Ângela: *"Porque a gente sempre mostra as figuras para as crianças e fala qual é o círculo, qual é o quadrado, qual é o retângulo."*
 Pesquisadora: *"Então como eu sei que um quadrado não é um círculo?"*
 Clarinda: *"Porque o círculo é redondo e o quadrado é quadrado."*
 Pesquisadora: *"Então como eu sei, o que é um quadrado e o que é um retângulo?"*
 Ângela: *"Porque quadrado é quadrado e retângulo é retângulo."*
 Francisca: *"Porque o quadrado tem os lados iguais e o retângulo não."*
 Pesquisadora: *"Mas será que os alunos sabem disso? E voltando para o círculo, qual a diferença entre o círculo e o quadrado?"*
 Eliana: *"Porque o quadrado tem 4 lados e o círculo não tem lado."*
 Pesquisadora: *"Então podemos definir o círculo como uma figura geométrica plana que não tem lado?"*
 Todas: *"Podemos."*
 Ângela: *"Nossa! Isso embanana a cabeça da gente."*
 Francisca: *"É muito difícil criar um cenário para investigação porque precisa pensar em muita coisa. A maioria das atividades que a gente faz fica só na observação, principalmente dos objetos que tem na sala de aula. Eu confesso que montando esse caderno de acompanhamento estou sentindo dificuldade para escrever as perguntas que seja de investigação."*

O trecho acima nos mostra indícios da forma como o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental muitas vezes está mais focado na transmissão dos conteúdos e pouco se fala em investigação. Mas, talvez isso aconteça porque a formação inicial para os anos iniciais do ensino fundamental esteja deixando de lado o estudo de definições

matemáticas, como destacamos anteriormente. Um exemplo disso foi a dificuldade que a professora Paula teve em diferenciar o losango de um quadrado e, ao mesmo tempo, diferenciar o losango de um retângulo, já que os quatro lados do losango que estava na bandeira da lousa eram iguais, como pode ser visto a seguir:

Quadro 10 - Nota de caderno de campo

A professora Paula escreveu na lousa que o quadrado tem 4 lados iguais e que o retângulo tem quatro lados que não são iguais, sendo que apenas 2 lados têm a mesma medida. Depois a professora Paula escreveu que o triângulo tem 3 lados e que o losango é formado por 2 triângulos. No entanto, quando a professora mediu com a régua os quatro lados do losango que estava desenhado na bandeira do Brasil ela percebeu que os quatro lados tinham a mesma medida, então ela fez o seguinte questionamento: Se os quatro lados do losango são iguais então podemos dizer que um losango é um quadrado? Observei que os estudantes ficaram em silêncio e a professora não respondeu esse questionamento, mudando o foco da investigação.

Fonte: Nota de caderno de campo, 2022.

A professora Paula, no questionário avaliativo do curso, respondeu que durante seus estudos nos anos iniciais do fundamental I tinha muita dificuldade na disciplina de matemática, chegando a reprovar na matéria. Apenas quando ingressou no magistério que ela aprendeu a gostar da matemática. A professora Francisca também relatou no questionário avaliativo que sentia dificuldades para ensinar conteúdos que envolvem geometria, como pode ser visto a seguir:

Quadro 11 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Atualmente, como você avalia sua relação com a disciplina matemática?"*
 Paula: *"Durante meus estudos nos anos iniciais e fundamental I, tinha muita dificuldade na disciplina, chegando a reprovar na matéria. Quando entrei no Magistério aprendi a gostar e aprender matemática. Hoje (atualmente) tenho aprendido muito e aprendi a gostar de Matemática. A maneira como os professores nos ensina é muito importante para o aluno.*
 Francisca: *"Ainda gosto muito, mas, como professora, sinto um pouco de dificuldade em ensinar conteúdo de geometria".*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) e Silva (2010) apontam que é comum quando professores e professoras iniciam na elaboração de atividades com caráter investigativo, o surgimento de diversas dificuldades. Segundo os autores, conforme vão se familiarizando,

percebem a necessidade de próprio aprofundamento nos conteúdos matemáticos e isso também leva a ampliação de seus conhecimentos. Milani (2020) aponta como um dos caminhos para isso a ideia de “abrir um exercício”, que seria uma forma de transformar uma tarefa no paradigma do exercício em um cenário para investigação. Todo esse processo vai construindo um repertório docente, favorecendo o desenvolvimento destas práticas. Nesse contexto, Tardif (2010) afirma que os saberes são construídos a partir da história de vida de cada um, a partir dos conhecimentos vindos da família, da sociedade, das instituições de ensino formais e, também estão ligadas as experiências que trocamos com os colegas de trabalho. Por isso, para que os saberes sejam desenvolvidos, acreditamos na necessidade de tempo. É através do tempo que os docentes vão modelando sua identidade, dominando o trabalho e conhecendo mais sobre si mesmo. Entretanto, dificuldades com o conteúdo matemático pode dificultar esse processo. Durante o desenvolvimento de um cenário para investigação tanto professores quanto estudantes precisam conhecer as definições matemáticas, pois os estudantes necessitam delas para ampliar e aprofundar suas investigações e os professores necessitam dominá-las para orientar seus estudantes para a busca de respostas.

Quando trabalhamos com formação continuada, muitas vezes assumimos que os professores já sabem o conteúdo matemático proposto nas atividades ou mesmo quando propomos que eles e elas que elaborem determinadas práticas, mas pode acontecer de haver alguma dificuldade conceitual. Por isso, retomar este aspecto é importante no desenvolvimento de práticas formativas com professores dos anos iniciais com foco em cenários para investigação. Assim, acreditamos que, na elaboração dos cenários na prática formativa, também se faz necessário uma discussão relacionada ao conteúdo matemático trabalhado, apresentando espaços para que os participantes possam trazer suas dúvidas e anseios e, de forma colaborativa, se aprofundar no conteúdo matemático necessário para a elaboração das atividades. Note que, sem o domínio da matemática por ambas as partes, o cenário para investigação perde o sentido e os estudantes ficam desmotivados. Da mesma forma, a pesquisadora, enquanto formadora, procurou, em cada encontro trazer recursos diferentes para que os professores pudessem experimentar outras sensações e construir novas vivências.

Por fim, notamos que o *uso de material concreto* nas aulas de matemática tende a agradar os professores. Na atividade com o Tangram, foi interessante observar como os/as docentes sentiram dificuldades para dobrar a folha de sulfite, porque quando o Tangram é trabalhado na escola geralmente acontece nas aulas de Artes e o material vem impresso só

para os estudantes colorirem, recortarem e colarem as peças. Nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, geralmente há alguns encartes para recorte, então os professores e as professoras aproveitam desse material para recorte e raramente desenvolvem outros materiais didáticos. Essa observação se confirmou através das respostas da pergunta do Caderno de acompanhamento C:

Quadro 12 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Durante a atividade o que você achou mais difícil ou lhe causou algum estranhamento?"*

Penélope, Paula e Helena: *"Dividir as formas geométricas."*

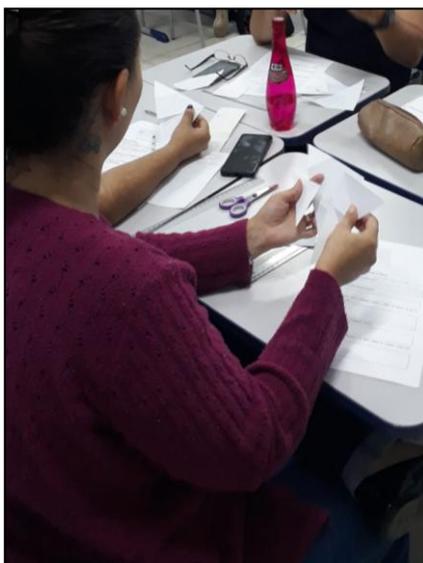
Ângela, Lúcia, Eliana e Fátima: *"Realizar as dobraduras."*

Tereza: *"Fazer o Tangram."*

Francisca: *"As dobraduras."*

Fonte: Caderno de acompanhamento C, atividade 3 das "Considerações finais", p.04, 2022.

Figura 47 - Professoras com as peças no Tangram nas mãos.



Fonte: A autora.

O material didático é a junção entre o estudante, a realidade e o conhecimento, sendo papel docente despertar o interesse dos/das estudantes para que se sintam motivados a aprender. Em nossa leitura, o envolvimento dos participantes no cenário para investigação Tangram pode ter contribuído para despertar e incentivar a descoberta matemática por parte dos participantes.

A vivência dos cenários para investigação pelos docentes se configurou como uma possibilidade para que os mesmos pudessem experimentar a matemática de uma forma crítica e

reflexiva. Além praticarem o diálogo e a escuta ativa, visto que durante os encontros de formação todos os docentes estavam envolvidos em um modelo de comunicação, no qual precisavam ouvir, interpretar, investigar, argumentar e até mesmo auxiliar os colegas durante as atividades de investigação. Diante disso, a vivência dos cenários para investigação foi uma forma de criar ferramentas e de refletir sobre a utilização dos materiais pedagógicos que existem nas escolas para a elaboração de aulas que possam perpassar os diferentes ambientes de aprendizagem e que não se restrinjam apenas ao paradigma do exercício. Por exemplo, o *feedback* dos participantes em relação ao seu envolvimento na formação foi bastante positivo, como podemos notar nos trechos a seguir:

Quadro 13 - Respostas das participantes

Pergunta: *"O que você poderia dizer a respeito dos encontros que realizamos em nossa formação?"*

Francisca: *"Eu gostei muito dos encontros e achei que seria pertinente continuar. Sinto muita satisfação e alegria em estar estudando, principalmente quando podemos pôr em prática o que aprendemos. Gostei muito da dinâmica da professora."*

Penélope: *"O curso em primeiro momento demonstrou novas técnicas de ensinar, assim dando o conhecimento teórico e prático do assunto."*

Paula: *"O curso foi ótimo, cada um com uma opinião."*

Tereza: *"Poderia ter mais. Gostei de colocar em prática as atividades. Poderia ter sido mais valorizado pelo município."*

Ângela: *"Nossos encontros foram muito produtivos e esclarecedores, nos dando novas visões sobre como podemos ensinar e explorar os conhecimentos."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

Portanto, nessa prática formativa os docentes puderam vivenciar os cenários para investigação, refletir sobre sua prática pedagógica e repensar os aspectos que podem modificar nas suas aulas, para que estas sejam mais investigativas. Depois da pandemia do Covid-19 os professores estavam ansiosos para recuperar o tempo perdido e por isso estavam em busca de algo novo e que fosse significativo para os/as estudantes. Os encontros de formação foram importantes para que os/as professores/as pudessem expor suas frustrações e anseios, trocando experiências entre seus pares. De modo geral, quando um grupo de professores/as se encontra o primeiro pensamento é produzir um material pedagógico que possa ser utilizado na sala de aula. Assim, durante os dois encontros de planejamento do cenário para investigação as professoras puderam criar um caderno de acompanhamento a partir das suas próprias ideias e das discussões matemáticas que surgiram. Podemos observar que, ao terminar o caderno de acompanhamento, elas estavam felizes e realizadas. Logo, ao

desenvolver o cenário para investigação na escola as professoras estavam confiantes porque não foi algo imposto e sim criado por elas.

5.2 FATORES QUE INFLUENCIAM NO ENGAJAMENTO DOCENTE EM PRÁTICAS COM FOCO EM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

Quais fatores podem influenciar o engajamento docente em práticas como foco em cenários para investigação? Nesta seção, traremos alguns elementos para fomentar esse diálogo que dizem respeito ao que chamamos de *prática reflexiva, uma educação matemática crítica, falta de incentivo e participação da gestão escolar*.

Em um modelo de formação de professores e professoras que priorize a racionalidade técnica, espera-se que os/as docentes primeiramente reconheçam um problema e/ou diagnostiquem a dificuldade de aprendizagem de seus/suas estudantes e posteriormente selecionem, em seu repertório didático, o melhor tratamento para tal situação. Mas, quando os problemas são oriundos de situações familiares mal resolvidas, sociais, indisciplina, violência ou outras situações mais complexas, a solução dependerá de uma tomada de decisão que foge do contexto técnico.

Embora a racionalidade técnica⁵ exija que professores e professoras dominem diversas técnicas de ensino, elas não são elaboradas pelos educadores e pelas educadoras, mas por pesquisadores(as) que exercem um papel superior na hierarquização entre pesquisadores(as) e técnicos(as). Na racionalidade técnica, cabe a professores e professoras apenas aplicarem as técnicas certas para alcançar resultados ou produtos pré-determinados. Essa concepção de ensino é denominada por Bondía (2012) como concepção “produtiva”, visto que o ensino e o currículo são elaborados para atender a uma determinada finalidade produtiva.

Nesse tipo de contexto, Bondía (2012) afirma que professores e professoras devem se valer da sua intuição artística, isto é, os docentes devem utilizar sua intuição, criatividade e capacidade de improvisação para tomar uma decisão que melhor se enquadre para diferentes contextos sociais. No entanto, quando submetidos às situações que ultrapassam a ação educativa, professores e professoras se sentem em uma zona de risco, repleta de complexidade, instabilidade e incerteza. Desse modo, alguns profissionais da educação tendem a resistir à análise de circunstâncias que fogem do ambiente escolar, assumindo seu compromisso profissional apenas com as questões voltadas ao ensino e à aprendizagem

⁵ No modelo da racionalidade técnica cabe ao professor apenas aplicar as técnicas certas para alcançar resultados ou produtos pré-determinados.

dos/das estudantes. Os docentes que demonstram um rigor excessivo pela prática docente sem considerar os fatores externos são chamados por Bondía (2012) de *expert* infalível. Estes professores são tão insensíveis e inflexíveis que até sua auto avaliação é carregada de preconceitos. Logo, sua prática é reprodutiva de regras e habilidades que devem ser seguidas. Sendo assim, um dos efeitos da prática dos professores *expert* técnicos é reduzir o ensino ao cumprimento de objetivos propostos para que os/as estudantes possam atingir resultados previamente estabelecidos deixando de lado a outra face do ato de ensinar destinada a desenvolver qualidades e construir valores.

Uma outra questão na qual a racionalidade técnica não intervém são as políticas públicas educacionais, pois as políticas são estabelecidas a partir das "necessidades" sociais e, como a concepção de formação baseada na racionalidade técnica está preocupada principalmente com as técnicas, os materiais curriculares e os métodos ficam em segundo plano e os problemas morais pouco importam. Diante de salas de aulas tão heterogêneas, a criatividade do docente é um recurso indispensável para lidar com as situações incertas e complexas do dia-a-dia, já que não se pode tratar de assuntos pessoais e das relações entre as pessoas sem submeter-se à valores e objetivos e tanto pouco, não se comprometer com exigências e responsabilidades morais.

Como destacado, o modelo de formação de professores e professoras com ênfase na racionalidade técnica é limitado e não se estende aos problemas de ordem social. Por conseguinte, Bondía (2002) descreveu a ideia de profissional reflexivo como uma alternativa para o docente centrado em regras e técnicas. O profissional reflexivo tem como premissa a habilidade de refletir sobre a sua ação a todo momento, desde situações corriqueiras e repetitivas do cotidiano como novas situações que podem surgir além do repertório diário. Ou seja, um profissional se torna especialista quando desenvolve um repertório de expectativas, imagens e técnicas que lhe servem de suporte para sua tomada de decisão. Mas, quando surgem novas situações de conflito é importante reavaliar seu repertório e refletir sobre o problema sob novas perspectivas. Discutir sobre o problema sob novas perspectivas significa compreender que as situações conflitantes podem ter a mesma origem, entretanto devem ser analisadas de formas diferentes, pois estão em outro contexto e envolvem outras pessoas. Bondía (2002) denomina este ato de reflexão como "reflexão na ação" que é uma prática fundamentada no ato de pesquisar, de experimentar as situações vivenciadas a possibilidade de criar novas compreensões para determinados casos, ao mesmo tempo que se transforma a realidade.

A prática profissional reflexiva é guiada por valores profissionais, que diferem dos objetivos transformados em produtos finais, como acontece na prática da racionalidade técnica. Dessa forma, a atuação artística do professor é a sua prática humana composta pela sua bagagem pessoal, experimentação, reflexão na prática e intenções direcionadas ao desenvolvimento de qualidades. Essa definição de atuação artística é totalmente diversa da atuação artística desenvolvida pelo profissional da racionalidade técnica que utilizava sua criatividade para transpor situações sociais conflitantes que não eram solucionadas por meio de técnicas ou regras pré estabelecidas.

Diante disso, quando analisamos falas das professoras participantes do estudo em relação às contribuições do curso de formação continuada para sua formação profissional, podemos notar indícios de que a vivência na participação e na criação de cenários para investigação pode ter favorecido para uma *prática reflexiva*. Por exemplo, alguns participantes colocaram isso da seguinte forma:

Francisca: *"Com certeza contribuiu muito. Poder ter momentos de reflexão sobre o nosso trabalho em sala de aula é importantíssimo."*

Ângela: *"Correspondeu sim, pois abriu a minha visão para novas possibilidades de explorar não só a matemática e sim como em várias disciplinas."*

Paula: *"Sim, ele correspondeu às minhas expectativas, pois me possibilitou refletir sobre minha prática em sala de aula a respeito do ensino da matemática."*

(Questionário avaliativo do curso, 2022.)

Além disso, as professoras começaram a perceber que a criação de um cenário para investigação demanda tempo, já que foram gastos dois dias de encontro de formação para a criação de um cenário para investigação colaborativo. Sendo assim, as docentes elaboraram um caderno de acompanhamento que seria desenvolvido em um dia letivo, visto que o ano letivo iria encerrar na semana seguinte à aplicação. Na análise dos questionários avaliativos foi possível constatar que o tempo gasto para desenvolver um cenário para investigação na sala de aula é uma preocupação das professoras e que elas precisariam de mais encontros para compreender que um cenário para investigação pode abranger muitos conteúdos matemáticos e pode auxiliar na consolidação dos conteúdos desenvolvidos anteriormente através do processo de reflexão na ação:

Quadro 14 - Respostas das participantes

Pergunta: "Quais são as principais dificuldades de trabalhar com cenários para investigação na sala de aula?"

Penélope: *"O tempo gasto, a disponibilidade de recurso, incentivo, entre outros. Assim sendo uma dificuldade."*

Paula: *"Tempo, introdução do conteúdo."*

Francisca: *"Muitas vezes, as dificuldades são a falta de tempo, devido a quantidade de conteúdo que é exigido na escola, o calendário anual apertado e a falta de apoio do corpo docente."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

No entanto, nossa análise também mostra como a racionalidade técnica se faz presente no ser professora dos participantes, como podemos notar nos exemplos a seguir:

Quadro 15 - Respostas das participantes

Tereza: *"Contribuiu muito. Mostrou uma nova maneira de executar as tarefas."*

Penélope: *"O curso em primeiro momento demonstrou novas técnicas de ensinar, assim dando o conhecimento teórico e prático do assunto."*

Fonte: Questionário avaliativo do curso, 2022.

De acordo com Tardif (2010), as técnicas e as novas maneiras de escolher tarefas se constituem como parte dos saberes da formação profissional, visto que a formação inicial e continuada de professores está centrada no ensino de técnicas e metodologias de ensino. Para Tardif (2010) a prática de ensino não pode ser fundamentada apenas no cumprimento dos objetivos propostos. A prática de ensino deve ser uma construção pessoal de habilidades e recursos que transformam o currículo em um processo de construção e transformação. A essência do professor como pesquisador manifesta-se na necessidade de os docentes realizarem pesquisas experimentações em sua prática pedagógica, colocando em prova as concepções apresentadas em uma proposta curricular.

Bondía (2002) afirma que a concepção de docente como pesquisador é baseada na obra de Aristóteles e sua *Ética*. Segundo a *Ética* de Aristóteles a educação é um tipo de atividade prática, cujo objetivo não é a consecução de produtos, mas o desenvolvimento de qualidades intrínsecas ao próprio processo educativo. Dessa maneira, ao contrário da prática da racionalidade técnica, a prática da racionalidade prática permite aos estudantes aprenderem com autonomia em ambientes de aprendizagem que propagam a liberdade, a igualdade e a justiça.

Tardif (2010) sugere que a prática pedagógica deve estar fundamentada nos saberes teóricos e nos saberes da experiência. A experiência acumulada através da prática profissional que fornece subsídios aos professores para atribuírem significados e valores para suas finalidades educativas. No contexto racionalidade prática os professores não são meros receptores e reprodutores de decisões que foram tomadas fora do ambiente escolar. Pelo contrário, no modelo da racionalidade prática o compromisso e a qualidade do ensino dependem do compromisso do professor com a melhoria da escola. Pois, o professor tem autonomia para planejar suas aulas e também tem a possibilidade de propor um diálogo social e público com características mais reflexivas.

Nossa análise traz indícios de que professores e professoras associaram o uso de cenários para investigação como um caminho para os/as estudantes agirem criticamente sobre o mundo, direcionando os estudantes para *uma educação matemática crítica*. Em relação a essa questão, no questionário avaliativo tinha a pergunta: *"Para você, quais foram os principais pontos positivos em relação ao uso de cenários para investigação com sua turma?"*

Quadro 16 - Respostas das participantes

Penélope: *"O cenário traz a visão de matemática para a vida do aluno, assim deixando conteúdo mais fácil de ser entendido."*

Tereza: *"Eles puderam ver e aprender de forma diferente as formas geométricas."*

Ângela: *"Além de poder estudar a respeito, conseguimos colocar o que aprendemos em prática e ainda tirar nossas dúvidas."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

No caderno de acompanhamento C, tinha a pergunta: *"Durante a atividade o que você achou mais difícil ou lhe causou algum estranhamento?"*

Quadro 17 - Respostas das participantes

Penélope: *"O que foi difícil foi a preparação do cardápio, pois havia várias formas de realizar a montagem."*

Tereza e Paula: *"Pensar como uma proprietária de pizzaria. Verificar como os preços estão exorbitantes e ainda assim ser julgada pelos preços."*

Fonte: Caderno de acompanhamento C, atividade 2 das "Considerações finais", p.07, 2022).

As professoras tentaram desenvolver um cenário para investigação que contribuísse com a ampliação do pensamento crítico de seus alunos. Por exemplo, em nenhum momento elas falaram a resposta das questões. As professoras estavam, a todo momento, apoiando os

alunos e intervindo para que os estudantes chegassem as próprias respostas. Isso fica claro no desenvolvimento da investigação na sala de aula da professora Fátima e Paula, na qual a lousa foi utilizada para escrever as respostas ditas pelos alunos. E também pela forma que a professora Fátima fazia as perguntas.

Quadro 18 - Conversa entre as participantes

Fátima: "Como eu sei que o bico do passarinho é um triângulo?"

Estudante: "*Porque ele tem 3 pontinhos!*"

Fátima: "*Ele tem pontinho também e os lados são 3.*"

Fátima: "Como eu sei que o relógio é um círculo?"

Estudante: "*Porque não tem pontinho nenhum!*"

Fátima: "*E os lados? Ele tem lado?*"

Estudante: "*Não ele é redondo!*"

Fonte: Nota de caderno de campo, 2022.

Para Skovsmose (2014), uma concepção crítica da matemática sugere a proposta da matemática em ação, refletindo sobre as consequências do emprego da matemática em todas as instâncias da sociedade moderna. Seja nas questões administrativas, tecnológicas, econômicas ou humanitárias. Segundo o autor, a concepção crítica da matemática contribui significativamente para modelar nosso mundo-vida. Nesse sentido, a criação de cenários para investigação na sala de aula favorece o pensar crítico do estudante, já que em um cenário para investigação os estudantes deixam de ser receptores do saber e começam a analisar, refletir e questionar sobre os conteúdos matemáticos. Diante disso, os docentes que participaram do curso de formação se propuseram a criar um cenário para investigação e um caderno de acompanhamento que fosse mais investigativo. No entanto, durante o planejamento desse material observamos que as professoras refletiram sobre como os estudantes iriam receber essa atividade, mas na esfera do conteúdo matemático e não em como esse cenário para investigação iria contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes:

Quadro 19 - Respostas das participantes

Francisca: "*É muito difícil criar um cenário para investigação porque precisa pensar em muita coisa. A maioria das atividades que a gente faz fica só na observação, principalmente dos objetos que tem na sala de aula. Eu confesso que montando esse caderno de acompanhamento estou sentindo dificuldade para escrever as perguntas que seja de investigação.*"

Fonte: Transcrição da gravação do sexto encontro do curso de formação continuada, 2022.

A análise dos dados também traz indicativos sobre a *falta de incentivo* e a importância da *participação da gestão escolar* em cursos de formação continuada para que aconteçam mudanças de posturas em relação ao ensino de matemática na sala de aula dos anos iniciais do ensino fundamental. Sem o apoio da gestão, professores e professoras ou atuam com insubordinação criativa (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2015) ou tendem a não investir em formação continuada. Por exemplo, uma das perguntas feitas para as participantes no questionário de avaliação do curso foi a seguinte: *Para você, como poderia ser implementado propostas de propostas de atividades pedagógicas baseadas em cenários para investigação no contexto escolar em que você está inserida? Quais foram as dificuldades que poderia encontrar?* As respostas das participantes revelam dificuldades que tiveram em relação ao suporte da gestão escolar em seu trabalho, como pode ser visto nos exemplos a seguir:

Quadro 20 - Respostas das participantes

Ângela: *"Falta de incentivo."*

Tereza: *'As principais dificuldades são as "podas" que são feitas nos planejamentos nos deixando um pouco amarradas.'*

Francisca: *"Poderia ser implementado se toda a equipe acreditasse nos benefícios que tais atividades proporcionam na aprendizagem dos alunos. Mas, a partir desse curso, estarei implementando nas minhas aulas sempre."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

Isso também se manifestou nos momentos de vivência com cenários para investigação durante os encontros do curso. Por exemplo, no caderno de acompanhamento da atividade investigativa sobre pizzas, trabalhado na etapa de aprofundamento teórico e vivência de cenários para investigação, havia a seguinte pergunta: *Na sua opinião, quais as vantagens e desvantagens de se realizar uma atividade como essa na sua turma?* Penélope e Francisca apontaram o seguinte:

Quadro 21 - Respostas das participantes

Penélope: *As vantagens são: aprender a calcular; a entender a importância do dinheiro. Desvantagens: pode ser que a escola não ajude em colocar em prática a receita.*

Fonte: Caderno de acompanhamento C, atividade 1 das "Considerações finais", p.07, 2022.

Quadro 22 - Respostas das participantes

Francisca: *"Muitas vezes, as dificuldades são a falta de tempo, devido a quantidade de conteúdo que é exigido na escola, o calendário anual apertado e a falta de apoio do corpo docente."*

Tereza: *"Falta de incentivo. A cobrança por atividades cansativas."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

De acordo com Skovsmose (2014), a criticidade docente está relacionada à capacidade de analisar e questionar as estruturas institucionais nas quais trabalham. Nesse sentido, a reflexão crítica não é um processo cognitivo sem orientação. A prática reflexiva é um processo que propicia aos docentes a oportunidade de analisar as estruturas sociais e institucionais que conduzem sua prática educativa considerando sua origem histórica e social. Por isso, a reflexão crítica tem função libertadora, emancipando os docentes de costumes, tradições e hábitos não questionáveis que muitas vezes são sustentados por autoengano ou por outras formas de dominação. O processo de reflexão crítica seria um caminho para a transformação da prática pedagógica, assim como da autotransformação do professor como um profissional intelectual crítico. Muitas vezes por uma falta de embasamento teórico, os professores se sentem mais seguros quando estão resolvendo os conflitos apenas da sua sala de aula, visto que, a educação está sendo cobrada a dar respostas aos problemas cada vez mais complexos. Diante de tantas cobranças e insatisfações é comum o professor repassar a culpa do fracasso escolar para os alunos, os colegas, o funcionamento da escola, entre outros elementos. Em contrapartida ao professor técnico da racionalidade técnica e ao professor instrumental da racionalidade prática, Skovsmose (2014) apresenta a ideia do educador que se vale do seu conhecimento crítico para construir um ensino dirigido à formação de cidadãos críticos e ativos. Dessa forma, professores e estudantes juntos desenvolveriam um senso crítico para pensar e agir criticamente sobre o mundo.

Não se pode deixar de mencionar que os docentes estão inseridos em um mundo, não só plural, mas também desigual e injusto, onde são submetidos à diversos tipos de pressões. Nesse contexto, o professor como profissional reflexivo se tornou algo banalizado, pois o ato de refletir sobre a própria prática se tornou um jargão no discurso dos profissionais da educação. Ao defender que a prática profissional vai além da aplicação de técnicas e estratégias, a racionalidade prática propôs o pensamento reflexivo como alternativo para superação dos conflitos sociais, mas não determinou qual suporte teórico o profissional da educação deveria seguir para que suas reflexões apresentassem aporte teórico e não se tornassem um discurso repleto de "achismos". Outro problema apontado por Contreras (2002)

sobre a prática reflexiva do professor é que a ação de refletir sobre a prática pedagógica é um ato individual podendo responsabilizar o próprio professor pelos problemas educativos da sua sala de aula.

Dessa forma, os problemas educativos enfrentados nas escolas seriam apontados como falhas ou falta de competência por parte dos profissionais da educação para solucioná-los. Essa atitude desviaria dos órgãos governamentais e/ou da família dos alunos a responsabilidade pelos problemas reais enfrentados pelas instituições escolares que são de ordem social, econômica e política. Assim uma prática reflexiva competente estaria relacionada com as ações que valorizam a reflexão, a ação coletiva dos membros da escola e da comunidade e das estruturas sociais mais amplas. Portanto, a mudança do paradigma do exercício para a criação de cenários para investigação na prática docente é lenta e árdua. Diante de uma sociedade que viveu séculos fundamentada na pedagogia tradicional, se faz necessário mais formações continuadas para que esse saber seja incorporado ao perfil docente.

5.3 OBSTRUÇÃO DOS CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

Desenvolver práticas pedagógicas baseadas em cenários para investigação em sala de aula, a partir de práticas de formação continuada com professores e professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental trazem desafios importantes. Dentre estes desafios, nosso estudo aponta alguns elementos que podem obstruir o desenvolvimento de tais práticas. Em particular, os resultados evidenciam que a *influência do administrativo*, a *falta de material e recursos na escola* e a *falta de apoio da gestão escolar para o próprio desenvolvimento da formação* podem se mostrar como obstáculos para que os cenários para investigação possam fazer parte do saber experiencial docente, a partir de uma formação continuada. Discutiremos isso neste tema.

No intuito de propor sequências didáticas que não favoreçam apenas a memorização de conteúdos, o trabalho pedagógico com cenários para investigação valoriza, entre outros aspectos, os conhecimentos prévios dos estudantes e estabelece uma ligação com algo que ele já conhece.

Alrø e Skovsmose (2006) entendem o processo de aprendizagem como uma *ação*, pois precisamos traçar metas, planos, traçar linhas de raciocínio, criar conjecturas, nos colocar em movimento. Por isso, o envolvimento com práticas pedagógicas com foco em cenários para investigação pode favorecer que os/as estudantes compreendam conceitos matemáticos mais complexos e construir seu conhecimento com base em seu mundo-vida e em outros aspectos

da vida. Além disso, ir para a escola na sociedade moderna aparentemente tem se tornado uma “obrigação” para muitos estudantes (e também seus pais ou responsáveis). Tornar esse ambiente escolar interessante e com significado aos e as estudantes mostra-se com um grande desafio para nós professores. Para mim, os cenários para investigação, neste contexto, surgem como uma alternativa para os processos de ensino e aprendizagem e também para deixar a prática pedagógica em matemática mais atrativa aos e as estudantes. Além disso, o desenvolvimento de práticas pedagógicas com base em cenários para investigação pode proporcionar aos professores e as professoras oportunidades para socializar problemas matemáticos, visando uma cooperação mútua e participação em equipe, por exemplo. Além de possibilitar condições uma postura mais crítica dos estudantes frente à própria matemática e a seu impacto na sociedade. Por exemplo, enquanto os estudantes investigam processos matemáticos estão atuando ativamente sobre o objeto de estudo, pois conversam e discutem e sobre tais conceitos. Também, o desenvolvimento de cenários para investigação nas aulas de matemática pode amenizar bloqueios observados em estudantes que temem a matéria e se sentem incapacitados para aprendê-la (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2019). Contudo, os dados deste estudo evidenciam alguns obstáculos ou obstruções para o uso de cenários para investigação por parte dos docentes que participaram de nossa formação.

Durante os encontros de formação, notamos relatos das professoras reclamando sobre uma *influência negativa da equipe gestora* neste processo pedagógico. Podemos constatar essa informação no relato da professora Paula quando ela disse que, no dia do desenvolvimento do cenário para investigação com seus estudantes, que não trabalhou nenhum conteúdo relacionado à geometria porque a coordenadora “pediu” que nas turmas do quarto ano o foco do trabalho docente ficasse nas quatro operações básicas. Embora a coordenadora da escola acreditasse que seria melhor focar nas operações básicas, podemos perceber, pela resposta da estagiária Penélope no seu questionário final, que isso pode ter, de alguma maneira, influenciado na aprendizagem dos estudantes.

Quadro 23 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Para você, quais foram os principais desafios encontrados durante o desenvolvimento do cenário para investigação com sua turma?"*
Penélope: *"A turma demonstrou falta de conhecimento dos alunos pois reconheciam as figuras e não sabiam nomeá-las."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

Outra situação que mostrou uma possível influência da equipe gestora sobre o trabalho com cenários para investigação na prática formativa foi um momento em que uma das diretoras da escola solicitou que as professoras desenvolvessem a atividade elaborada de forma colaborativa para ser desenvolvidas nas turmas delas, que fazia parte da formação, fosse realizada em um único dia e, além disso, com todas as turmas juntas na quadra esportiva da escola. Segundo as professoras, isso atrapalhou tanto o planejamento quanto interferiu de forma negativa em sua autonomia. Existem os conteúdos que são apresentados nas orientações pedagógicas nacionais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e existem os conteúdos que constituem um currículo de reprodução cultural que está associado aos costumes e as crenças de quem rege a instituição escolar. Diante disso, apresentamos a resposta da professora Francisca em seu questionário final sobre as principais dificuldades de trabalhar com cenários para investigação na sala de aula.

Quadro 24 - Respostas das participantes

Francisca: *"Muitas vezes, as dificuldades são a falta de tempo, devido a quantidade de conteúdo que é exigido na escola, o calendário anual apertado e a falta de apoio do corpo docente."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

A fala da professora Francisca destaca que os conteúdos são selecionados pela equipe gestora, caso contrário ela mesma teria autonomia para reduzir os conteúdos que são ministrados no decorrer do ano letivo. A professora Ângela também relatou, em um dos encontros de formação, que a diretora de sua escola exigiu “disciplina” e que qualquer atividade desenvolvida dentro ou fora da sala que gerasse barulho, seria sinônimo de “bagunça”. Por isso, a professora Ângela disse que sente muito engessada na escola e não consegue desenvolver o trabalho que gostaria.

A *falta de material na escola* foi uma justificativa para a pergunta sobre as principais dificuldades de trabalhar com cenários para investigação na sala de aula, como pode ser notado no trecho a seguir da resposta de Francisca:

Quadro 25 - Respostas das participantes

Pergunta: *"Quais são as principais dificuldades de trabalhar com cenários para investigação na sala de aula?"*

Penélope: *"O tempo gasto, a disponibilidade de recurso, incentivo, entre outros. Assim sendo uma dificuldade."*

Francisca: *"O desafio foi a falta de material que pedimos previamente às crianças (álbum de figurinhas da copa). Muitos não levaram. E o barulho da chuva, no finalzinho da atividade, pois foi realizado na quadra da escola."*

Fonte: Questionário de avaliação do curso, 2022.

Na resposta da professora Francisca que o fato de a atividade ter sido desenvolvida na quadra poliesportiva acabou se tornando uma obstrução para o cenário para investigação. Nesse dia choveu e o telhado da quadra fazia muito barulho. Como a diretora da escola não conhecia a proposta que seria desenvolvida com os estudantes, a quadra seria um espaço para concentrar a atividade em uma única tarde, já que todos estariam direcionados para um único objetivo.

Outra obstrução ou obstáculo para o uso de cenários para investigação em sala de aula, a partir da formação realizada, diz respeito à uma pressão indireta pelo uso do livro didático na escola. Embora os participantes do curso tivessem elaborado um material didático que acompanharia o trabalho com a proposta investigativa com os estudantes, houve relatos de que atividades que não estejam voltadas para o livro didático acabavam sendo não incentivadas pois a falta de verba não permitia que a gestão escolar realizasse a impressão dos materiais produzidos. Além de uma cobrança que elas recebem para cumprir toda a ementa do livro didático e para aplicação de avaliações somativas. O trecho a seguir evidencia esse sentimento das professoras participantes...

Quadro 26 - Comentários das participantes

Ângela: *"Esse bimestre ela quer que a gente dê uma avaliação mensal, uma avaliação bimestral e a recuperação. E ainda fechar as notas até o dia 15 de dezembro. Como vamos fazer isso se perdemos vários dias de aula por conta dos jogos do Brasil."*

Francisca: *"Até avaliação de arte ela disse que tem que dar."*

Fonte: Notas do caderno de campo, 2022.

Essa necessidade de cumprir a ementa do livro didático acaba enrijecendo a prática pedagógica na sala de aula, pode acarretar em uma postura centralizadora que observamos, por exemplo, na professora Fátima, enquanto ela desenvolvia o cenário para investigação dentro da sala de aula. Na quadra a professora Fátima estava próxima dos estudantes

ajoelhada no chão orientando-os, quando voltou para a sala de aula manteve as carteiras enfileiradas e direcionou a atividade como se estivesse trabalhando com o livro didático no padrão comunicativo sanduíche. Assim, a professora Fátima pedia para um estudante ler a pergunta e pedia para outro responder e registrava no quadro a resposta correta.

Outra questão que podemos analisar com relação as atividades baseadas em cenários para investigação realizadas “fora” do livro didático e que necessitam de outro tipo de material impresso é a própria avaliação que esse material recebe da coordenação pedagógica da escola. Se a coordenação não compreende a finalidade desse material na sala de aula dificilmente incentivará o docente no desenvolvimento desse cenário para investigação e poderá criar obstruções para o seu uso. Por isso, consideramos que, para que se ocorra o desenvolvimento de cenários para investigação em sala de aula de forma mais constante, não são apenas os professores e as professoras que necessitam de formação continuada para vivenciarem os cenários para investigação, e sim toda a equipe pedagógica da escola, formando um tipo de aliança entre os gestores e os docentes. No nosso caso, apenas professores participaram de forma direta da formação continuada proposta. A coordenação, embora tenha apoiado, acabou não sabendo a respeito do que a formação em si havia trabalhado na prática formativa.

Ainda em relação à obstrução para o desenvolvimento de práticas pedagógicas voltadas para o uso de cenários para investigação em sala de aula, destacamos a importância da gestão escolar em *apoiar a implementação de práticas de formação continuada para professores e professoras*. No caso da nossa proposta, a formação apenas se concretizou com muita insistência de nossa parte. Primeiramente, a coordenadora pedagógica geral da secretaria de educação do município onde se realizou a prática formativa solicitou que a prática fosse realizada às quartas-feiras pois, nas segundas, terças e quintas os/as professores já tinham reunião de módulo. Após o primeiro encontro, a coordenadora pedagógica me procurou e disse para esperar as férias de julho passarem e depois retomar o curso porque as professoras precisavam realizar um estudo e preencher uma documentação sobre Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica (FUNDEB).

Na primeira semana de agosto de 2022, quando os/as professores retornaram das férias, conversei com a coordenadora pedagógica para retomar os encontros. Ela disse que iria pedir para as diretoras das duas escolas de ensino fundamental I passarem uma lista de quem gostaria de participar. Após duas semanas, a coordenadora pedagógica me avisou que ninguém se dispôs a fazer o curso, mas que ela iria conversar com o secretário de educação do município para “obrigar” as professoras a fazerem mediante contagem de ponto na ficha de

desempenho. No mês de setembro, as professoras da rede municipal foram convocadas para fazer um curso de formação continuada sobre inclusão de estudantes com transtorno do espectro autista (TEA). Por isso, neste mês, não conseguimos realizar nenhum encontro da prática formativa. No início do mês de outubro, conversei novamente com a coordenadora pedagógica para retomar os encontros e, dessa vez, ela me pediu para elaborar um folder de divulgação do curso para disponibilizar nos grupos de WhatsApp das duas escolas (Figura 46).

Figura 45 - Folder de divulgação do curso de formação continuada



Fonte: A autora.

A partir da disponibilização desse folder nos grupos de WhatsApp, retomamos a formação no dia 5 de outubro de 2022. Essa retomada aconteceu com 13 professores, no entanto, durante o quinto encontro algumas professoras não puderam comparecer porque foram novamente “convocadas” para uma reunião de trabalho no mesmo dia da nossa formação. Depois disso quatro professores desistiram formação. Notamos, neste contexto, que as demandas externas foram sempre prioritárias frente às demandas de formação continuada. Isso foi um obstáculo importante que vivenciamos na formação.

Além disso, a gestão escolar acabou nos impondo que as professoras participantes da formação só poderiam desenvolver a prática pedagógica elaborada por elas na penúltima semana de aula. Em 2022, houve a Copa do Mundo de futebol masculino, que aconteceu no mês de novembro. A prioridade para a gestão escolar era a realização das avaliações

bimestrais, que havia ficado ligeiramente comprometida por conta dos dias livres devido aos jogos da seleção brasileira. Apenas após tais avaliações, as professoras poderiam desenvolver as atividades elaboradas na formação. Além disso, no dia de desenvolvimento desta atividade a escola recebeu a visita do Papai Noel durante a atividade de investigação, que segundo a professora Paula não estava previsto no planejamento da escola.

Como é possível notar, pela nossa experiência, práticas de formação continuada a partir da parceria universidade e escola aparentemente têm sido pouco priorizadas. Isso demanda uma reflexão sobre de que maneira estas ações podem ser mais valorizadas no âmbito institucional das escolas. Sem o apoio da gestão, professores e professoras podem manter as práticas pedagógicas vigentes, muitas vezes pautadas no paradigma no exercício, e ficando desmotivadas a se envolverem em formações que tragam outras propostas para além dessa forma de trabalho com a matemática em sala de aula.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo buscamos responder ao seguinte questionamento: Como professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental colocam em prática o uso de cenários para investigação em sala de aula, a partir de uma prática de formação continuada? Para tanto, realizamos um ciclo completo de formação continuada que contemplou o estudo teórico da metodologia de cenários para investigação, a vivência de cenários para investigação pelos professores envolvidos no curso de formação, o desenvolvimento de cenários para investigação com os estudantes dos primeiros anos do ensino fundamental e a reflexão docente sobre as potencialidades e dificuldades da proposta realizada. A partir desse ciclo de formação, podemos notar que, em muitos casos, pode ser necessário mais ciclos como esse no processo formativo. Dizemos isso, pois, mesmo com a atividade investigativa elaborada, em momentos da prática notamos um retorno à zona de conforto, no padrão mais tradicional e menos investigativo das atividades. Claro que não fizemos um estudo longitudinal para verificar o impacto da formação na trajetória docente, mas temos como hipótese de que o desenvolvimento de mais ciclos de formação pode ser necessário para que de fato haja incorporação da prática no saber experiencial docente. Zorzin (2021) notou algo semelhante em seu estudo. Um ponto para futuras práticas formativas é o propiciar cenários para investigação que estejam, de alguma forma, integrados com outros materiais da escola, como o livro didático. .

Além disso, outro aspecto importante a ser considerado no desenvolvimento de práticas de formação para professores/as dos anos iniciais, diz respeito à discussão dos conteúdos matemáticos quando se está elaborando as atividades. Assumimos que os/as professores/as já sabem o conteúdo, mas pode acontecer de haver dificuldades conceituais. Retomar isso é importante nas práticas formativas com professores dos anos iniciais com foco em cenários para investigação. As aulas no paradigma do exercício podem ser uma forma dos professores permanecerem na sua zona de conforto devido as suas próprias dificuldades de lecionar os conteúdos matemáticos.

Outros ciclos de formação também seriam importantes para a explanação e discussão de assuntos relacionados a matemacia e a educação matemática crítica. Já que, nesse ciclo, notamos que os professores estavam mais focados em entender uma nova metodologia para ensinar seus/suas estudantes do que compreender a profundidade que os conteúdos matemáticos podem atingir a realidade dos/das estudantes. Como Ole Skovsmose escreveu, a

matemática contempla aspectos sociopolíticos e isso é importante para propiciar a leitura e a escrita do mundo pela matemática. Pouco se fala sobre esse assunto nas escolas, mas a matemática pode ser uma âncora para os menos favorecidos se sobressair na vida.

É importante salientar que esse ciclo de formação foi planejado para ser desenvolvido como um curso on-line. Mas, em virtude do fim do isolamento social por conta da Pandemia da Covid-19, os/as professores tiveram que retornar a sala de aula no fim do ano de 2021. Por conseguinte, ficaram sobrecarregados porque tiveram que manter o ensino a distância para os estudantes com comorbidades e retomar o ensino presencial com o restante da turma.

Dessa forma, os professores desistiram de fazer o curso on-line e nossa única opção foi esperar os professores retornarem das férias em 2022 para apresentar a proposta do curso presencial. Mesmo assim, nos foi solicitado que o curso não tivesse muitos encontros porque os professores estavam sobrecarregados com as várias demandas impostas com o fim da pandemia e o retorno às atividades presenciais. Além disso, como a formação se estendeu até o fim do ano e os jogos da Copa do Mundo de Futebol também atrapalharam de uma forma a realização do cenários para investigação elaborado pelas professoras.

Apesar de tudo, os resultados nos mostram que os professores se envolveram nos cenários para investigação e dentre os pontos discutidos nos resultados, o aceite dos/das professores/as é algo que merece destaque. Pois, as pesquisas atuais trazem resultados sobre o aceite dos/das estudantes quando estão envolvidos em cenários para investigação. Temos alguns indícios de que este aceite é diferente, como discutimos anteriormente e novos estudos podem ser realizados com o intuito de corroborar nossas descobertas nesse sentido ou mesmo elencar quais elementos devem ser incluídos nos cursos de formação continuada para que o aceite dos professores aconteça mais naturalmente.

Em fim, além de ser pesquisadora, sou professora na educação infantil, nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio e posso dizer que a minha pesquisa mudou minha forma de planejar minhas próprias aulas. Não consigo mais utilizar apenas o livro didático e permanecer no paradigma do exercício em todas aulas. Sempre ao introduzir um novo conteúdo planejo uma atividade investigativa que possa ser o pontapé inicial para o aceite dos estudantes.

Na escola onde leciono, os estudantes, principalmente do ensino médio, estão muito defasados nos conteúdos matemáticos e por isso estão desmotivados para fazer o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), pois acreditam que os estudantes das escolas particulares estão mais preparados. Assim, as atividades investigativas, os jogos matemáticos, o uso do GeoGebra nas aulas de Matemática estão sendo uma porta de entrada para motivar esses

estudantes as novas aprendizagens. Já os meus estudantes da educação infantil estão ansiosos para descobrir coisas novas, encontrar tesouros, escrever números maiores e as atividades investigativas proporcionam novas descobertas aos estudantes através de suas investigações. Quando os/as estudantes conseguem atingir seus objetivos surge um brilho no olhar que ninguém pode apagar. Portanto, é maravilhoso poder contribuir para a formação de mentes críticas e investigativas, que serão capazes de chegar onde quiserem.

REFERÊNCIAS

- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- AMIN, N. Excavating memories: A retrospective analysis of mathematics teachers' foregrounds. **Pythagoras**, África do Sul, p. 01-09, 2012.
- APPLE, M. W. *et al.* **Teaching Mathematics for Social Justice: Conversations with Educators**. National Council of Teachers of Mathematics, 2012.
- ARAÚJO, M. J. L.; MARTINS, F. F. Práticas investigativas e tecnologias digitais na formação continuada de professores dos anos iniciais do ensino fundamental: o ensino sobre tratamento da informação para além do paradigma do exercício. **Polyphonia**, Goiânia, v. 25, n. 2, p. 309-315, jul./dez., 2014.
- BECKER, H. **Métodos de Pesquisa em Ciências Sociais**. São Paulo: Hucitec, 2. ed, 1994.
- BONDÍA, J. L. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 19, p. 20-28, abr. 2002. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782002000100003&lng=es&nrm=iso. Acesso em: 08 fev. 2023.
- CAPRA, A. P. W. **Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática: tarefas potencializadoras como cenários de investigação na formação continuada de professores dos anos iniciais**. 2020. 227 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2020.
- CEOLIM, A. J.; HERMANN, W. Ole Skovsmose e sua educação matemática crítica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.1, n.1, p. 09-20, jul-dez. 2012.
- CEZAR, M. D. S.; OLIVEIRA, S. R. D.; CHAVES, R. Estudo Exploratório de Pesquisas Referentes à Educação Matemática Crítica: um Enfoque Reflexivo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 457-484, 2020.
- CHAPMAN, O. Imagination as a tool in mathematics teacher education. In: **Journal of Mathematics Teacher Education**, New York University, v.11. p. 83-88. DOI 10.1007/s10857-008- 9074-z
- CONTRERAS, J. **Autonomia de professores**. Tradução de Sandra Trabucco Valenzuela. Revisão técnica, apresentação e notas à edição brasileira Selma Garrido Pimenta. São Paulo: Cortez, 2002.
- COSTA, J. R.; PAVANELLO, R. M. A relevância da matemática ensinada nos anos iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO INTERDISCIPLINAR DE EDUCAÇÃO (ENIEDUC), 5, 2013, Campo Mourão. **Anais [...]**. Campo Mourão: Universidade Estadual do Paraná, 2013. Disponível em: http://www.fecilcam.br/anais/v_enieduc/data/uploads/mat/trabscompletos/mat71141154900_1.pdf. Acesso em: 15 abril 2021.

CURI, E. Conhecimentos matemáticos de professores polivalentes: a formação inicial em questão. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPEM), 7, 2004, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Faculdade de Educação - USP, 2004. Disponível em: http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/gt.html. Acesso em: 15 abril 2021.

D'Ambrosio, B. S., & Lopes, C. E.. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, 29(Bolema, 2015 29(51)). <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a01>

FAUSTINO, A. C., SANTINO, F. S., LOPES, B. G. Cenários para investigação na formação inicial de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. In: **Anais do Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática (SESEMAT)**, 13, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/8330>. Acesso em: 10 abril 2020.

FERREIRA, A. C., JUNIOR. A. T., LOPES, C. E. **A formação do professor que ensina matemática: aprendizagem docente e políticas públicas**. Campinas: Mercado de Letras, 2015.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir de prática**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

FURNARI, E. **Os problemas da família Gorgonzola**. São Paulo: Moderna, 2001.

GATTI, B. A. **Formação de professores para o ensino fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas** / Bernardete A. Gatti; Marina Muniz R. Nunes (orgs.) São Paulo: FCC/DPE, 2009.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M. Perspectivas para a formação de professores que ensinam matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 1, p.01-09, jan./dez., 2022.

GRÜTZMANN, T. P. Saberes docentes: um estudo a partir de Tardif e Borges. **Revista Temas em Educação**, João Pessoa, v. 28, n.3, p.02-23, set./dez., 2019.

HAGUETTE, T. M. F. **Metodologias qualitativas na sociologia**. 4.ed. Petrópolis: Vozes, 1995.

JULIO, R. S.; SILVA, G. H. G. Educação Matemática, inclusão social e pessoas idosas: uma análise do projeto conversas matemáticas no âmbito do programa Universidade Aberta à Pessoa Idosa. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 24, n.64, p. 52-70, 2019.

JUSTO, J. C. R. *et al.* Formação matemática de professores dos anos iniciais: uma contribuição para o debate sobre processos de formação colaborativa in loco. In: A formação do professor que ensina matemática, Campinas: Mercado de Letras, 2017, p. 13- 44.

- LIMA, L. F. **Conversas sobre Matemática com pessoas idosas viabilizadas por uma ação de Extensão Universitária**. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.
- LIMA, P. C. **Imaginação pedagógica e educação inclusiva: possibilidades para a formação de professores de matemática**. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022.
- LOPES, A. J. A Favor da Tabuada, mas Contra a Decoreba. **Boletim GEPEN**, Seropédica, n. 51, p. 13-23, 2007.
- LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **A pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- MILANI, R. **O Processo de Aprender a Dialogar por Futuros Professores de Matemática com Seus Alunos no Estágio Supervisionado**. 2015. 238f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.
- _____. “Sim, eu ouvi o que eles disseram”: o diálogo como movimento de ir até onde o outro está. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 35-52, abr. 2017.
- _____. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, UFMS, v. 13, n. 31, p. 1-18, 7 maio 2020.
- MUZINATTI, J. L. **A “Verdade” apaziguadora na Educação Matemática: como a argumentação de estudantes de classe média pode revelar sua visão acerca da injustiça social**. 2018. 254f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.
- PENTEADO, M. G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teacher. **Ways of Knowing Journal**, Brighton, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.
- PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. **Riscos trazem possibilidades**. In: Desafios da reflexão em educação matemática crítica. Campinas: Papirus, 2008, p. 41-50.
- PINTO, V. L. L. S. **Formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da aritmética**. 174 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica: Matemática, Física e Química) - Universidade do Grande Rio Prof. José de Souza Herdy, Duque de Caxias, 2010.
- PONTE, J. P. D.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H.. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. São Paulo: Autêntica, 2019.
- RABAIOLLI, L. L. **Geometria nos anos iniciais: uma proposta de formação de professores em cenários para investigação**. 2013. 134 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2013.

Receiteira. Pizza margherita fácil e saborosa. Disponibiliza receitas de culinária. Disponível em: <https://www.receiteira.com.br/receita/pizza-marguerita/izza-ingredients>. Acesso em: 04 set. 2022.

RIBEIRO, J. P.; BRANDALISE, M. A. T. Cenário das produções acadêmicas sobre formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática no ensino fundamental I (2000-2018). **Vitruvian Cogitationes**, Maringá, v. 1, n. 1, p. 84-98, 2020.

RODRIGUES, M. U.; MISKULIN, R. G. S.; SILVA, L. D. D. Potencialidades dos grupos/comunidades do *Facebook* para a formação de professores de Matemática no âmbito do PIBID. **Acta Scientiae**, Universidade Luterana do Brasil, v.19, n.6, nov./dez., 2017.

SILVA, D. I. B.; RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M. Desvelando Caminhos para a Aprendizagem Profissional do Professor que Ensina Matemática nos Anos Iniciais: Análise das Ações de uma Formadora. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.24, n. 1, p. 418-455, 2022.

SILVA, D. K.; COSTA, D. A. Abordagem investigativa em aulas de Matemática: uma investigação com casos de ensino na formação de professores. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.21, n.1, pp.160-179, 2019.

SILVA, G. H. G. **Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica**. 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2010. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91112>.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013.

SILVA, N. D. **Educação matemática a partir de um projeto de extensão direcionado a pessoas idosas**: contribuições para a formação inicial de professores de matemática. 2020. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, 2020.

SILVA, N.; SILVA, G. H. G.; JULIO, R. S. Contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática a partir de seu Envolvimento em um Projeto Extensionista Direcionado ao Público Idoso. **Bolema**, Rio Claro, v. 35, n. 70, p. 766-793, ago., 2021.

SILVA, S. M.; SILVA, G. H. G. A formação matemática de futuros pedagogos e pedagogas de um curso a distância. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 51, p. 1-20, 2021.

SOUZA, L. S. D. S. A influência da formação continuada na relação ao saber matemático de professores do ensino fundamental. In Encontro Pernambucano de Educação Matemática, 7, 2017. Garanhuns. **Anais[...]**. Garanhuns, 2017, p. 01-16.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

_____. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

_____. O que poderia significar a educação matemática crítica para diferentes grupos de estudantes?. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, Campo Mourão, v.6, n.12, p. 18-37, jul.-dez. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.33871/22385800.2017.6.12.18-37>.

_____. **Um convite à educação matemática crítica.** Trad. Gilka Girardello. Campinas: Papirus, 2014.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Rio de Janeiro: Vozes, 2010.

WORDWALL. Pizza Ingredients. Disponibiliza um jogo de roleta. Disponível em: <https://wordwall.net/resource/2964787/pizza-ingredients>. Acesso em: 28 out. 2022.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim.** Porto Alegre: Penso, 2016.

ZORZIN, J. P.; SILVA, G. H. G. Contribuições de uma prática formativa envolvendo o software GeoGebra para professores e professoras que ensinam matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 28, p. 01-18, 2022.

APÊNDICE A - Questionário para docentes participantes do curso de extensão

Formação:

Magistério: () Sim () Não

Ensino Superior concluído: () Sim () Não Curso: _____

Pós Graduação: () Concluído, qual? _____ () Cursando, qual? _____

1) Tempo de atuação nos anos iniciais: _____

2) Turma e período de atuação: _____

3) Está em estágio probatório? () Sim () Não

4) O que você poderia nos dizer a respeito de sua relação com a disciplina matemática durante sua trajetória na educação básica?

5) Atualmente, como você avalia sua relação com a disciplina matemática?

6) Esse curso de formação continuada correspondeu as suas expectativas? Por quê?

7) No seu curso de formação inicial você estudou ou ouviu algo a respeito desses tópicos: educação matemática crítica, cenários para investigação e paradigma do exercício? Se sim, como foi este estudo? Se não, quais conteúdos relacionados ao ensino de

matemática você mais trabalhou durante a graduação?

8) O que você poderia dizer a respeito dos encontros que realizamos em nossa formação? (foram suficientes, como foi a dinâmica, o que poderia ser feito diferente, etc)?

9) Para você, quais foram os principais pontos positivos em relação ao uso de cenários para investigação com sua turma? Comente a respeito.

10) Para você, quais foram os principais desafios encontrados durante o desenvolvimento do cenário para investigação com sua turma?

11) Para você, como poderia ser implementado propostas de atividades pedagógicas baseadas em cenários para investigação no contexto escolar em que você está inserida? Quais as dificuldades que poderia encontrar?

12) Você acredita que esse curso de formação continuada contribuiu de alguma forma na sua formação profissional? Explique.

13) Quais são as principais dificuldades de trabalhar com cenários para investigação na

sala de aula?

ANEXO A - Parecer de aprovação do comitê de ética

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Cenários para investigação em um ambiente virtual destinado à formação continuada de professores, que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental

Pesquisador: DAIS CAPUCHO AFINI

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 55043722.5.0000.5142

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS - UNIFAL-MG

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.371.303

Apresentação do Projeto:

Trata-se da segunda versão de um projeto de mestrado que busca compreender a forma como professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, que participaram de um curso virtual de formação continuada, colocam em ação o trabalho pedagógico com cenários para investigação em sua prática docente. Serão realizada uma pesquisa qualitativa e a metodologia empregada na pesquisa será o estudo de caso. Os dados serão produzidos a partir de uma prática de formação continuada (curso de extensão) voltada para professores e professoras dos anos iniciais em exercício realizada em um ambiente virtual de aprendizagem. O método de produção de dados será a observação participante e os pesquisadores serão classificados em observador como participante, pois participarão de todas as tarefas do grupo de estudo e revelarão os objetivos da pesquisa aos demais membros do grupo. Como instrumento de produção de dados serão utilizadas as observações das interações ocorridas na plataforma online, notas em caderno de campo das observações realizadas nas diferentes etapas da prática formativa e webs-entrevista semiestruturadas com pelo menos três participantes do curso. Para a análise e a organização dos dados será usado a Análise de Conteúdo proposta por Bardin.

O projeto apresenta financeiro próprio e os pesquisadores declaram que não há conflito de interesses.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo geral:

Compreender a forma como professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, que participaram de um curso online de formação continuada, colocam em ação o trabalho pedagógico com cenários para investigação em sua prática docente.

Objetivos específicos:

- Analisar o engajamento docente durante a participação em uma prática formativa virtual voltada à criação de cenários para investigação em sala de aula.
- Compreender como professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental elaboram, de forma colaborativa, cenários para investigação para o trabalho pedagógico com seus estudantes.
- Compreender as dificuldades e potencialidades para o desenvolvimento de cenários para investigação em sala de aula, a partir da fala de professores e professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, participantes de uma prática formativa.

Parecer CEP:

Os objetivos são:

- a. claros e bem definidos;
- b. coerentes com a propositura geral do projeto;
- c. exequíveis

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos e medidas minimizadoras que a pesquisa pode oferecer quanto a realização das atividades desenvolvidas no ambiente virtual Meet, na aplicação do questionário e na web-entrevista realizada em ambiente virtual:

- Possibilidade de constrangimento: esclarecer e informar a respeito do anonimato e da possibilidade de interromper o processo quando desejar, sem danos e prejuízos à pesquisa e a si próprio.
- Disponibilidade de tempo para responder ao instrumento: garantir a retirada do seu consentimento prévio, ou simplesmente interrupção do autopreenchimento das respostas e não enviar o formulário, caso desista de participar da pesquisa.
- Exposição da imagem do participante em vídeos (gravados ou não) que possam resultar na sua identificação: garantir o compromisso de não divulgação da imagem.
- Divulgação de dados confidenciais e de imagem: compromisso de não publicar qualquer forma de identificação do participante (nome, codinome, iniciais, registros individuais, informações postais, números de telefone, endereços eletrônicos, fotografias, figuras, características morfológicas, entre outros).
- Quebra de sigilo: o pesquisador responsável deverá, após a conclusão da coleta de dados, fazer o download dos dados coletados para um dispositivo eletrônico local, apagando todo e qualquer registro de qualquer plataforma virtual, ambiente compartilhado ou "nuvem".

Riscos e medidas minimizadoras que a pesquisa pode oferecer quanto à metodologia de observação participante realizada em ambiente virtual:

- Vergonha: garantir o acesso em um ambiente que proporcione privacidade durante a coleta de

dados, uma abordagem humanizada, optando-se pela escuta atenta e pelo acolhimento do participante, obtenção de informações, apenas no que diz respeito àquelas necessárias para a pesquisa.

-Embaraço de interagir com estranhos, medo de repercussões eventuais: orientar aos participantes que a concordância ou não em participar da pesquisa em nada irá alterar sua condição e relação civil e social com a equipe de pesquisa e a Universidade de origem.

-Desconforto emocional relacionado a presença do pesquisador: garantir uma abordagem cautelosa ao indivíduo considerando e respeitando seus valores, cultura e crenças; promoção de privacidade em ambiente tranquilo e seguro.

Benefícios:

Os professores participantes poderão refletir sobre sua prática pedagógica, aprender com as experiências compartilhadas durante o curso de formação e eventualmente partilhar com seus alunos atividades investigativas em ambientes de aprendizagem que se constituem como cenários para investigação.

Parecer CEP:

- a. os riscos de execução do projeto São bem avaliados, realmente necessários e estão bem descritos no projeto.
- b. os benefícios são apresentados e justificam os riscos corridos.
- c. para cada risco descrito, a pesquisadora apresenta uma correta ação minimizadora.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Parecer CEP:

- a. Método da pesquisa – está adequado aos objetivos do projeto e é atualizado;
- b. Referencial teórico da pesquisa – está atualizado e é suficiente para aquilo que se propõe;
- c. Cronograma de execução da pesquisa – é coerente com os objetivos propostos e está adequado ao tempo de tramitação do projeto.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

- a. Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) – Presente e adequado
- b. Termo de Assentimento (TA) – Não se aplica
- c. Termo de Assentimento Esclarecido (TAE) – Não se aplica
- d. Termo de Compromisso para Utilização de Dados e Prontuários (TCUD) – Presente e adequado
- e. Termo de Anuência Institucional (TAI) – Presente e adequado
- f. Folha de rosto - Presente e adequada
- g. Projeto de pesquisa completo e detalhado - Presente e adequado
- h. Declaração de compromisso do pesquisador responsável - Presente e adequada.
- i. Formulário de encaminhamento - Presente e adequado.

Recomendações:

Recomenda-se corrigir a grafia da palavra "ressarcido" no item 4 do TCLE.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

PENDÊNCIA 1. Adequar o TCLE: retirar o item 3, esclarecer o item 5 e colocar craseantes do termo 'formação continuada' no título do projeto.

RESPOSTA: O item 3 foi retirado e por isso o item 5 que deveria ser esclarecido setornou o item 4 que foi escrito de forma mais detalhada.

A crase foi colocada no título. Todas as informações alteradas estão de vermelho.

Parecer CEP: Pendencia atendida

Recomenda-se a aprovação do projeto.

Considerações Finais a critério do CEP:

Após análise a coordenação do CEP emite parecer ad referendum.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1883451.pdf	04/04/2022 10:37:52		Aceito
Outros	CARTARESPOSTA_Dais_Afini.pdf	04/04/2022 10:36:44	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Dais_Afini.pdf	04/04/2022 10:36:09	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Outros	form_encaminhamento_Dais_Afini.pdf	14/01/2022 14:37:08	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Outros	declaracao_comp_Dais_Afini.pdf	14/01/2022 14:36:49	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projetodepesquisa_Dais_Afini.pdf	14/01/2022 14:34:56	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRosto_Dais_Afini.pdf	13/01/2022 15:11:03	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Outros	roteiro_web_entrevista_Dais_Afini.pdf	13/01/2022 15:09:55	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Outros	questionario_participantes_Dais_Afini.pdf	13/01/2022 15:09:32	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Outros	TCUD_Dais_Afini.pdf	13/01/2022 15:09:00	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito
Outros	TAI_Dais_Afini.pdf	13/01/2022 15:08:13	DAIS CAPUCHO AFINI	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

ALFENAS, 27 de
Abril de 2022

Assinado por:
CARLA HELENA
FERNANDES
(Coordenador(a))

ANEXO B - Caderno de acompanhamento para investigação da tabuada

CADERNO DE ACOMPANHAMENTO

1º Encontro: Investigando as regularidades da tabela pitagórica

-Leitura: SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

-Leitura complementar: LOPES, A. J. A Favor da Tabuada, mas Contra a Decoreba. **Boletim GEPEM**, n. 51, p. 13-23, 2007.

- **1ª Etapa: Cenários para investigação.**

Skovsmose (2000) afirma que as aulas de matemática são divididas em dois momentos: primeiro o professor explica a definição e apresenta algumas técnicas matemáticas e depois os alunos resolvem exercícios. Há uma variação nesse procedimento podendo o professor ministrar uma aula totalmente expositiva ou os alunos passarem toda a aula resolvendo exercício. De qualquer forma, a aula se resume a resolução de exercícios geralmente selecionados no livro didático. Assim, as aulas de matemática se enquadram no modelo do paradigma do exercício, onde as atividades trabalhadas geralmente apresentam uma e somente uma resposta correta única resposta correta. Contrapondo ao modelo de aula empregado no paradigma do exercício, Skovsmose (2000) propõe o desenvolvimento de cenários para investigação. Skovsmose (2000, p. 6) afirma que um cenário para investigação “é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações”. Ou seja, os cenários para investigação são ambientes de aprendizagem que possibilitam aos estudantes oportunidades para o diálogo, a cooperação, a investigação e a tomada de decisões.

Os dois diferentes paradigmas de práticas de sala de aula (paradigma do exercício e cenários para investigação) estabelecem diferentes ambientes de aprendizagem. Nestes ambientes, quando engajados nas atividades pedagógicas, os estudantes fazem referências à conceitos puramente matemáticos, em que não é necessário fazer referência a objetos e situações não matemáticas; à objetos que “parecem” vir da realidade (um tipo de semirrealidade) e também à situações da vida real. A combinação entre as três referências e os

dois paradigmas de práticas de sala de aula geram uma matriz com seis ambientes de aprendizagem.

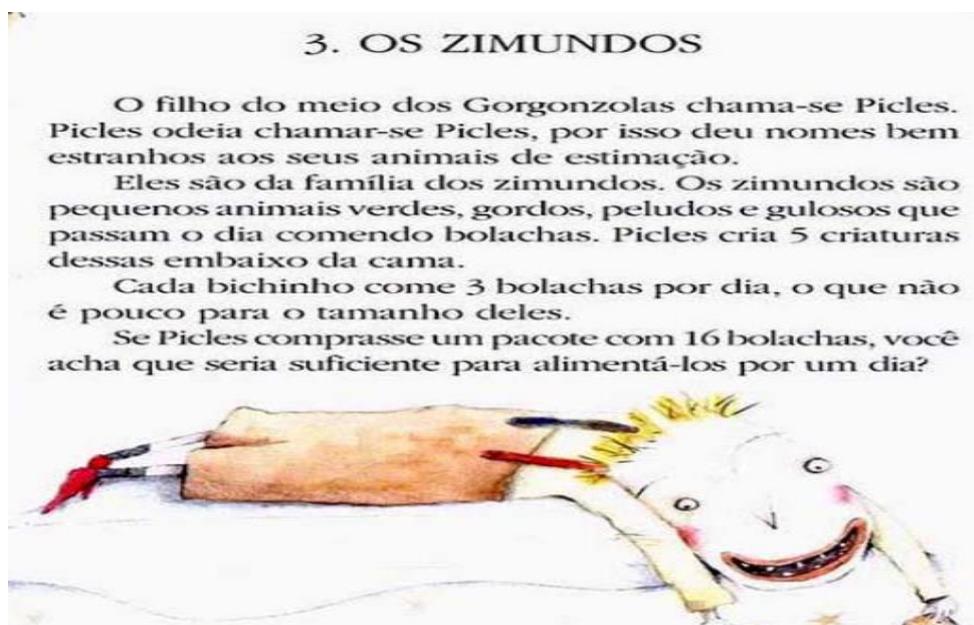
	Paradigma do exercício	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências a uma semirrealidade	(3)	(4)
Referências à vida real	(5)	(6)

- O ambiente tipo (1), se refere ao paradigma do exercício, em que as práticas pedagógicas se resumem a resolução de exercícios, os quais, na maioria das vezes, são do livro didático.
- O ambiente tipo (2) é caracterizado por atividades que convidam a descobertas e a investigações, direcionando os estudantes a explorarem, por exemplo, propriedades de figuras geométricas ou de números por meio da investigação de suas regularidades, ao invés, de simplesmente decorar as fórmulas.
- O ambiente tipo (3) também envolve exercícios, mas esses fazem referência a uma semirrealidade passível de ser imaginada pelo estudante.
- No ambiente tipo (4), as atividades também fazem referência à semirrealidade, porém apresentam momentos em que os alunos fazem investigações e explorações sobre situações ou problemas.
- No ambiente tipo (5), as atividades fazem referência à vida real. Os estudantes buscam uma solução para uma situação-problema real apresentada em diagramas ou gráficos, porém as perguntas referentes a esses dados levam a uma única resposta correta ou a aplicação de uma séria de algoritmos e sequências lógicas.
- No ambiente tipo (6), o processo de ensino/aprendizagem ocorre através da investigação de situações da vida real.

- **2ª Etapa: Os problemas da família Gorgonzola.**

O livro "Os Problemas da Família Gorgonzola" foi escrito por Eva Furnari e não é só um livro de problemas. É também um teste pra saber que tipo de cérebro tem dentro da cabeça da gente.

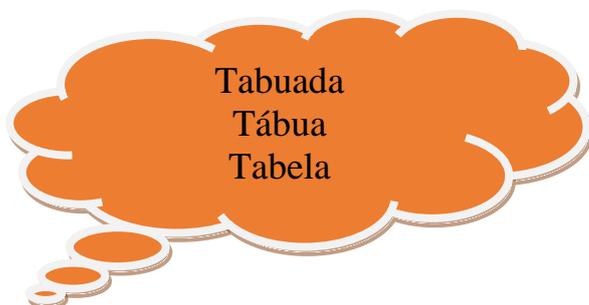
Vamos ler um dos problemas da família Gorgonzola sobre os animais de estimação de Picles.



A leitura desse capítulo nos remete a um assunto muito discutido com os alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental. Você consegue identificar esse tema? Como poderíamos trabalhar essa leitura na sala de aula de forma a resolver esse problema sem utilizar a matemática de maneira formal? Se preferir pode desenhar.

- **3ª Etapa: Tabela Pitagórica.**

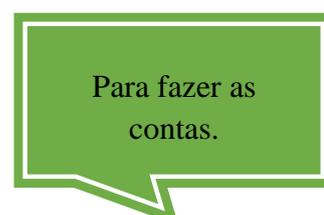
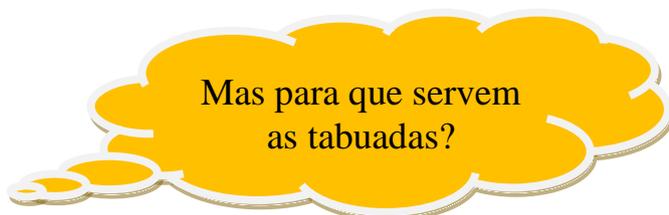
O que é uma tabuada? Antes de responder, pense na raiz das palavras "tabuada", "tábua" e "tabela".



A tabuada é um tipo especial de tabela, que no ensino primário está associada à memorização de fatos aritméticos e, em especial, dos fatos da multiplicação.

É comum a associação do termo tabuada somente à tabela da multiplicação. Esquece-se, porém, de uma diversidade de outras "tabuadas": adição, subtração, divisão, quadrados perfeitos, potências de 2, etc.

Podemos dizer que o termo tabuada, como conhecemos hoje, foi conceituado pelo filósofo Pitágoras. Muitos livros antigos, inclusive, apresentam a tabuada como "tabuada de Pitágoras". Outra curiosidade é que a palavra teve origem a partir das tábuas que eram utilizadas na Grécia Antiga para fazer cálculos.



Como você costuma introduzir a tabuada nas suas aulas de matemática?

Vamos explorar a tabela Pitagórica.

A tabela pitagórica é um quadro de dupla entrada no qual são registrados os resultados das multiplicações de uma vez um, até 10 vezes 10. No nosso estudo vamos modificar a tabela pitagórica acrescentando o zero.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0							
1	0	1	2	3							
2	0	2	4								
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

a) Quais regularidades você observa nesta tabela (que não está totalmente preenchida)?

b) Com base em suas observações, complete a tabela.

Investigando regularidades:

a) O que acontece se multiplicamos o número 3 por 0? _____

b) O que acontece se multiplicamos o número 9 por 0? _____

c) Como podemos descrever essa regularidade da tabela pitagórica?

d) Agora o que acontece quando multiplicamos o número 8 por 1?

e) O que acontece se multiplicamos o número 4 por 1? _____

f) O que acontece se multiplicamos o número 5 por 1? _____

g) A partir dessa observação podemos observar uma regularidade para tabela pitagórica? Em caso afirmativo, qual seria?

Observe os termos equidistantes na tabela pitagórica.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

a) O que acontece quando somamos os números equidistantes da horizontal da primeira linha?

b) O que acontece quando somamos os números equidistantes na primeira coluna?

c) O que acontece quando somamos o segundo termo equidistante na coluna do número 1?

Vamos circular os resultados que estão na diagonal principal. Você consegue identificá-los?

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tomando como base a diagonal principal, investigue as regularidades existentes.

Elabore uma sistematização dos resultados que você encontrou em sua investigação.

Investigando a tabuada:

a) Investigue possíveis regularidades presentes nas tabuadas dos números 2, 4 e 8.

b) Observando os resultados da tabuada do número 2, qual sequência numérica é formada?

c) Investigue se existe uma sequência numérica na coluna vertical dos resultados das tabuadas?

d) Investigue regularidades entre as tabuadas dos números 3 e 6?

Vamos pensar mais um pouquinho...

Some os resultados das tabuadas dos números 2 e 3.

Tabuada do	Tabuada do 3	
2		
2	3	5
4	6	10

a) Você consegue encontrar semelhança entre os resultados da sua terceira coluna com os resultados presentes na tabela pitagórica?

b) Será que podemos estabelecer uma regularidade para a tabela pitagórica a partir dos resultados que você preencheu na coluna 3?

Considerações finais

1) É possível fazer essa investigação com os alunos? Você acha que os alunos iriam aceitar o convite para esse tipo de investigação?

2) Durante a atividade o que você achou mais difícil ou lhe causou algum estranhamento?

3) Qual o potencial investigativo dessa atividade? Em qual ambiente de investigação ela se enquadra?

4) Você já tinha conhecimento sobre o termo cenários para investigação? Durante a sua formação houve algum espaço para esse tipo de discussão?

5) Qual a diferença entre o paradigma do exercício e o cenário para investigação?

6) Como você avalia suas experiências passadas com a matemática e com a tabuada?

7) Qual o papel do professor na condução da atividade mediante um cenário para investigação?

ANEXO C - Caderno de acompanhamento para investigação do Tangram

CADERNO DE ACOMPANHAMENTO

2º Encontro: Investigando o Tangram.

-Leitura principal: MILANI, R. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica.

-Leitura complementar: SILVA, N. SILVA, G. JULIO, R. Contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática a partir de seu Envolvimento em um Projeto Extensionista Direcionado ao Público Idoso.

1ª Etapa: Discussão sobre o texto.

Em seu artigo Raquel Milani apresenta um exemplo de como transformar exercícios centrados no paradigma do exercício em cenários para investigação. Note que o exemplo faz referência a uma semirrealidade (ambiente 3): “João foi à feira para comprar 5 kg de maçãs. Se o preço do quilo da maçã era R\$7,50, quanto João pagou por sua compra?”. Trata-se de um exemplo clássico em livros didáticos que traz o contexto de uma pessoa, em uma feira de verduras, frutas e legumes, que compra certo produto a um certo custo, e pede-se o total gasto por essa pessoa.

Para transformá-lo em uma atividade investigativa, o/a professor/a poderia atentar para os comentários que os/as alunos/as apresentariam ao ler, ouvir e pensar sobre o enunciado de tal exercício. Alguns desses comentários poderiam ser: “Como está cara essa maçã!”, “O que o João vai fazer com tudo isso de maçã?”, “Nunca dá 5 kg de maçã na balança!”, “Na quitanda perto de casa, encontro maçã bem mais barata que isso!”, “Será que em toda feira é esse o preço da maçã?”, “Por que ele não pesquisou o preço em outro lugar?”, “Quanto custa, para o agricultor, produzir essa maçã?”, “Essa maçã só pode ser feita de ouro!”.

Além desses questionamentos, uma feira pode ser organizada em sala de aula, para simular uma situação em que os/as alunos/as se envolveriam com os cálculos da situação proposta. Nesse sentido, a atividade se caracterizaria como um cenário para investigação com referência à semirrealidade (ambiente 4). Para além disso, visitas a feiras poderiam ser organizadas para entrevistar feirantes e consumidores/as a respeito das práticas que esses dois grupos desenvolvem nesse contexto. Dados seriam coletados e trabalhados em aula para

discutir sobre a situação proposta. Nesse sentido, professor/a e alunos/as estariam se aproximando de uma atividade com referência à realidade.

Abrir um exercício para criar uma atividade ligada a um cenário para investigação está ligada a duas possíveis ações: criar outras possibilidades de encaminhamento sobre a temática proposta no exercício e legitimar e desenvolver os comentários dos/as alunos/as a respeito do enunciado do exercício.

2ª Etapa: Lenda do Tangram.

Em algum momento você deve ter se deparado com a lenda do Tangram no ensino de matemática. Você costuma desenvolver atividades relacionadas ao Tangram com seus alunos?

Nesse segundo encontro vamos conversar um pouquinho sobre as potencialidades matemáticas do Tangram.

A LENDA DO TANGRAM

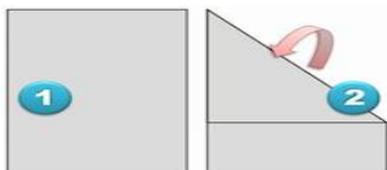
Diz a lenda que um sábio chinês deveria levar, ao Imperador, um ladrilho quadrado. No meio do caminho, ele tropeçou e o quadrado caiu e se partiu em sete pedaços.

Ao juntar os pedaços, ele percebeu que, a cada tentativa, surgia uma nova figura. Depois de muito tentar, o sábio, finalmente, conseguiu formar novamente o quadrado e o levou ao Imperador.

Adaptado de Educação Matemática em Revista nº 5, p. 15.



Agora que já relembramos a lenda do Tangram vamos iniciar a sua construção.



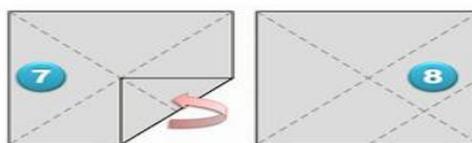
- 1: pegue uma folha
2: dobre-a conforme a figura



- 3: Abra a folha novamente e observe as marcas.
4: Recorte o retângulo sobressalente.



- 5: Pegue o quadrado
6: Dobre as diagonais, formando um X



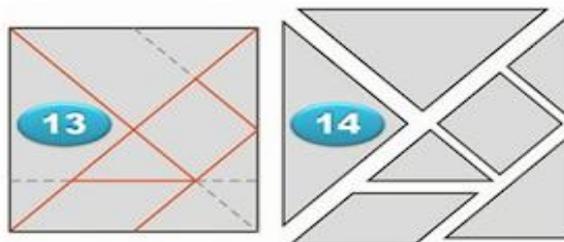
- 7: Dobre uma das pontas até o meio do quadrado.
8: Desdobre e observe as marcas da dobradura.



- 9: Dobre a metade da folha até o meio.
10: Desdobre a folha.



- 11: Dobre a ponta superior direita até o meio do quadrado.
12: Desdobre e observe.



13: Passe um lápis sobre as marcas indicadas.
14: Pinte e recorte as figuras.

Investigando regularidades

a) Quantas peças formam o Tangram? _____

b) Qual o nome das figuras geométricas que formam o Tangram?

c) Investigue as relações entre os dois triângulos maiores.

d) Investigue as relações entre os dois triângulos menores.

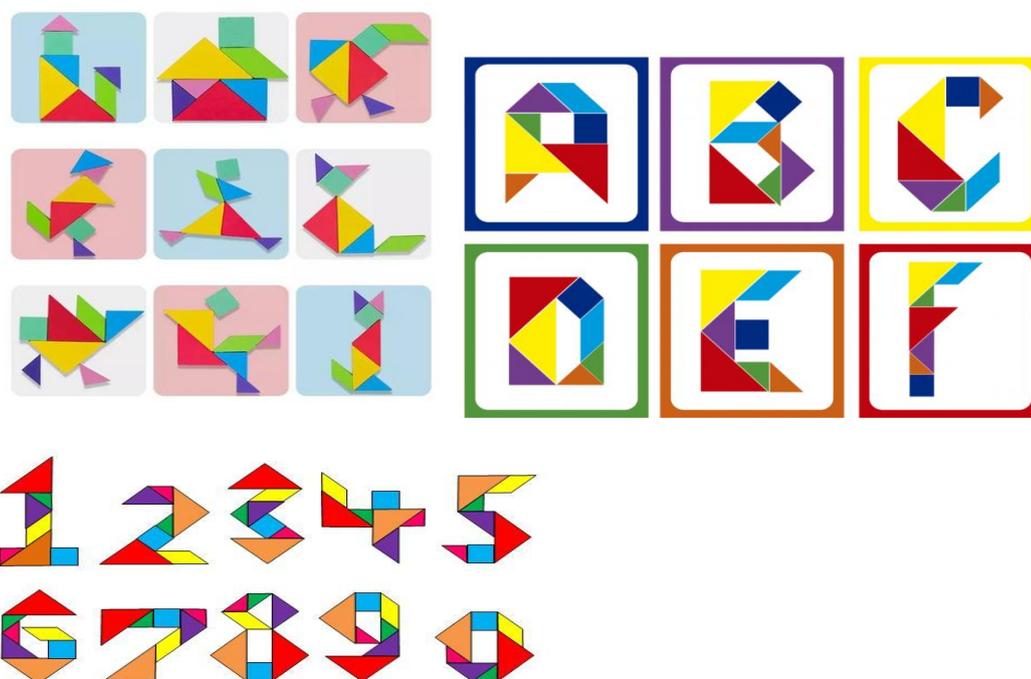
e) Investigue as relações existentes entre os triângulos menores, o médio e os maiores. Se precisar investigue com a ajuda da calculadora.

f) Investigue relações entre o quadrado e os triângulos menores.

g) Investigue as relações entre o paralelogramo e as outras figuras do Tangram. Anote suas conclusões.

Curiosidade

Com as peças do Tangram podemos formar várias figuras inclusive números e letras.



Considerações finais

1) Nas investigações que realizamos neste encontro quais os conceitos matemáticos que foram abordados?

2) Seria possível desenvolver essa atividade com os alunos na escola? Justifique.

3) Durante a atividade o que você achou mais difícil ou lhe causou algum estranhamento?

4) Você considera importante mostrar o lado artístico da matemática para os alunos? Isso ajuda em algum aspecto?

5) Qual o potencial investigativo dessa atividade? Em qual ambiente de investigação ela se enquadra?

ANEXO D - Caderno de acompanhamento para investigação das pizzas

CADERNO DE ACOMPANHAMENTO**3º Encontro: Investigação em ambientes de semirrealidade.**

-Leitura: FAUSTINO. A. C. Diálogo e Educação Matemática: o processo de dialogar no terceiro ano do ensino fundamental.

-Leitura complementar: Matemática e a relação com outros campos do saber no ciclo de alfabetização. Revista Salto para o Futuro.

1ª Etapa: História da pizza.

8. PIZZA DE URUBU



O Pífo tem um primo que adora pizza, o Porfírio. Certa vez o Pífo e o Porfírio foram jantar na pizzaria mais famosa da cidade e pediram pizza à moda da casa, isto é, pizza de gambá.

Depois comeram pizza de urubu e, por último, uma caprichadíssima pizza de sabonete, que era pra acabar com o mau hálito.

Cada pizza custava R\$10,00. Pífo e Porfírio dividiram a conta ao meio.

Quanto gastou cada um?
Qual o nome da pizzaria e que outros sabores de pizzas você acha que havia lá?

Você sabe como surgiu a pizza?

Cerca de 6 mil anos atrás, o que conhecemos hoje como pizza era apenas uma fina massa feita com farinha de trigo e água. Essa massa era consumida pelos hebreus e pelos egípcios e era chamada de piscea, de onde veio o nome pizza.

Quase mil anos atrás, a piscea chegou à Itália, onde passou a ser preparada com queijos e temperos. Os italianos a comiam dobrada ao meio como um sanduíche.

Cerca de 500 anos atrás, os italianos acrescentaram tomate à receita da piscea, que ficou mais parecida com a pizza que conhecemos hoje.

Atualmente, diversos ingredientes podem compor a receita da pizza. É possível saborear pizzas de carne-seca, de frango, de hortaliças, de frutas e até de sorvete!

2ª Etapa: Festa de aniversário.

Imagine que você fará a comemoração do seu aniversário em uma pizzaria. Mas, a pizzaria só aceita 20 convidados para não tumultuar o ambiente e ainda restar mesas disponíveis para outros clientes.

Observe o cardápio da pizzaria:

Pizzas	Pizzas Doces	Lanches
<p>01 - Atum Molho, mussarela, atum, tomate, cebola, azeitona, orégano</p> <p>02 - Bacon Molho, mussarela, bacon, tomate, azeitona, orégano</p> <p>03 - Baiana Molho, mussarela, presunto, calabresa, bacon, pimenta, cebola, azeitona, orégano</p> <p>04 - Calabresa Molho, mussarela, calabresa, cebola, azeitona, orégano</p> <p>05 - Frango Molho, mussarela, frango, azeitona, orégano</p> <p>06 - Frango com Catupiry Molho, mussarela, frango, catupiry, azeitona, orégano</p> <p>07 - Filé com Catupiry Molho, mussarela, filé, catupiry, tomate, azeitona, orégano</p> <p>08 - Filé com Rúcula Molho, mussarela, filé, rúcula, azeitona, orégano</p> <p>09 - Lombo Canadense Molho, mussarela, lombo, palmito, tomate, azeitona, orégano</p> <p>10 - Marguerita Molho, mussarela, palmito, tomate, manjericao, azeitona, orégano</p> <p>11 - Milho Verde Molho, mussarela, milho verde, creme de leite, azeitona, orégano</p> <p>12 - Moda da Casa Molho, mussarela, milho, lombo, catupiry, bacon, azeitona, orégano</p> <p>13 - Mussarela Molho, mussarela, tomate em rodela, azeitona, orégano</p> <p>14 - Napolitana Molho, mussarela, tomate, parmesão, azeitona, orégano</p> <p>15 - Palmito Molho, mussarela, palmito, azeitona, orégano</p> <p>16 - Palmito com Catupiry Molho, mussarela, palmito, catupiry, azeitona, orégano</p> <p>17 - Portuguesa Molho, mussarela, milho, ervilha, ovo, calabresa, cebola, azeitona, orégano</p> <p>18 - Quatro Queijos Molho, mussarela, provolone, queijo prato, caipira</p> <p>19 - Salaminho ao Catupiry Molho, mussarela, salaminho italiano, cebola, catupiry, orégano</p> <p>20 - Sanduba Molho, mussarela, palmito, milho, tomate, calabresa, creme de leite, tomate, coberto com mussarela, orégano.</p> <p>21 - Stroganoff Molho, mussarela, palmito, champignon, filé, creme de leite, azeite, orégano</p>	<p>01 - Califórnia Creme de leite, mussarela, abacaxi, péssigo, banana, maçã, figo, caramelo, cereja</p> <p>02 - Banana Creme de leite, mussarela, banana, canela, cereja</p> <p>03 - Chocolate Creme de leite, mussarela, chocolate, cereja</p> <p>04 - Prestígio Creme de leite, mussarela, chocolate, coco ralado, cereja</p> <p>05 - Romeu e Julieta Creme de leite, mussarela, goiabada, cereja</p> <p>06 - Brigadeiro Creme de leite, mussarela, brigadeiro, chocolate, granulado, cereja</p>	<p>01 - X-Salada ----- R\$ 5,00 Pão, hambúrguer, maionese, presunto, mussarela, alface, tomate</p> <p>02 - X-Burguer ----- R\$ 4,50 Pão, hambúrguer, mussarela, presunto</p> <p>03 - X-Egg ----- R\$ 6,00 Pão, hambúrguer, tomate, alface, presunto, mussarela, ovo</p> <p>04 - X-Bacon ----- R\$ 6,50 Pão, tomate, alface, hambúrguer, presunto, mussarela, bacon, ovo</p> <p>05 - X-Filé ----- R\$ 8,00 Pão, tomate, alface, presunto, mussarela, filé</p> <p>06 - X-Bagunça ----- R\$ 8,00 Pão, hambúrguer, ovo, presunto, mussarela, bacon, catupiry, tomate, alface, salmicha, milho</p> <p>07 - X-Tudo ----- R\$ 8,00 Pão, presunto, mussarela, hambúrguer, ovo, bacon, ervilha, milho verde, calabresa, salmicha, catupiry, alface, tomate</p> <p>08 - Frango ----- R\$ 8,00 Pão, filé, frango, presunto, mussarela, alface, tomate</p>
<p>OPÇÕES DE BORDA</p> <p>Calabresa ----- R\$ 2,00 Bacon com catupiry ----- R\$ 2,00 Frango com Catupiry ----- R\$ 2,00</p> <p>Mussarela com presunto ----- R\$ 2,00 Goiabada com Catupiry ----- R\$ 2,00</p> <p>Borda de Chocolate ----- R\$ 4,00</p>		<p>Bebidas</p> <p>Refrigerante Lata ----- R\$ 2,00 Refrigerante 600 ml ----- R\$ 3,00 Refrigerante 2 lt ----- R\$ 5,00 Cerveja Lata ----- R\$ 2,50</p>
<p>Valores das Pizzas</p> <p>Pequena ----- R\$ 15,00 Média ----- R\$ 18,00 Grande ----- R\$ 20,00 Extra Grande ----- R\$ 25,00 Metro s/ Borda ----- R\$ 40,00 Metro c/ Borda ----- R\$ 50,00</p>		<p>Marmitas</p> 
<p style="text-align: center;">Ligue  88 98863-1004</p>		

De acordo com o cardápio a pizzaria tem opções de pizza pequena, média, grande e extragrande. A pizza pequena tem 4 fatias, a média tem 6 fatias, a grande tem 8 fatias, a extra grande tem 12 fatias e a pizza de metro tem 30 fatias. Em média cada convidado come quatro fatias de pizza e bebe três copos de refrigerante de 200mL.

1) Quantas pizzas seriam necessárias para servir todos os convidados da festa?

2) Quantos litros de refrigerante seriam necessários para servir todos os convidados?

3) Monte três cardápios diferentes, da seguinte maneira: um econômico, um mediano e outro mais caro. Todo cardápio deve ter ao menos dois sabores diferentes e uma opção vegana (mas você pode montar com quantos sabores quiser). Em seguida, investigue a diferença percentual dos preços dos três cardápios que você elaborou.

4) A pizzaria ofereceu uma possibilidade de que seja realizada um rodízio. Nesse rodízio, não haveria limitação de quantidade de fatias por cada um e nem da quantidade de refrigerante. O valor cobrado nessa oferta seria de R\$ 49,00 por pessoa. Você acha que a opção de rodízio

seria mais vantajosa para quem (pizzaria ou clientes)? Por quê? (utilize cálculos matemáticos para elaborar seu argumento).

5) Estima-se que 22% das fatias de pizzas de um rodízio acabam sendo desperdiçadas. Quanto de pizza teria sido desperdiçado se o grupo tivesse optado por escolher o rodízio? Qual valor em reais isso representa?

6) O que você acha a respeito das taxas de desperdício que muitos restaurantes cobram? O que você acha que deveria ser feito para evitar essa taxa e conscientizar as pessoas sobre desperdícios de alimentos?

3ª Etapa: Mão na massa.

Nesse período de pandemia todos os estabelecimentos comerciais tiveram que se reinventar para atender todos os protocolos de segurança. Uma das opções mais utilizadas por todos os estabelecimentos gastronômicos foi o *delivery*. Imagine que você é dono de uma pizzaria e precisa fazer o seu balanço mensal para avaliar sua porcentagem de lucro.

Utilize uma calculadora para fazer os cálculos.

- PIZZA MARGHERITA -

INGREDIENTES PARA A MASSA

250G DE FARINHA DE TRIGO



5G DE FERMENTO BIOLÓGICO SECO INSTANTÂNEO



1 COLHER (CHÁ) DE SAL



1/2 COPO DE ÁGUA MORNA



INGREDIENTES PARA O RECHEIO

120G DE QUEIJO PARMESÃO RALADO



2 COLHERES (SOPA) DE MOLHO DE TOMATE



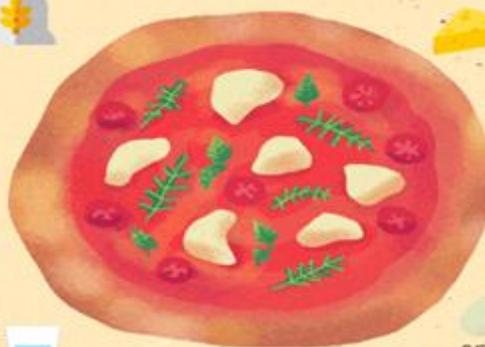
1 COLHER (SOPA) DE AZEITE



250G DE MUSSARELA DE BÚFALA



12 FOLHAS DE MANJERICÃO



Rende: 8 pedaços

- MODO DE PREPARO -

1. Misture a farinha, o sal e o fermento.
2. Acrescente a água morna e misture a massa com as mãos.
3. Transfira a massa para uma superfície lisa e comece a sovar.
4. Divida a massa em dois, coloque cada parte em um saco plástico e deixe descansar por duas horas.
5. Abra as duas partes de massa e coloque em duas assadeiras diferentes, enquanto deixa o forno pré-aquecendo a 200°C.
6. Sobre as pizzas, espalhe o molho de tomate e o azeite, acrescente o queijo parmesão e adicione a mussarela de búfala. Finalize o recheio com manjericão.
7. Leve ao forno por aproximadamente 10 minutos e retire para saborear!

Receiteria

MASSA				
Ingredientes	Unidade	Valor do produto	Quantidade utilizada na receita	Custo
CUSTO TOTAL DA MASSA				
MOLHO				
Ingredientes	Unidade	Valor do produto	Quantidade utilizada na receita	Custo
CUSTO TOTAL DO MOLHO				
RECHEIO				
Ingredientes	Unidade	Valor do produto	Quantidade utilizada na receita	Custo
CUSTO TOTAL DO RECHEIO				
CUSTO TOTAL DA PIZZA				

1) De acordo com as suas anotações na tabela acima, investigue qual o custo para o preparo das modalidades de pizza: pequena, média, grande, extra grande e de metro.

2) Para o preço de venda, qual porcentagem você considera ser vantajosa para o cliente e para o estabelecimento? Calcule então o valor de venda de cada pizza do seu cardápio.

3) Com o aumento do preço da gasolina é quase impossível não cobrar taxa de entrega. Qual seria o melhor valor que poderia ser cobrado pela taxa de entrega, que deixaria o cliente menos insatisfeito.

Considerações finais

1) Na sua opinião, quais seriam as vantagens e as desvantagens de se realizar uma atividade como essa na sua turma?

2) Durante a atividade o que você achou mais difícil ou lhe causou algum estranhamento?

3) Qual o potencial investigativo dessa atividade? Em qual ambiente de investigação ela se enquadra?

ANEXO E - Caderno de acompanhamento elaborado pelas professoras que participaram do curso

**CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO
AMBIENTES DE APRENDIZAGEM – AMBIENTE TIPO 4**

ALUNO: _____ DATA: ___/___/___

GEOMETRIA NA COPA

A **COPA DO MUNDO** É UMA COMPETIÇÃO DE FUTEBOL REALIZADA PELA FEDERAÇÃO INTERNACIONAL DE FUTEBOL A CADA QUATRO ANOS. ESSE EVENTO É A MAIOR E MAIS IMPORTANTE COMPETIÇÃO DE FUTEBOL ORGANIZADA PELA **FIFA** E, EM SUA ESTRUTURA ATUAL, É COMPOSTO POR 32 SELEÇÕES. OS JOGOS ACONTECEM EM UMA NAÇÃO-SEDE DETERMINADA POR MEIO DE ELEIÇÃO ESTRUTURADA PELA PRÓPRIA FIFA.

A COPA DO MUNDO ACONTECEU PELA PRIMEIRA VEZ EM 1930, NO URUGUAI. AS EDIÇÕES DE 1942 E 1946 FORAM CANCELADAS PELA FIFA POR CONTA DA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL. COM O AVANÇAR DOS ANOS, A COPA DO MUNDO TRANSFORMOU-SE EM UMA COMPETIÇÃO DE IMPORTÂNCIA MUNDIAL E DE GRANDE AUDIÊNCIA.

ESTE ANO SERÁ REALIZADA A 22ª EDIÇÃO DA COPA DO MUNDO QUE ACONTECERÁ NO CATAR. NO PERÍODO DE 20 DE NOVEMBRO À 18 DE DEZEMBRO.

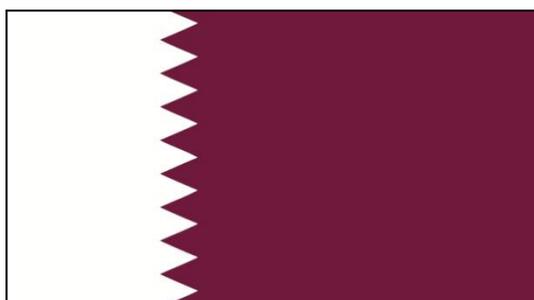
BASEANDO-SE NO ATUAL MOMENTO ABORDAREMOS CONCEITOS BÁSICOS DA GEOMETRIA ATRAVÉS DA ANÁLISE DAS BANDEIRAS DE ALGUNS PAÍSES QUE PARTICIPARÃO DESTA EDIÇÃO.

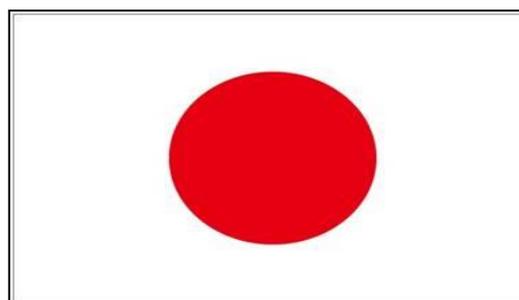
A PRINCÍPIO IREMOS CONSTRUIR E ANALISAR A BANDEIRA DO NOSSO PAÍS .



1- QUAIS FORAM AS FIGURAS GEOMÉTRICAS UTILIZADAS PARA CONSTRUIR A BANDEIRA DO BRASIL?

AGORA IREMOS ANALISAR AS BANDEIRAS DE ALGUNS PAÍSES PARTICIPANTES.









2- FAÇA UMA BREVE PESQUISA NO ÁLBUM DA COPA E ESCREVA OS NOMES DOS PAÍSES ACIMA.

VEJA TAMBÉM SE ACERTO O DESENHO DA BANDEIRA DO BRASIL.

3- OBSERVE AS BANDEIRAS.

A) QUAIS BANDEIRAS POSSUEM RETÂNGULOS? _____

B) QUAIS BANDEIRAS POSSUEM CÍRCULOS? _____

C) QUAIS BANDEIRAS POSSUEM TRIÂNGULOS? _____

D) QUAIS BANDEIRAS POSSUEM QUADRADOS? _____

4- É POSSÍVEL ENCONTRAR AS FIGURAS GEOMÉTRICAS PRESENTES NAS BANDEIRAS E RELACIONÁ-LAS COM OBJETOS DO NOSSO COTIDIANO?

QUAIS SÃO ESSES OBJETOS?

5- QUAIS SÃO AS DEFINIÇÕES DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS ENCONTRADAS NAS BANDEIRAS.

A) QUADRADO

B) RETÂNGULO

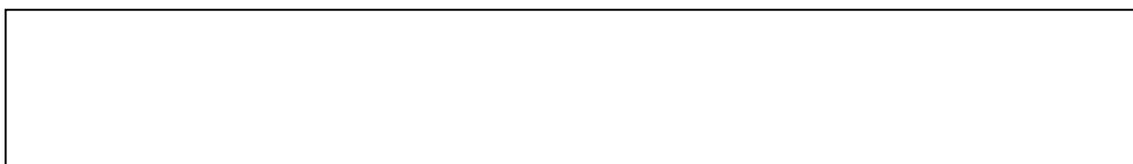
C) TRIÂNGULO

D) CÍRCULO

DESENHE UMA FIGURA DE QUATRO LADOS IGUAIS.



DESENHE UMA FIGURA DE TRÊS LADOS.



DESENHE UMA FIGURA DE QUATRO LADOS.



DESENHE UMA FIGURA SEM LADOS.

