

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALFENAS

MARIA FLÁVIA MACIEL SANTIAGO

**FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA RUMO A UMA
PERSPECTIVA CRÍTICA: POSSIBILIDADES POR MEIO DO TRABALHO
PEDAGÓGICO COM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**

ALFENAS/MG

2024

MARIA FLÁVIA MACIEL SANTIAGO

**FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA RUMO A UMA
PERSPECTIVA CRÍTICA: POSSIBILIDADES POR MEIO DO TRABALHO
PEDAGÓGICO COM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestra em Educação pela
Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração:
Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.
Orientador: Prof. Dr. Guilherme Henrique Gomes da Silva

ALFENAS/MG

2024

Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal de Alfenas
Biblioteca Central

Santiago, Maria Flávia Maciel.

Formação inicial de professores de Matemática rumo a uma perspectiva crítica : possibilidades por meio do trabalho pedagógico com cenários para investigação / Maria Flávia Maciel Santiago. - Alfenas, MG, 2025.

152 f. : il. -

Orientador(a): Guilherme Henrique Gomes da Silva.

Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, MG, 2025.

Bibliografia.

1. Cenários para investigação. 2. Programa Residência Pedagógica. 3. Formação inicial de professores. 4. Educação Matemática Crítica. 5. Educação Matemática. I. Silva, Guilherme Henrique Gomes da, orient. II. Título.

MARIA FLÁVIA MACIEL SANTIAGO

**FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA RUMO A UMA
PERSPECTIVA CRÍTICA: POSSIBILIDADES POR MEIO DO TRABALHO
PEDAGÓGICO COM CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO**

O presidente da banca examinadora abaixo assina a aprovação da Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Educação pela Universidade Federal de Alfenas. Área de concentração: Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias.

Aprovada em: 28 de janeiro de 2025

Prof. Dr. Guilherme Henrique Gomes da Silva
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Profa. Dra. Raquel Milani
Universidade de São Paulo

Profa. Dra. Ana Paula dos Santos Malheiros
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Assinatura:  Documento assinado digitalmente
GUILHERME HENRIQUE GOMES DA SILVA
Data: 13/02/2025 16:36:33-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dedico este trabalho ao meu avô (in memoriam), que sempre esteve, de alguma forma, comigo em todos os momentos e tem me guiado até aqui.

AGRADECIMENTOS

Ao longo de todo o processo de desenvolvimento desta pesquisa, muitas pessoas estiveram presentes e me ajudaram de alguma forma. Não só durante esse processo, mas antes dele também e, sem isso, talvez não teria trilhado este caminho. Espero poder retribuir, de alguma forma, todos que contribuíram para a realização desta pesquisa, para a construção da pesquisadora que estou me tornando e para o meu desenvolvimento pessoal.

Agradeço à minha família, principalmente meus pais, Isabel e Flaviano. Vocês são as pessoas mais importantes da minha vida e sempre me apoiaram em todas as decisões. Com o mestrado não foi diferente. Entenderam os momentos em que estive ausente e foram pacientes comigo. O amor de vocês é o que me mantém firme neste caminho e me inspira.

Agradeço aos meus amigos. Os que compartilharam as angústias e felicidades de estar em um mestrado acadêmico, Fernanda, Ana Teresa, Gislene, Francine, Maria Gabriela, e, principalmente, José Daniel, que passou a ter um espaço especial em minha vida. Também, conheci pessoas em Alfenas que foram importantes neste caminho: Sara, Maria Izabelle, Tamires, Juliana, Lauane, Ruthe, Leonardo Rafael, Jonas, Ariele e Marília. Aos meus amigos de longa data, um agradecimento especial, porque vocês estiveram comigo em todas as fases e me incentivaram estar aqui: Pedro, Felipe, Bruna, Nicole, Anna Clara, Ana Júlia, Iris, Gabriella.

Agradeço aos professores que tive em minha trajetória acadêmica. Luzia e Sirlene, vocês foram as melhores professoras que já tive ao longo da vida. Anderson, meus primeiros passos na pesquisa foram possíveis graças a sua orientação. Para além disso, você se tornou um amigo muito importante. Andréa, aprendi muito com todas nossas conversas para além do TCC. Rejane, além de professora, você proporcionou experiências importantes em minha vida. Gratidão por todos os ensinamentos e por todos os momentos. Vocês são minhas inspirações, sobretudo pelo exemplo de pessoas incríveis.

Agradeço ao meu orientador. Guilherme, trabalhamos juntos desde a graduação e você me apresentou a Educação Matemática Crítica. Para além da perspectiva teórica desta pesquisa, a adoto como uma perspectiva que orienta a postura que assumo no meu dia a dia. Assim como os outros professores, você também é uma inspiração. Gratidão por ter visto potencial em mim e por todo trabalho que desenvolvemos juntos. Não teria conseguido sem sua orientação, paciência e compreensão.

Agradeço aos bolsistas do subprojeto Matemática do Programa Residência Pedagógica, por terem contribuído de forma crucial para essa pesquisa, acolhendo-me no grupo.

Agradeço as professoras Raquel Milani e Ana Paula Malheiros, por aceitarem o convite de compor a banca de avaliação desta dissertação e por suas excelentes contribuições, que me ajudaram a olhar por outro ângulo para minha pesquisa.

As pessoas que citei nesta seção marcaram minha vida de alguma forma, mas foram várias que fizeram parte do meu caminho. Acredito que não há um processo de desenvolvimento e mudança sem que outras pessoas tenham feito parte dele. Então, agradeço à todas que fizeram parte do meu.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

A Educação Matemática Crítica (EMC) pode ser entendida como uma expressão de preocupações acerca da Educação Matemática, abrangendo, dentre outros aspectos, conceitos intrinsecamente ligados ao ensino, como cenários para investigação e diálogo. O trabalho com cenários para investigação tem sido um dos caminhos para o desenvolvimento de preocupações da EMC em sala de aula. Os cenários para investigação são ambientes de aprendizagem que possibilitam aos estudantes envolver-se em processos investigativos, estabelecer interações dialógicas e refletir sobre questões sociopolíticas nas aulas de matemática. Esta pesquisa buscou compreender de que modo futuros professores de Matemática se engajam no estudo, na elaboração e no desenvolvimento de cenários para investigação com estudantes do Ensino Médio. Para isso, adotou-se a abordagem qualitativa, na qual foi realizado um estudo de caso com cinco estudantes do curso de licenciatura em matemática de uma universidade federal do sul de Minas Gerais, participantes do Programa Residência Pedagógica. Nesse contexto, utilizou-se a proposta formativa denominada Ciclos de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica. Para a produção dos dados, empregou-se o método da observação participante, utilizando instrumentos como gravações em áudio das interações dos futuros professores durante o processo formativo e registros escritos acerca das observações das reuniões e das intervenções pedagógicas realizadas por eles. Para a organização e análise dos dados, utilizou-se uma proposta de construção temática. Os resultados da pesquisa evidenciam mudanças na postura dos futuros professores e no seu entendimento sobre cenários para investigação. A apropriação do referencial teórico, aliada às experiências em sala de aula, mostrou-se importante para o engajamento dos futuros professores, pois influenciou a maneira como elaboraram e desenvolveram suas práticas, permitindo-lhes confrontar o que as discussões teóricas com suas experiências. Além disso, observou-se um importante engajamento dos futuros professores na proposta formativa, uma vez que se identificaram com ela, demonstraram interesse e se comprometeram com as ações propostas no contexto formativo. Esse engajamento oportunizou colocar em ação novas ideias, crenças e práticas desenvolvidas por meio de um processo de reflexão aliado às vivências com cenários para investigação. Os resultados também destacam fatores que podem interferir na forma como os futuros professores se engajam na proposta formativa, tais como carga horária excessiva de seu curso de licenciatura e de suas atividades, a falta de recursos das escolas e as dificuldades dos estudantes do Ensino Médio com os conteúdos matemáticos. Além disso, os resultados evidenciam elementos que favoreceram o engajamento de futuros professores com cenários para investigação, como a dinâmica do Programa Residência Pedagógica e a postura adotada pela professora formadora, que se alinhava às preocupações da EMC. Por fim, os resultados deste estudo apontam possibilidades para o aprimoramento da própria proposta formativa, destacando a importância de momentos dedicados à discussão dos conteúdos matemáticos e à vivência com cenários para investigação.

Palavras-chave: cenários para investigação; programa residência pedagógica; formação inicial de professores; educação matemática crítica; educação matemática.

ABSTRACT

Critical Mathematics Education (CME) can be understood as an expression of concerns regarding Mathematics Education, encompassing, among other aspects, concepts intrinsically linked to teaching, such as landscapes of investigation and dialogue. Working with landscapes of investigation has been one of the pathways for developing CME-related concerns in the classroom. Landscapes of investigation are learning environments that allow students to engage in investigative processes, establish dialogical interactions, and reflect on sociopolitical issues in mathematics classes. This research aimed to understand how future mathematics teachers engage in studying, designing, and developing landscapes of investigation with high school students. To achieve this, a qualitative approach was adopted, involving a case study with five undergraduate mathematics students from a federal university in southern Minas Gerais, who were participants in the Pedagogical Residency Program. In this context, a teacher education proposal called Teacher Education Cycles for Critical Mathematics Education was used. For data production, the participant observation method was employed, using instruments such as audio recordings of future teachers' interactions during the teacher education process and written records of observations from meetings and pedagogical interventions they conducted. A thematic construction approach was used for data organization and analysis. The research results highlight changes in the future teachers' attitudes and their understanding of landscapes of investigation. The appropriation of the theoretical framework, combined with classroom experiences, proved to be important for their engagement, as it influenced how they designed and implemented their practices, allowing them to confront theoretical discussions with their own experiences. Additionally, significant engagement was observed in the training proposal, as they identified with it, demonstrated interest, and committed to the proposed activities within the training context. This engagement provided the opportunity to enact new ideas, beliefs, and practices developed through a reflective process combined with experiences in landscapes of investigation. The results also highlight factors that may interfere with how future teachers engage in the teacher education, such as the excessive workload of their undergraduate program and other activities, the lack of resources in schools, and the difficulties high school students face with mathematical content. Moreover, the results point to elements that fostered future teachers' engagement with landscapes of investigation, such as the dynamics of the Pedagogical Residency Program and the approach adopted by the teacher educator, which aligned with CME concerns. Finally, this study's findings suggest possibilities for improving the teacher education proposal itself, emphasizing the importance of dedicating time to discussing mathematical content and experiencing landscapes of investigation.

Keywords: landscapes of investigation; Pedagogical Residency Program; initial teacher education; critical mathematics education; mathematics education.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
2	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA E FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	15
2.1	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA	15
2.2	CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO: POSSIBILIDADE DE TRABALHAR PREOCUPAÇÕES DA EMC EM SALA DE AULA	18
2.3	FORMAÇÃO DE PROFESSORES E SABERES DOCENTES	29
2.3.1	Programa Residência Pedagógica: espaço privilegiado de formação	32
2.4	MODELOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	34
2.4.1	<i>Interconnected Model of Teacher Professional Growth</i> e modelo das “Oportunidades de Aprendizagem do Professor (Modelo PLOT)”	35
2.4.2	Ciclo para Formação Docente em Educação Matemática Crítica	40
3	REVISÃO DE LITERATURA	46
4	METODOLOGIA.....	53
4.1	PRODUÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	55
5	DESCRIÇÃO DOS DADOS	64
5.1	INTRODUÇÃO À FUNÇÃO.....	64
5.2	EXPLORANDO O GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DO GEOGEBRA.....	83
5.3	EM DIREÇÃO AO TERCEIRO CICLO	91
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	95
6.1	ENTENDIMENTO DOS FUTUROS PROFESSORES SOBRE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO	95
6.2	FATORES QUE INFLUENCIARAM O DESENVOLVIMENTO DE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO	113
6.3	IMPLICAÇÃO DA/PARA A PROPOSTA FORMATIVA	119
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	134
	REFERÊNCIAS.....	139
	ANEXOS.....	143

1 INTRODUÇÃO

A Matemática, segundo Skovsmose (2007), pode ser vista como uma das bases para a sociedade tecnológica. As ferramentas e técnicas que a Educação Matemática dispõe estão intimamente relacionadas com a manipulação das tecnologias e informações de uma sociedade globalizada, cada vez mais tecnológica, e isso pode potencializar os processos de inclusão ou exclusão (Skovsmose, 2007). Nesse sentido, Skovsmose (2007) considera que o papel da Educação Matemática na formação dos indivíduos é crítico e a Educação Matemática é crítica, pois os papéis que ela pode assumir não são pré-determinados e neutros e “como ela pode operar em relação aos ideais democráticos dependerá do contexto, da maneira como o currículo é organizado, do modo como as expectativas dos estudantes são reconhecidas, etc.” (Skovsmose, 2007, p. 72). Seus papéis podem, portanto, ter significados sociais e não determinam uma essência para a Educação Matemática, pois pode ser praticada de diferentes formas e servir diferentes interesses em um contexto sociopolítico (Skovsmose, 2007; 2014; 2023).

Nesse sentido, a Educação Matemática Crítica (EMC), então, reconhece essa natureza indefinida da Educação Matemática e expressa preocupações ao seu respeito, sendo uma resposta para uma posição crítica da Educação Matemática frente aos papéis que ela pode desempenhar diante um contexto sociopolítico (Skovsmose, 2007; 2008; 2023). Desse modo, a EMC “[...] não é para ser entendida como um ramo especial da educação matemática. Não pode ser identificada com certa metodologia de sala de aula. Não pode ser constituída por um currículo específico” (Skovsmose, 2007, p. 73). Dentre outros aspectos, a EMC tem se mostrado como um caminho para a problematização de aspectos sociais nas aulas de Matemática.

No Brasil, a EMC tem respaldado o desenvolvimento de pesquisas em diversas frentes, como, por exemplo, aprendizagem matemática (Milani *et al.*, 2017), inclusão e exclusão no contexto escolar (Santos *et. al.*, 2022), raça e racismo na educação matemática (Silva; Powell, 2016), educação de pessoas idosas (Silva; Julio, 2023) e formação de professores de matemática (Milani, 2020; Silva; Lima; Rodriguez, 2021). De particular interesse, alguns estudos, como Civiero (2016), têm destacado pouco espaço nos cursos de formação inicial de professores e professoras¹ para a problematização e discussão de preocupações da EMC, mesmo com uma demanda do atual currículo brasileiro pelo desenvolvimento de práticas, por parte dos

¹ Para fins de padronização da escrita, vamos nos referir aos professores e professoras como “professores”. No mesmo sentido, vamos nos referir aos estudantes e às estudantes como “os estudantes”.

professores, que auxiliem os estudantes a construírem um pensamento crítico e investigativo nas aulas de matemática. Entendemos que incorporar a EMC no processo de formação possibilita a esses profissionais movimentar-se rumo a reflexão sobre sua prática e postura adotada frente às demandas do currículo brasileiro, que vislumbram a formação de indivíduos que saibam exercer a cidadania.

Nesse sentido, o uso de cenários para investigação torna-se um recurso metodológico que oportuniza a aproximação com as preocupações da EMC (Skovsmose, 2023). Como uma alternativa ao chamado “paradigma do exercício”, que é uma perspectiva pedagógica em que a aprendizagem matemática ocorre através da apresentação de definições e exemplos pelo professor e a resolução de vários exercícios pelos estudantes, cenários para investigação proporcionam possibilidades para que os estudantes possam se engajar em processos investigativos, estabelecer interações dialógicas em sala de aula e refletir criticamente sobre questões sociopolíticas (Skovsmose, 2023). São ambientes de aprendizagem que proporcionam espaços para que os estudantes possam criar linhas de raciocínio, conjecturar, testar hipóteses, realizar experimentos, defender ideias, criar modelos, dentre outras coisas. São vários os fatores que favorecem o seu uso, por exemplo, Skovsmose (2014) destaca que proporciona um ambiente em que os estudantes podem trabalhar de forma autônoma, argumentar e comunicar matematicamente e despertar o senso crítico e a criatividade, no qual é possível resgatar conhecimentos prévios e conectá-los com os conceitos que estão sendo descobertos.

Assim, o objetivo desta pesquisa é o de compreender como futuros professores de Matemática podem se engajar no estudo, elaboração e desenvolvimento de cenários para investigação com estudantes do Ensino Médio, a partir de seu envolvimento em uma proposta formativa no contexto do Programa Residência Pedagógica de uma Universidade Federal do Sul do Estado de Minas Gerais. Desse modo, estabelecendo relações entre a Educação Matemática Crítica e formação inicial de professores de Matemática, buscamos responder a seguinte questão: *No contexto do Programa Residência Pedagógica, como futuros professores de Matemática podem se engajar no trabalho com cenários para investigação com estudantes do Ensino Médio, de modo que esse envolvimento favoreça o desenvolvimento de uma postura investigativa, crítica e dialógica?*

Segundo o dicionário online Michaelis², os significados para engajamento são: (i) ato ou efeito de engajar(-se); (ii) contrato para a prestação de determinados serviços, acerto, ajuste, trato; (iii) envolvimento ativo com as circunstâncias políticas e sociais que (a alguém) se

² Acesso em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/engajamento/>

afigram de extrema importância em determinado momento histórico, e que geralmente são debatidas nas diferentes esferas em que se costumam travar os embates ideológicos. Nesta pesquisa, compreendemos engajamento para algo além de uma participação, mas o envolvimento ativo nas ações que são propostas. Para isso, consideramos que é necessário haver o interesse dos envolvidos para que não se torne algo mecânico ou simplesmente para cumprir demandas. Além disso, tratando-se da perspectiva da EMC, para além da ação, o engajamento envolve também a reflexão sobre aquilo que se faz, sobre a postura que se adota e o que se pretende atingir. Por isso, em nossa questão norteadora, ressaltamos o desenvolvimento de uma postura crítica, investigativa e dialógica, pois o trabalho pedagógico com cenários para investigação pode ser desenvolvido com diferentes focos e o nosso, considerando a perspectiva da EMC e o ambiente da formação inicial de professores de matemática, pretende enfatizar esses elementos.

Foram apresentados nessa introdução o objetivo, a questão norteadora e três temáticas importantes para a pesquisa: Matemática; Educação Matemática Crítica, em especial cenários para investigação; e formação inicial de professores de Matemática. Mas, como me encontrei com esses temas e surgiu essa pesquisa?

A Matemática sempre teve destaque em minha vida. Meu avô era dono de uma mercearia e o ajudava com as vendas. Neste tempo que passávamos juntos, percebia o quanto ele era bom com os números, apesar de ter frequentado a escola por apenas três anos de sua infância. Ele me incentivava com cálculos mentais e na tomada de decisões, quando algum vendedor oferecia produtos e era preciso analisar os preços, dentre outras condições. Ele também sempre conversava comigo sobre questões políticas e sociais, já que eram recorrentes nos jornais que assistia. Então, passar algumas horas do dia observando como meu avô agia, fez minha admiração por ele crescer e começar a me aproximar mais da Matemática do seu dia a dia.

O ensino da Matemática, mesmo que de uma forma diferente da que discuto hoje, também sempre esteve presente em minha vida. Sempre senti uma grande admiração pelos professores com que tinha contato e, quando chegava das aulas, gostava de brincar de ensinar aquilo que havia aprendido. Lembro que a parede da minha casa era de um piso áspero e de um tom claro de marrom e eu pedia aos professores pedaços de giz que sobravam para escrever em minha lousa improvisada. Os estudantes e as perguntas que faziam eram todas imaginadas, muitas vezes aquelas que eu fazia e depois explicava como havia entendido. Com o passar dos anos, os estudantes imaginários passaram a ser meus colegas de classe. Como tinha facilidade em aprender os conteúdos matemáticos, reunia-me com eles nos intervalos. O retorno dos meus

colegas e o incentivo de alguns professores fizeram com que eu pensasse cada vez mais em ingressar em um curso de licenciatura em Matemática. Então, comecei a me questionar: “E se eu quiser ser professora de Matemática?”. Ao longo dos três anos do Ensino Médio, esse questionamento se tornou uma certeza.

Ingressei, em 2018, no curso de licenciatura em Matemática. No primeiro semestre, aproximadamente dois meses após o ingresso, participei do processo de seleção do subprojeto Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), no qual fui aprovada. Neste período, conheci o professor Guilherme, o orientador desta pesquisa e que, na época, era o coordenador do subprojeto, e tive meu primeiro contato com o trabalho pedagógico com cenários para investigação, desenvolvendo algumas tarefas com estudantes do Ensino Básico nesta perspectiva. Ao longo dos anos de graduação, participei de outros projetos, mas o trabalho com cenários para investigação nunca deixou de ser algo presente.

Então, após alguns anos, em 2022, realizei uma iniciação científica orientada pelo professor Guilherme e tive meu primeiro contato com artigos que falavam especificamente sobre a Educação Matemática Crítica. A imersão neste novo tema de pesquisa, em específico no estudo sobre cenários para investigação, assim como a reaproximação com o professor Guilherme, culminaram na elaboração de um projeto de mestrado acadêmico que teve como principais temas a Educação Matemática Crítica e a formação inicial de professores de Matemática.

O contexto da formação inicial de professores de Matemática surge quando, em conversas com o professor Guilherme, refleti sobre as experiências anteriores que tive ao longo da graduação com cenários para investigação, mas no contexto da Educação Básica. Era comum que os futuros professores e aqueles que já atuavam na escola, como os professores que acompanhávamos nas disciplinas de estágio, apresentassem certa resistência com o trabalho pedagógico com cenários para investigação, não somente em relação aos aspectos metodológicos, mas quanto a postura adotada e a concepção que tinham sobre a Matemática, características do paradigma do exercício (Skovsmose, 2023). Então, o contexto de formação desses profissionais foi algo que surgiu como interesse de pesquisa.

Costumo dizer que essas experiências possibilitaram descobrir que existiam “outras matemáticas” para além daquela que eu conhecia e achava ser a única que existia. Sobretudo, com a realização do meu TCC, também na área da Educação Matemática, e estudando um pouco mais sobre a História da Matemática, passei a entendê-la como uma manifestação cultural. Além disso, também descobri sobre as diferentes linhas de pesquisa dentro da Educação Matemática. Então, todo esse processo foi de desconstrução e reconstrução sobre a

Matemática que aprendi e o que ela poderia significar em diferentes contextos. Essa perspectiva foi algo que surgiu naturalmente à medida que mergulhei cada vez mais nas discussões acerca da EMC. As discussões acerca da formação inicial de professores foram apresentadas pelo meu orientador, mas se tornaram parte de minhas preocupações ao passo que essa pesquisa ia se desenvolvendo.

Nesse processo, a EMC se tornou a perspectiva teórica não só adotada na pesquisa, mas nas ações do meu dia a dia. Acredito ser importante vivenciar o que defendo nesta pesquisa e adotar uma postura crítica e dialógica nos ambientes em que estou inserida, pois esses espaços, como no trabalho e nos diferentes tipos de interações sociais, também possibilitam a formação das pessoas, de alguma forma. E, não só por serem espaços formativos, mas porque acredito ser uma forma mais justa de se agir. Dessa forma, entendo que discutir sobre a EMC não se limita a apresentar conceitos específicos, mas considero que adotar uma postura em que os estudantes são vistos em suas singularidades, como produtores de conhecimentos tão importantes quanto aqueles que ensinamos, também está relacionado à EMC. Oportunizar um ambiente dialógico, seja no espaço escolar ou não, em que todos possam ouvir e serem ouvidos e suas perspectivas consideradas, também é adotar a EMC como referência.

É compartilhando destes entendimentos que situo essa pesquisa e minha posição enquanto pesquisadora em construção. Nas seções seguintes serão apresentadas: a fundamentação teórica desta pesquisa no que tange a EMC e a formação inicial de professores; a revisão de literatura da temática do estudo; a metodologia utilizada para a pesquisa; os resultados obtidos a partir da realização de dois ciclos de formação com cinco residentes do Programa Residência Pedagógica de uma Universidade Federal do Sul de Minas Gerais; e as considerações finais.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA E FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Nesta seção serão apresentadas as principais referências que fundamentaram a pesquisa destacada nesta dissertação. Inicialmente, apresentaremos as principais ideias da Educação Matemática Crítica, a perspectiva teórica e metodológica adotada com foco particular em cenários para investigação. Em seguida, apresentaremos questões pertinentes sobre a formação de professores, como os paradigmas que cercam os modelos de formação (Gatti *et al.*, 2019) e os saberes docentes (Tardif, 2002). Posteriormente, apresentaremos o Programa Residência Pedagógica, que compreendemos como um espaço privilegiado de formação de professores. Para finalizar essa seção, discutiremos algumas inspirações para repensar os modelos de formação e que fundamentam a proposta utilizada nesta pesquisa, denominada “Ciclos de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica” (Afini; Silva, 2024; Santiago; Silva; Julio, 2023).

2.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A Educação Matemática possui uma natureza indefinida, no sentido de que pode ser praticada de diferentes formas e servir diferentes interesses em um contexto sociopolítico, sejam eles para algo positivo ou não (Skovsmose, 2023). Por exemplo, como forma de incluir ou excluir, como forma de ditar relações de poder que podem favorecer alguns grupos em detrimento de outros ou como forma de contribuir para o desenvolvimento da cidadania, reforçando ideias de democracia e justiça social. Da mesma forma, a Matemática caracteriza-se como um processo aberto, uma vez que os papéis que pode assumir não são pré-determinados e neutros, podem ter significados sociais e, portanto, não determinam uma essência para a Matemática (Skovsmose, 2014). Nesse sentido, algumas reflexões surgem à medida que nos colocamos no movimento de questionar a natureza da Matemática e da Educação Matemática, o modo como a Matemática é apresentada aos estudantes e sua contribuição para a formação dos indivíduos:

Será que o ensino de matemática tradicional contribui para embutir nos alunos uma obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial? Será que tal obediência é uma condição necessária para o funcionamento de tantos postos de trabalhos existentes, e o papel do ensino de matemática tradicional na sociedade é justamente ajudar a estabelecer essa condição? Será que uma obediência cega, da qual faz parte certa submissão ao regime de verdades, alimenta a apatia social e política que tanto é apreciada pelas forças do mercado de trabalho? Será que esse tipo de obediência contempla perfeitamente as prioridades do mercado neoliberal, em que a

produção sem questionamentos atende às demandas econômicas? (Skovsmose, 2014, p. 18-19)

Na década de 1970, o educador matemático Ole Skovsmose foi inspirado por questões como as supracitadas e em ideais da Educação Crítica e em preocupações sobre os diferentes papéis que a Educação Matemática pode assumir. Ele iniciou o movimento em direção à elaboração de aspectos teóricos e metodológicos que fundamentaram a Educação Matemática Crítica (EMC). Na busca por uma formulação do que seria a EMC, Ole Skovsmose, ao longo de sua carreira, se deparou com diferentes contextos culturais, sociais e políticos. Percebeu que a EMC pode assumir diferentes significados, passando assim por diferentes formulações. A formulação que ele inicialmente possuía, com inspirações na Teoria Crítica e, portanto, situada em um contexto europeu, foi sendo revisada ao longo do tempo, especialmente quando desenvolveu projetos de ensino na África do Sul em um contexto pós-*apartheid*. Ao se deparar com uma diversidade de condições, Ole Skovsmose iniciou a problematização da maneira como se poderia ter uma Educação Matemática pautada na justiça social, tendo em vista a complexidade das relações de poder, as injustiças, a globalização, dentre outras questões (Skovsmose, 2008).

As ideias de Ole Skovsmose vêm apoiando o surgimento de preocupações sobre os papéis sociais que a Matemática pode assumir (Skovsmose, 2008). Por exemplo, em diversos trabalhos discute a ideia de matemática em ação, considerando que as ações realizadas com base na matemática devem ser analisadas criticamente, pois ela não é, por natureza, boa ou ruim, mas são essas ações que podem servir propósitos variados, sobretudo se considerarmos que diversas práticas cotidianas se valem de mecanismos matemáticos.

A EMC, nesse sentido, pode ser entendida como a expressão de preocupações a respeito da Educação Matemática e sobre os diferentes papéis sociopolíticos que ela pode desempenhar na sociedade (Skovsmose 2007; 2008; 2023). Isso engloba, por exemplo, reconhecer a natureza crítica da Educação Matemática e as incertezas relacionadas e ela, uma vez que, para Skovsmose (2008, p. 106), “não há procedimentos bem esclarecidos para ‘determinar’ as funções da educação matemática, visto que elas podem depender de diversas particularidades do contexto em que o currículo é aplicado”. Não se trata de a EMC ser uma subárea da Educação Matemática, tampouco uma metodologia de ensino. Skovsmose (2023) destaca que ela pode ser caracterizada em termos de preocupações e esperanças sobre a Educação Matemática e as relações que estabelece com a sociedade.

Preocupações no sentido de questionar determinados aspectos da Educação Matemática, mas que por si só não bastam, uma vez que estar preocupado com algo significa esperar que

este algo seja diferente, e esperança está relacionada com essa espera, mas não o simples ato de esperar, e sim a busca por mudanças e a construção de caminhos para isso, ou seja, uma esperança ativa capaz de inspirar a realização de mudanças sociais (Skovsmose, 2023). Sendo assim, no contexto da EMC, preocupações e esperanças estão intrinsecamente relacionadas e as esperanças podem ser entendidas como uma força sociopolítica, como uma procura do que fazer e elas “[...] dizem respeito ao que poderá acontecer na sala de aula, mas também à direção que as mudanças sociais poderão tomar” (Skovsmose, 2023, p. 9, tradução nossa).

As preocupações da EMC segundo Skovsmose (2023), abrangem o que ocorre em sala de aula, o que naturalmente engloba os objetivos colocados pela Educação Matemática, sua natureza indefinida e seu papel na formação dos indivíduos, nos fazendo questionar se seria esse mais um instrumento de dominação ou se ela pode assumir outro papel sociopolítico; os estudantes e o papel que desempenham na sociedade em que vivem, visando uma educação para autonomia e a formação de cidadãos críticos, o que inclui todos os grupos de estudantes, os em posições confortáveis e aqueles em risco social; às inquietudes sobre as diferentes formas de exploração e de preconceitos, como a exploração socioeconômica, o racismo, sexismo, homofobia, xenofobia e outras formas de violência; a exploração do meio ambiente, que antes era entendida como uma fonte de recursos inesgotáveis para serem utilizados, mas reconhecida como frágil e essencial para a vida humana; às inquietações sobre a matemática em si, não somente a escolar, tida como absoluta e inquestionável, mas aquela empregada em diferentes contextos e profissões, interferindo diretamente na vida das pessoas, uma vez que seu uso nas mais diversas inovações tecnológicas, por exemplo, pode servir aos mais variados interesses políticos e econômicos; às preocupações acerca de conceitos intrinsecamente ligados ao ensino, como democracia, justiça social, equidade, inclusão, relações de poder, matemática, cenários para investigação, diálogo e aprendizagem (Skovsmose, 2023).

Em especial, acerca desta última preocupação com a justiça social, Skovsmose (2023, p. 10, tradução nossa) nos leva a refletir sobre as diferentes interpretações de justiça social, pois podemos assumir “[...] que o significado de um conceito é definido pela forma como ele é colocado em operação em diversos discursos [...]”. Nesse sentido, o autor considera que essa noção deve ser construída pelos próprios estudantes, para que eles digam o que poderia ser justiça social ou o que poderia ser injustiça social e não que cheguemos com conceitos prontos. E nesse processo é importante que os estudantes expressem suas opiniões, assim como os docentes também o façam, sendo esse processo carregado de emoções e experiências que são próprias de cada indivíduo. Assim, as articulações entre as preocupações e as esperanças da

EMC convergem para construções de justiça social que, por sua vez, podem ocorrer em salas de aulas de Matemática (Skovsmose, 2023).

Nessa perspectiva, a Matemática pode ser utilizada como uma forma de ler e escrever o mundo (Gutstein, 2006), de compreender e refletir criticamente sobre diferentes questões sociopolíticas, em que “criticar é um ato político que pode possibilitar a transformação de uma determinada realidade, seja quanto ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática ou quanto às questões sociais” (Lima *et al.*, 2022). Ou seja, como uma forma de interpretar e agir no mundo, utilizando a Matemática para isso. Assim, no contexto educacional, discute-se sobre os aspectos que podem ser incorporados no ensino de Matemática com o intuito de formar pessoas críticas, que saibam utilizar a Matemática como uma forma para ver e atuar no mundo e sejam conscientes do seu papel para tornar a sociedade mais justa. Nesse sentido, a Educação Matemática pode ser um caminho de transformação social e a EMC fornece suporte para isso, possibilitando reflexões “sobre” a matemática, “com” a matemática e por meio de questões matemáticas (Skovsmose, 2014), ao introduzir questões políticas, sociais e culturais no processo de construção dos conceitos matemáticos.

2.2 CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO: POSSIBILIDADE DE TRABALHAR PREOCUPAÇÕES DA EMC EM SALA DE AULA

Um caminho para abordar as preocupações da EMC em sala de aula, segundo Skovsmose (2023), é por meio dos cenários para investigação. As primeiras discussões que deram origem a esse termo foram feitas em uma palestra, em 1996, quando Skovsmose se tornou professor na Escola Real Dinamarquesa de Estudos Educacionais, na Dinamarca, e foi convidado para dar uma palestra a um grupo de professores de matemática (Skovsmose, 2022). As discussões dessa palestra deveriam girar em torno da problemática do trabalho com projetos, em que questões da realidade deveriam ser o ponto de partida e os estudantes, por meio do trabalho em grupo, deveriam formular os problemas. Nesse contexto, juntamente com os professores que estavam envolvidos nas discussões da palestra, por meio de uma construção coletiva, surgiu a noção do que seriam os cenários para investigação, que “[...] proporcionou uma forma de falar sobre possibilidades educacionais, sobre trabalho com projetos e sobre processos de investigação, sem ser assertivo sobre princípios e prioridades educacionais” (Skovsmose, 2022, p. 2, tradução nossa).

Cenários para investigação se opõem às aulas tradicionais de Matemática, caracterizadas pelo que Skovsmose (2000) denomina de “paradigma do exercício”, em que os

conteúdos matemáticos, geralmente, são apresentados pelo professor como um conjunto de técnicas prontas e acabadas para serem memorizadas e aplicadas pelos estudantes em determinados contextos, que, por sua vez, tem pouca ou nenhuma relação com questões sociais e culturais. Assim, segue-se um esquema de apresentação de várias definições, exemplos e exercícios baseados na repetição, com uma única resposta correta, já prevista pelo professor ou professora desde o início da atividade. Além disso, geralmente há certa “imposição” sobre o que deve ser resolvido e de quais técnicas devem ser utilizadas.

Nesse sentido, os “exercícios desempenham um papel crucial no ensino de matemática tradicional. [...] Contudo, essa prática não ajuda necessariamente a desenvolver a criatividade matemática” (Skovsmose, 2014, p. 16). Ao utilizar exclusivamente o paradigma do exercício como metodologia de ensino, restringem-se às possibilidades de explorar as diversas formas de produzir significados, de discutir sobre os diferentes papéis que a Matemática pode desempenhar na sociedade e nas relações de poder estabelecidas. Além disso, um ambiente pautado no paradigma do exercício torna-se cômodo a todos os envolvidos, pois professores são os únicos detentores do conhecimento e os estudantes, geralmente, não questionam o que lhes é apresentado, são apenas receptores.

Os cenários para investigação proporcionam a criação de ambientes em que o estudante não pode ser coadjuvante em sua aprendizagem. Um cenário para investigação pode ser constituído por uma ou mais tarefas. O professor atua como mediador e assume o papel de convidar os estudantes, auxiliando no processo de construção do seu conhecimento ao possibilitar a realização de atividades investigativas, em que há diversas possibilidades, pois não existe uma única resposta correta e podem surgir diferentes ideias para solucionar um mesmo problema. Diferentemente, em ambientes característicos do paradigma do exercício, não é preciso ir além do que está colocado no enunciado do exercício, pois as informações contidas são exatas, necessárias e suficientes para que a resposta correta, e neste caso única, seja encontrada. Há um esquema de certo ou errado, o que Skovsmose (2014) denomina de “regime de verdades”.

Segundo Skovsmose (2000), os estudantes são convidados a se engajar nas tarefas e o cenário para investigação só se constitui a partir do momento em que este convite é aceito, ou seja, não se trata de um ambiente impositivo. Nesse sentido, para Skovsmose (2000, p. 6)

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se ...” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se ... T”. [...] Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo.

Tendo em vista a perspectiva do paradigma do exercício e de cenários para investigação, Skovsmose (2000) apresenta seis ambientes de aprendizagem definidos conforme as atividades desenvolvidas pelos estudantes em alguma dessas perspectivas, destacando três referências em que é possível trabalhar pedagogicamente: matemática pura, semirrealidade ou referência à realidade. A junção destas referências, seja na perspectiva de cenários para investigação ou do paradigma do exercício, pode ser representada em um diagrama, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 – Ambientes de aprendizagem.

Referências	Paradigma do exercício	Cenários para investigação
Matemática pura	(1)	(2)
Semirrealidade	(3)	(4)
Realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000).

O ambiente de aprendizagem (1) é caracterizado por atividades vinculadas à Matemática pura, dadas por verbos de comando como “resolva”, conforme apresentado na Figura 1, que se refere a um exercício sobre a temática “Funções”. Tais tarefas predominam nos livros didáticos e nas aulas tradicionais de Matemática.

Figura 1 – Tarefa sobre funções

Dadas as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas abaixo, identifique os coeficientes e diga o que podemos afirmar sobre o seu gráfico observando somente os coeficientes.

a) $f(x) = 4x + 15$

b) $g(x) = x + 0.5$

c) $h(x) = -2x - 9$

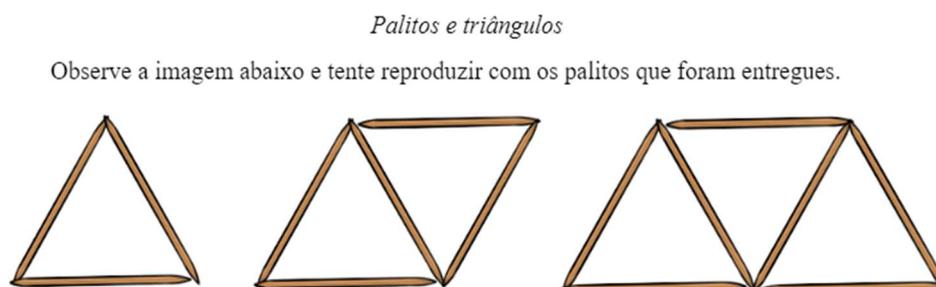
Fonte: Elaborado pela autora (2024).

O ambiente (2) também é associado à matemática pura, mas o estudante é convidado a adentrar em um cenário para investigação, o que permite o estabelecimento de conjecturas, investigações de propriedades matemáticas, realização de testes e discussões e generalizações³.

³ Veja-se Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) para mais exemplos sobre tarefas investigativas em um ambiente relacionado à matemática pura.

Por exemplo⁴, na temática “Funções”, a tarefa ilustrada na Figura 2 foi elaborada tendo em vista o ambiente de aprendizagem 2 para abordar o conteúdo sobre função afim.

Figura 2 – Tarefa “palitos e triângulos”



- a) O que podemos observar na imagem acima sobre o número de triângulos e o número de palitos utilizados para construí-los?
- b) Agora, tente você: construa quatro triângulos e anote quantos palitos foram utilizados. Experimente fazer o mesmo para cinco triângulos.
- c) É possível estabelecer alguma relação entre a quantidade de triângulos e a quantidade de palitos? Para facilitar esse processo, você pode tentar organizar os dados construindo uma tabela, por exemplo.
- d) Sem utilizar os palitos, tente determinar a quantidade de palitos que seria utilizada para construir oito triângulos. E nove triângulos? Como você conseguiu determinar isso?
- e) Você diria que o total de triângulos construídos depende da quantidade de palitos? Por que?
- f) Para construir 100 triângulos, quantos palitos seriam utilizados?
- g) Como você representaria a relação entre triângulos e palitos utilizando a “*linguagem matemática*”?

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Para tanto, foram entregues pequenos palitos de madeira aos estudantes, divididos em grupos, para que fossem manipulados de modo a formar triângulos. Era esperado que os estudantes estabelecessem uma relação entre o número de triângulos formados e a quantidade de palitos utilizada para isso. As questões inseridas na tarefa foram elaboradas com o intuito de auxiliar os estudantes em suas observações, contendo, em algumas delas, “pequenas dicas”, como a construção de uma tabela para facilitar o estabelecimento da relação mencionada

⁴ Os exemplos de tarefas aqui apresentados foram desenvolvidos em sala de aula, seja no âmbito do subprojeto Matemática do Programa Residência Pedagógica, campo de pesquisa deste trabalho, ou no âmbito do estágio supervisionado da pesquisadora. Vale destacar que um cenário para investigação se constitui somente quando a atividade é realizada, que há o aceite do convite. Assim, as tarefas foram elaboradas com essa intencionalidade, de que se constituíssem como cenários para investigação, possuindo algumas características importantes, como ter uma proposta aberta nas questões que foram elaboradas, permitindo a realização de investigações e o estabelecimento de conjecturas e generalizações.

anteriormente. As questões possuíam caráter aberto e nota-se que em uma delas os estudantes podem expressar a relação entre palitos e triângulos, mas sem a necessidade de se utilizar uma “linguagem matemática”, deixando-os livres para utilizarem sua própria linguagem. Nesse sentido, Skovsmose (2014, p. 47-48) afirma que é “[...] válido expressar descobertas em qualquer nível de sofisticação de conceitos e de linguagem formal, mesmo os mais simples”. Mais adiante, solicita-se que a expressem utilizando a “linguagem matemática”, para formalizar o que foi observado utilizando de termos próprios.

Os ambientes (3) e (4) apresentam-se situações fictícias a fim de desenvolver algum algoritmo ou procedimento matemático, em que no primeiro a semirrealidade é utilizada apenas para produzir exercícios. Por exemplo, uma futura professora do Programa Residência Pedagógica propôs uma tarefa relacionada ao tema “introdução à função”, cuja situação fictícia envolvia salário pago a uma trabalhadora, com o seguinte enunciado:

Marina é vendedora de uma loja de roupas, e seu salário mensal bruto é composto de uma parte fixa de R\$1500,00 mais uma comissão de 5% do valor total das vendas realizadas no mês. Escreva a lei de formação que expressa o salário bruto de Marina.

Apesar de ser algo comum nos comércios locais, ela não investigou as condições reais envolvidas, tratando-se de uma semirrealidade, e a situação apresentada fornecia todos os dados para que o exercício fosse resolvido, sem a necessidade de criar conjecturas, estabelecer investigações e explorar outras questões para além do que foi colocado (Julio *et al.*, 2024), ou seja, a semirrealidade foi utilizada com a finalidade apenas de produzir um exercício (Silva, 2010). Por outro lado, no ambiente (4) os alunos são convidados a levantar questões e investigar por meio de situações fictícias. Por exemplo, uma futura professora do programa Residência Pedagógica trabalhou em uma tarefa que simulava a venda de trufas de chocolate, algo presente no cotidiano da escola em que atuava (Figura 3). O objetivo era que os estudantes mobilizassem informações disponíveis para levantar hipóteses, realizar testes e estabelecer generalizações por meio de investigações para discutir os conceitos de dependência e independência de variáveis dentro da temática de introdução à função.

Figura 3 – Tarefa “Simulação venda de trufas”

Suponha que uma aluna do Ensino Médio, durante o tempo livre, produza e venda trufas para uma confeitaria de sua cidade. Com as vendas, ela obtém um salário mensal composto de duas partes:

- Uma parte fixa de R\$ 660,00;
- Outra parte variável, que corresponde a um adicional de 50% sobre o total de trufas vendidas no mês.

Sabe-se que em quatro meses seguidos, os respectivos totais de trufas vendidas foram 400; 700; 1000 e 1300. Preencha o quadro a seguir, de maneira que cada linha corresponda a um mês.

Mês	Valor fixo	Adicional	Total de trufas	Salários
1º				
2º				
3º				
4º				

Responda:

- a) Mantendo esse padrão de crescimento, qual o valor do salário no décimo quinto mês?
- b) Qual é a expressão matemática usada para calcular o salário de cada mês?
- c) Como seria a representação dessa situação em conjuntos sabendo que o conjunto A seria composto pelos meses e o conjunto B composto pelos salários? Você consegue estabelecer uma relação entre os elementos do conjunto A e os elementos do conjunto B? Qual? Represente.
- d) A partir dos salários obtidos o que você percebeu? O salário aumentou ou diminuiu?
- e) Qual é a taxa de aumento ou diminuição para os salários? Justifique sua resposta.

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Helena (2023).

Os ambientes (5) e (6) exploram situações a partir de dados reais. No ambiente (5), Skovsmose (2000) destaca que as discussões oferecem sentido concreto e real, contudo permanecem na centralidade apenas para solucionar o problema. Como exemplo, a atividade apresentada na Figura 4 faz referência à realidade e consistiu na apresentação de dados de uma conta de energia elétrica de uma residência de um município do Sul de Minas Gerais para abordar o conteúdo “Função afim”. Nesta situação, foi pedido que os estudantes observassem e discutissem sobre os dados de uma conta de energia elétrica específica, para que relacionassem as informações disponibilizadas pela Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG), como consumo total de Quilowatt-hora (kWh), o valor de cada kWh, as taxas extras e o valor total a ser pago. Além das discussões internas à própria Matemática, eles relacionaram as informações disponibilizadas, como o consumo de kWh, com a economia de energia. Apesar disso, o objetivo da atividade foi a resolução de um exercício e tais questões não foram aprofundadas.

Figura 4 – Atividade da conta de energia

Explorando a conta de energia elétrica

2ª VIA - CONTA DE ENERGIA ELÉTRICA																													
Classe Residencial Bifásico	Subclasse Residencial	Modalidade Tarifária Convencional B1	Datas de Leitura Anterior 06/05 Atual 07/06 Próxima 07/07		Data de Emissão 07/06/2022																								
Informações Técnicas																													
Tipo de Medição Energia kWh	Medição AHE005002989	Leitura Anterior 54.869	Leitura Atual 55.077	Constante de Multiplicação 1	Consumo kWh 208																								
Informações Gerais			Valores Faturados																										
Tarifa vigente conforme Res Aneel nº 2.877, de 25/05/2021. ATENÇÃO: SEM ACESSO MEDIDOR TROCA/LEITURA/INSPEÇÃO. EVITE CORTE-ART171 ANEEL 414/10. O pagamento desta conta não quita débitos anteriores. Para estes, estão sujeitas penalidades legais vigentes (multas) e/ou atualização financeira (juros) baseadas no vencimento das mesmas. Leitura realizada conforme calendário de faturamento É dever do consumidor manter os dados cadastrais sempre atualizados e informar alterações da atividade exercida no local. Faça sua adesão para recebimento da conta de energia por e-mail acessando www.cemig.com.br			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Descrição</th> <th>Quantidade</th> <th>Tarifa/Preço (R\$)</th> <th>Valor (R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Energia Elétrica kWh</td> <td>208</td> <td>0,92182979</td> <td>191,71</td> </tr> <tr> <td colspan="4">Encargos/Cobranças</td> </tr> <tr> <td>Contrib Ilum Publica Municipal</td> <td></td> <td></td> <td>25,49</td> </tr> <tr> <td colspan="4">Tarifas Aplicadas (sem impostos)</td> </tr> <tr> <td>Energia Elétrica kWh</td> <td></td> <td>0,61805000</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Descrição	Quantidade	Tarifa/Preço (R\$)	Valor (R\$)	Energia Elétrica kWh	208	0,92182979	191,71	Encargos/Cobranças				Contrib Ilum Publica Municipal			25,49	Tarifas Aplicadas (sem impostos)				Energia Elétrica kWh		0,61805000	
Descrição	Quantidade	Tarifa/Preço (R\$)	Valor (R\$)																										
Energia Elétrica kWh	208	0,92182979	191,71																										
Encargos/Cobranças																													
Contrib Ilum Publica Municipal			25,49																										
Tarifas Aplicadas (sem impostos)																													
Energia Elétrica kWh		0,61805000																											
MAI/22 Band. Verde - JUN/22 Band. Verde																													
Código de Débito Automático 008109119167	Instalação 3001397323	Vencimento 27/06/2022	Total a pagar R\$217,20																										

1. É possível estabelecer alguma relação entre a quantidade consumida de kWh, o preço de cada kWh, as cobranças extras e o preço total a ser pago? Qual seria o total a pagar se a quantidade consumida de kWh fosse 115?
2. Qual o valor fixo nessa conta? E o que está mudando? O valor total depende de alguma das informações disponibilizadas? Faça uma análise das três últimas contas de energia de sua casa e tente estabelecer relações entre as informações. É possível generalizar algo? Como você representaria a relação entre essas informações utilizando a “*linguagem matemática*”?

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Por outro lado, no ambiente (6), o estudante poderia ser apresentado a uma situação que parte de um problema real e possibilitaria que outras questões, além da simples resolução de um exercício, sejam exploradas por meio de investigações (Silva, 2010). Na Figura 5 está representada parte de uma tarefa que consistia em explorar uma situação de consumo de água de uma família. Foi apresentada uma conta de água de um mês específico para que os estudantes pudessem explorar as informações ali expressas. O conteúdo envolvido era “funções” e era preciso que eles consultassem as tabelas tarifárias fornecidas pela Agência Reguladora de Serviços de Abastecimento de Água e Esgotamento Sanitário de Estado de Minas Gerais (Arsae-MG) para que pudessem encontrar uma expressão para o valor total pago, em termos de funções definidas por partes. Também, era preciso realizar alguns testes para o caso específico

apresentado para que pudessem generalizar para qualquer conta de água, considerando as cinco categorias: residencial social; residencial; comercial; industrial; e pública. Além dessa questão, foi proposto, com base em uma situação real, que eles investigassem formas de consumo de água, tendo em vista que a família apresentada já utilizava um método, que era o sistema de captação de água das chuvas, colocando-se em movimento de pesquisar outras formas, colher dados em diversas fontes e investigar a própria realidade, comparando com o que faziam em suas casas. É uma tarefa que convida a explorar várias questões, sejam relacionadas à matemática quanto às questões de consumo sustentável.

Figura 5 – Tarefa da conta de água.

- 1) Existem diversos números nessa fatura. Identifique todos os que aparecem e discuta o que eles significam em cada contexto.
- 2) É possível estabelecer alguma relação entre esses números? Como você acha que é feito o cálculo do valor total da conta de água? Expresse, em termos matemáticos, como esse cálculo é realizado e represente graficamente essa situação particular.
- 3) Observe que nos meses de agosto, setembro e outubro de 2022 o consumo de água dessa família foi mais elevado. O que você acha que aconteceu?
- 4) Essa família é composta por quatro pessoas, sendo dois adultos e duas crianças. Observando os dados, você considera que o consumo de água é elevado? Por que?
- 5) Como forma de economizar água, eles fazem uso do sistema de captação de água das chuvas e utilizam uma caixa d'água que tem capacidade de 10.000 litros. Caso esse sistema não fosse utilizado, qual seria o valor aproximado pago nessa fatura? Quais outras formas de reduzir o consumo de água? Quais outras tecnologias poderiam ser implementadas?
- 6) Compare o consumo dessa família com o seu consumo. O que pode dizer das situações observadas? A expressão estabelecida na segunda questão poderia ser utilizada em outros contextos, como a da sua família? Como calcular o valor total de uma conta de água qualquer?

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido pela professora formadora e pela pesquisadora (2023).

Skovsmose (2022) pontua que as linhas que dividem os seis ambientes de aprendizagem não são muito bem definidas. Também pontua que muitas tarefas podem ser investigativas para alguns estudantes e ser exercícios para outros, pois depende do ambiente construído em sala de aula. Além disso, a saída do paradigma do exercício para cenários para investigação pode ser feita de diversas maneiras, e, nelas todas, os docentes assumem sair de sua zona de conforto

para adentrar em uma zona de risco, caracterizada por incertezas e situações imprevisíveis, ao mesmo tempo que diversas possibilidades surgem (Silva; Penteado, 2013). Ela pode ser feita em pequenos passos, para que tanto os estudantes quanto os professores adaptem-se às novas tarefas. Uma forma de realizar isso seria transformar exercícios do livro didático, o principal material utilizado nas escolas, tanto pelos professores para elaborar suas aulas quanto pelos estudantes, em cenários para investigação, conforme apresentado por Milani (2020). Nesse sentido, Skovsmose (2022, p. 5) menciona que o diagrama (Quadro 1)

Pode funcionar como estímulo para discutir possibilidades e dificuldades educacionais. Onde os professores tiveram problemas? Onde eles se sentiram mais confortáveis? Onde os alunos se envolveram mais? Pode-se utilizar o diagrama como ponto de partida para reflexões sobre práticas educativas. Também pode ser utilizado como apoio ao planejamento educacional. Pode ajudar o professor a identificar qual poderia ser um caminho apropriado a seguir com a turma entre os diferentes ambientes de aprendizagem. Seria uma boa ideia começar em (5) antes de passar para (6)? E depois de estar envolvido em (6), seria uma boa ideia passar para (1) por um tempo? (Skovsmose, 2022, p. 5).

Dessa forma, a transição entre os ambientes de aprendizagem possibilita que as tarefas tenham um caráter mais aberto, proporcionando que o professor conheça mais seus estudantes e como eles vão se adaptar ao se deparar com novas possibilidades. Também, proporciona que processos investigativos sejam elementos importantes das aulas de Matemática, tornando-se cada vez mais presentes, mesmo que as tarefas não sejam propostas inicialmente para serem cenários para investigação. Por exemplo, uma tarefa pode ser desenvolvida no ambiente (1), mas assumir outras características e significados distantes daqueles próprios do paradigma do exercício, como a comunicação. Nesse sentido, Skovsmose (2008, p. 39) afirma que o movimento entre os diferentes ambientes de aprendizagem pode “[...] proporcionar novos recursos para levar os alunos a agir e a refletir, oferecendo, dessa maneira, uma educação matemática de dimensão crítica”. É possível que os docentes adotem uma postura para conduzir suas aulas de forma que permitam exposição das suas formas de pensar e que sejam sujeitos ativos e centrais no processo de construção do conhecimento.

Além disso, o diálogo também é um elemento fundamental nesse processo, que é outra característica dos cenários para investigação: a forte interação entre professores e estudantes, uma vez que “[...] processos de investigação estão intimamente ligados a processos dialógicos” (Skovsmose, 2014, p. 101). O diálogo aqui é entendido em um contexto educacional. É necessário utilizar-se da escuta ativa e considerar que todos os sujeitos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem são produtores de conhecimento, oportunizando a reflexão e a interação via um processo de cooperação. A reflexão é potencializada quando o diálogo se faz presente e por diálogo não nos referimos ao padrão “pergunta-resposta”, característico do

paradigma do exercício, mas “[...] um movimento de ir até onde o outro está para compreender o que ele diz” (Milani *et al.*, 2017, p. 231).

O diálogo é um processo aberto, que não segue um padrão específico e está em constante mudança, a depender das pessoas envolvidas e das interações que estabelecem, caracterizando-se pela equidade, pois a posição dos envolvidos não importa e sim o que vai ser dito (Skovsmose, 2022), ou seja, tratando-se do ambiente da sala de aula, as falas do professor não sobressaem em relação às falas dos estudantes. Em ambientes baseados no paradigma do exercício, não há muito espaço para o diálogo, pois os estudantes devem concluir as tarefas seguindo passos que já foram definidos anteriormente e, comumente, devem apenas aceitar as falas dos professores. Há definidas as falas próprias dos estudantes, como perguntar se a resposta está correta, e falas e atitudes próprias dos professores, como confirmar o que o estudante disse ou corrigi-lo (Skovsmose, 2022), um tipo de padrão de comunicação sanduíche, ou seja, muitas vezes restrita ao padrão pergunta-resposta.

O diálogo tem um papel fundamental para haver uma educação crítica, sendo entendido como “[...] um processo colaborativo de construção de perspectivas” (Alrø, Skovsmose; 2006). Professores assumem uma postura investigativa, que permite aos estudantes serem ouvidos e ouvir. Contudo, geralmente as aulas tradicionais de matemática seguem o absolutismo burocrático, em que se acredita que os problemas matemáticos têm apenas uma única resposta e um método próprio de resolvê-las, o que pode não possibilitar espaço para o diálogo, nos moldes discutidos anteriormente, e nem para as questões da EMC. Assim, cenários para investigação constituem-se como possibilidades para incorporar as questões da EMC em sala de aula e estabelecer processos educativos em formatos dialógicos, ou seja, possibilitam o desenvolvimento de atividades críticas. Milani (2020, p. 16) aponta que, quando se discute aspectos sociopolíticos, “[...] a atividade investigativa deve ter um forte apelo para a realidade e a semirrealidade, além de mobilizar outras ações que não são desenvolvidas ao se resolver um exercício”, pois isso permite maior reflexão acerca da forma como Matemática e relações de poder estão interligadas.

Para Alrø e Skovsmose (2006) há pelo menos oito atos dialógicos que evidenciam um modelo de trabalho pedagógico com cenários para investigação⁵: (i) estabelecer em contato, que significa estabelecer uma atenção mútua; (ii) perceber, em que o professor busca uma compreensão da forma como os estudantes pensam, seu lugar de partida, e atua como um

⁵ Os autores denominam de Modelo de Cooperação Investigativa (MCI). Neste texto, utilizaremos o termo “cenários para investigação” quando nos referimos ao ambiente de aprendizagem que é construído e desenvolvido com os estudantes, que, naturalmente, envolve o modelo MCI.

facilitador, assumindo uma postura investigativa, com determinadas perguntas, para que eles expressem suas perspectivas e que essas sejam percebidas pelos outros; (iii) após isso, há o reconhecer dessas perspectivas, sobretudo as matemáticas, que podem servir como justificção; (iv) posicionar-se com argumentos para investigar um assunto ou uma perspectiva que foi colocada, buscando justificções para isso em um processo de análise; (v) pensar alto, como forma de expressar as perspectivas que surgem no processo de investigção; (vi) reformular o que foi exposto, averiguando o que foi colocado e repensando como isso foi feito; (vii) desafiar, olhando de outra forma para as perspectivas levantadas, questionando-as; e (viii) avaliar, que pode ser feita pelo professor e pelos próprios estudantes de seu engajamento.

Mas, atos não dialógicos também podem surgir, mesmo quando um ambiente de aprendizagem é pautado em cenários para investigção. Faustino e Skovsmose (2020) destacam oito deles: (i) ignorar, ao não considerar o que foi colocado; (ii) distorcer, como uma forma de reformular o que foi dito, mas em direção oposto e, até mesmo, de forma intencional; (iii) confrontar, desconsiderando as afirmações feitas acerca de determinadas perspectivas e as suas respectivas justificativas; (iv) ridicularizar, ofendendo diretamente a pessoa envolvida no processo de interação; (v) desqualificar, por exemplo, considerando que a pessoa não é capaz de discutir determinado assunto ou que seu argumento é inválido por não possuir determinado nível de formalidade; (vi) excluir, desconsiderando a pessoa ao longo de todo processo de interação e impedindo seu envolvimento; (vii) estigmatizar, servindo como uma justificativa para exclusão com base em alguma característica da pessoa; e (viii) repreender, em que há o domínio da conversa por parte de um dos envolvidos, por exemplo, do professor, ao considerar que suas falas são mais importantes. Importante destacar que no trabalho pedagógico com cenários para investigção é preciso que os atos dialógicos sobressaiam em relação aos atos não dialógicos e sejam entendidos como prioridades, pois pode acontecer de haver uma oscilação entre eles nas aulas de matemática (Skovsmose, 2022).

Também, o trabalho pedagógico com cenários para investigção pode possibilitar o desenvolvimento da imaginação pedagógica pelos futuros professores (Lima, 2021; Afini, 2023). Para Skovsmose (2015) a imaginação é um importante elemento de uma atividade crítica, relacionada a esperanças e aspirações, e, no contexto educacional, ele refere-se ao termo imaginação pedagógica como uma forma de imaginar possibilidades para uma determinada situação de sala de aula observável, identificando nela o que poderia ser mudado, o que poderia ser, mas não é. Lima (2021) aponta que, por meio da imaginação pedagógica, possibilidades de mudança poderiam ser identificadas em uma situação corrente, que é aquela observável, e, buscando refletir sobre isso, temos então uma situação imaginada. A tentativa de propor ações

para modificar a situação corrente, com base na situação imaginada, é chamada de situação arranjada. Essas mudanças, propostas pelo processo de imaginação pedagógica, por menores que sejam, podem trazer transformações para o processo de ensino e aprendizagem, por exemplo, em um contexto de formação de futuros professores, poderiam ser vislumbradas possibilidades para as interações que podem ocorrer em sala de aula e as formas como as tarefas podem ser desenvolvidas com os estudantes em uma perspectiva crítica, que traga discussões sobre justiça e injustiças sociais. A respeito deste assunto, discutiremos a perspectiva de formação de professores adotada nesta pesquisa na próxima subseção.

2.3 FORMAÇÃO DE PROFESSORES E SABERES DOCENTES

O processo de formação dos professores é contínuo e influenciado pelas mudanças na sociedade. Conforme Gatti *et al.* (2019), o modelo da racionalidade técnica, oriundo das mudanças sociais e epistemológicas ocorridas na década de 1980, orientou o processo de formação dos professores, tendo como ênfase a apropriação dos saberes científicos, produzidos e legitimados pela comunidade científica, para serem aplicados no contexto da prática desses profissionais. Nesse modelo, há um distanciamento entre pesquisadores e professores, universidades e escolas, favorecendo a fragilização da formação desses profissionais, por exemplo, dentre outros aspectos, pelo seu não reconhecimento enquanto sujeitos que também são produtores de saberes e trazem consigo suas crenças, valores e diversos conhecimentos e experiências adquiridas ao longo da vida, não meros reprodutores, e a supervalorização do ensino de teorias e técnicas descontextualizadas e fragmentadas. Nesse sentido,

As implicações dessa perspectiva para a educação dizem respeito especialmente ao reducionismo à dimensão técnica, especialmente no campo do currículo, da didática e da formação de professores. Existe uma ênfase nas questões de organização em que a ação pedagógica se reduz aos momentos de execução e avaliação do processo pedagógico, desconsiderando especialmente o contexto político, econômico e social da prática educativa. Defende-se uma educação neutra e desinteressada, que se preocupe apenas com questões de ordem científica e com a melhor maneira de transmitir conhecimentos considerados inquestionáveis [...] Quando a docência fica reduzida à dimensão técnica, cabe ao professor um papel de implementador de métodos e técnicas para conquistar resultados, deixando de fazer parte da sua atividade profissional o questionamento das intencionalidades do ensino (Gatti *et al.*, 2019, p. 181-182).

Nesse modelo, professores são entendidos como executores de teorias e propostas produzidas por outros. Mas, nas relações que estabelecem com os demais profissionais e nas vivências com outros elementos do contexto de sua prática, eles desenvolvem-se e carregam nesse processo questões sociais, emocionais, afetivas, aspectos de sua formação acadêmica,

dentre outros aspectos, que constituem a sua identidade profissional, sendo o desenvolvimento profissional docente “[...] um processo de longo prazo, que pode ser individual ou coletivo e que integra diferentes oportunidades e experiências, planejadas ou não, que contribuem para a aquisição dos conhecimentos profissionais da docência” (Gatti *et al.*, 2019, p. 183). Dessa forma, é importante que sejam consideradas suas experiências pessoais em seu processo de formação, pois impactam diretamente em sua atuação profissional.

Essas ideias se aproximam do que aponta Tardif (2002) quando refletimos sobre a relação dos professores com os seus saberes. Tardif (2002) define o saber docente como plural, formado por:

- a) *saberes profissionais*, transmitidos pelas instituições de formação de professores, destinados à formação científica do professor acerca dos saberes produzidos pelas ciências da educação e dos saberes pedagógicos;
- b) *saberes disciplinares*, que correspondem a uma área específica do conhecimento, como a Matemática;
- c) *saberes curriculares*, definidos pelas instituições de ensino como forma de programas de ensino e apresentam os objetivos, conteúdos e métodos que os professores devem seguir em sua prática.

Além desses três saberes, ensinados aos professores e definidos pelos grupos que detém a produção dos saberes com base em seus próprios interesses, Tardif (2002) aponta mais um saber, mas que, diferentemente dos outros, é produzido pelos próprios professores, na prática de sua profissão, denominado de *saber experiencial*. Esse saber é constituído pela experiência dos professores no seu próprio contexto de atuação, por meio das vivências com os estudantes e seus pares, produzindo assim formas próprias de atuar que não foram sistematizadas em teorias e transmitidas por terceiros, e por experiências fora do seu contexto de atuação, que englobam suas crenças, modos de ver a atuar no mundo. Assim, os saberes experienciais têm origem na prática cotidiana da profissão docente e por ela são validados (Tardif, 2002), envolvendo a articulação de outros saberes para desenvolver seu próprio, a partir de uma experiência individual ou coletiva, e que não se reduz a experiência em sala de aula, mas pelo que foi vivenciado por aquele professor ao longo de sua vida. Segundo Tardif, (2002, p. 49)

São saberes práticos (e não da prática: eles não se superpõem à prática para melhor conhecê-la, mas se integram a ela e dela são parte constituintes enquanto prática docente) e formam um conjunto de representações a partir das quais os professores interpretam, compreendem e orientam sua profissão e sua prática cotidiana em todas as suas dimensões. Eles constituem, por assim dizer, a cultura docente em ação.

Em superação ao modelo do racionalismo técnico, sobretudo na década de 1990, Gatti *et al.* (2019) cita que os cursos de formação de professores tiveram forte influência do modelo da racionalidade prática e de noções de uma prática reflexiva, que se fundamenta na reflexão sobre as experiências adquiridas como possibilidade de que os professores possam melhorar sua prática docente, baseada no “conhecimento da ação, reflexão na ação e reflexão sobre a reflexão na ação” (Gatti *et al.*, 2019, p. 184). Assim, diferentemente da perspectiva da racionalidade técnica, nesse modelo, há uma valorização das experiências adquiridas pelos professores em sua prática que, por sua vez, são entendidas como uma forma de construção do seu conhecimento a partir da análise e reflexão sobre elas. Isso constitui-se como um repertório para os professores modificarem sua prática.

Contudo, Gatti *et al.* (2019) apontaram que houve um esvaziamento dessa concepção de uma prática reflexiva nas propostas dos cursos de formação ao longo dos anos, com valorização de uma prática individual. Em direção contrária, alguns autores “defendiam a reflexão crítica do coletivo profissional que vai além das situações da sala de aula e da escola e evidencia o caráter político da atividade docente” (Gatti *et al.*, 2019, p. 185), além de resgatarem a teoria como um elemento importante para subsidiar as análises e reflexões dos professores sobre sua prática, podendo transformá-la unindo todos esses elementos. Assim, segundo Gatti *et al.* (2019, p. 186),

Um dos desafios que acompanha a história da formação docente tem sido o de superar o uso da reflexão como prática exclusivamente individual e restrita à própria prática, pois se supõe que a reflexão na prática profissional, que tem na teoria e na reflexão coletiva suas bases de sustentação, poderá oportunizar ao professor a tomada de consciência do sentido de sua profissão, e, assim, ressignificar a sua prática, levando-o a refletir sobre sua cultura, suas experiências pessoais e profissionais, o que lhe possibilitará o exercício da autonomia. Desse modo, quando desenvolver a reflexão com seus pares, o professor exercerá a dimensão crítica, política e social da atividade docente.

Tendo em vista as perspectivas da racionalidade técnica e da racionalidade prática (Gatti *et al.*, 2019) e os saberes docentes (Tardif, 2002), sobretudo o saber experiencial, teoria e prática deveriam ser aliadas no processo de formação dos professores, bem como ao longo do seu desenvolvimento profissional, em que toda experiência adquirida ao longo de sua vida deveria ser utilizada como forma de construção do seu conhecimento, por meio da reflexão crítica de suas ações, fundamentadas em alicerces teóricos e feita de forma coletiva com seus pares. Gatti *et al.* (2019) apontam que além da articulação entre teoria e prática para reflexão das ações e a valorização das crenças, valores e conhecimentos dos professores e sua concepção dos processos de ensino e de aprendizagem, há elementos fundamentais que se constituem como consenso para as pesquisas, políticas e práticas de formação inicial de professores, que são:

- a) adoção de uma postura investigativa, analisando as práticas docentes e repensando-as, mobilizando diferentes perspectivas de visão de mundo para isso;
- b) aproximação entre universidade e a escola básica, a fim de possibilitar uma comunicação menos hierárquica ao articular o que acontece em sala de aula e o conhecimento acadêmico, tornando os professores também sujeitos que participam da construção de tal conhecimento de forma que a escola não seja um mero espaço de aplicação das teorias;
- c) construção de comunidades de aprendizagem, permitindo que futuros professores, professores da escola básica em diferentes estágios de carreira e professores universitários colaborem para construir um espaço de compartilhamento de conhecimentos e experiências, nos mais diversos contextos, reflexão, visando o desenvolvimento desses profissionais;
- d) concepção de ensino como uma atividade profissional advinda de diferentes fontes de conhecimento, em que ensinar é uma tarefa complexa e que mobiliza conhecimentos que advêm das vivências dos professores;
- e) formação de professores para a justiça social, visando atender a todos os estudantes, sobretudo aqueles que se encontram em contextos desfavorecidos e que são os mais afetados, reconhecendo assim as diferenças existentes e sendo possível realizar adaptações e elaborar estratégias que possam atender aos mais variados grupos de estudantes.

Em particular, destaca-se a importância da parceria entre as escolas básicas e as instituições de ensino superior, uma vez que “[...] a maioria das instituições de ensino superior que formam docentes para a educação básica não investem nessa articulação e, assim, cria-se um hiato entre a formação em nível superior e a vida escolar nas redes de ensino” (Gatti *et al.*, 2019, p. 243). Na subseção seguinte, abordaremos como o Programa Residência Pedagógica constitui-se como um espaço privilegiado para isso e outras experiências.

2.3.1 Programa Residência Pedagógica: espaço privilegiado de formação

O Programa Residência Pedagógica (PRP) (Edital/CAPES nº 06/2018) foi uma das ações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e compunha a Política Nacional de Formação de Professores, lançada pelo Ministério da Educação em 2017, pelo Decreto nº 6.755/2009, e tinha como objetivo promover a criação de programas de formação inicial e continuada de professores. Os projetos do PRP foram implementados por

Instituições de Ensino Superior (IES) e realizados por estudantes de cursos de licenciatura, que concluíram a primeira metade do curso ou que estivessem cursando a partir do 5º período, em escolas públicas da rede básica de ensino ou privadas sem fins lucrativos. Os discentes participantes do programa eram chamados de residentes e acompanhados por um professor da Educação Básica, denominado de preceptor, e orientados por um docente da IES, chamado de docente orientador. Cada edital tinha duração de 18 meses, assim como a cota de bolsas concedidas ao PRP.

O PRP visava contribuir para o aperfeiçoamento da formação inicial de professores da Educação Básica, fortalecendo e aprofundando a relação entre formação teórica e prática para a construção da identidade profissional docente. Além disso, visava ampliar e consolidar a relação entre IES e as redes de ensino, valorizando a experiência dos professores da educação básica na preparação dos futuros professores, incentivando a pesquisa colaborativa e a produção acadêmica com base nas experiências vivenciadas em sala de aula. Os projetos institucionais no âmbito do PRP eram selecionados por meio de editais e, segundo o que consta no Edital CAPES nº 06/2018 (Brasil, 2018), eram destinadas 60 horas para ambientação na escola; 320 horas de imersão nas práticas escolares, sendo 100 horas de regência, incluindo o planejamento e a execução de, pelo menos, uma intervenção pedagógica; e 60 horas destinadas à elaboração de relatório final, avaliação e socialização das atividades do programa com todos os subprojetos participantes.

Na universidade sul-mineira, campo de nossa pesquisa, desenvolveu-se um projeto institucional no âmbito do PRP, no período de outubro de 2022 a março de 2024. Dentre os objetivos do subprojeto, destacam-se: (i) o fortalecimento e aprofundamento da formação teórico-prática oportunizada pelo curso de graduação, sobretudo no que diz respeito da relação entre as diferentes matemáticas existentes, como a acadêmica, a escolar e aquela apresentada pelos estudantes, que fazem parte de sua realidade; (ii) contribuição para o desenvolvimento da identidade profissional dos futuros professores; (iii) oportunizar a aproximação entre as redes de ensino e o ambiente acadêmico, valorizando as experiências dos professores supervisores. E, dentre as atividades a serem desenvolvidas pela equipe, em reuniões semanais, destacam-se: (i) leitura e discussão de documentos oficiais que norteiam o ensino brasileiro e referenciais da Educação Matemática; (ii) elaboração das regências, bem como a discussão sobre esse processo e sobre o seu desenvolvimento na escola; (iii) discussão e reflexão sobre as vivências na escola.

Nesse sentido, o PRP oferecia uma maior imersão na escola básica, diferentemente das disciplinas de estágio supervisionado. Cristovão e Santos (2021, p. 43) afirmam que o estágio é “[...] uma etapa pouco valorizada com a qual os licenciandos se envolvem de modo parcial,

já que permanecem como meros observadores, passivos e quase sempre alheios à realidade da escola, dos estudantes e dos professores que lá atuam [...]”. É reconhecida a importância das disciplinas de estágio na formação dos futuros professores e na construção de sua identidade docente, contudo, geralmente, encontram-se algumas barreiras que despotencializam as vivências dos licenciados e a sua imersão nas práticas escolares, bem como a reflexão sobre elas, visto a articulação de outras demandas previstas na ementa das disciplinas. Além disso, há pouca vivência com os professores supervisores, responsáveis pelas disciplinas na escola básica. Em contrapartida, no âmbito no PRP, os professores preceptores participam das ações nas IES, em momentos de discussões com os residentes e o docente coordenador, ou seja, também podemos considerar que há a criação de um espaço de formação continuada, em que diferentes experiências podem ser compartilhadas e ações planejadas, de forma colaborativa, ampliando as possibilidades de construção da identidade docente dos futuros professores e dos professores em serviço (Cristovão; Santos, 2021).

Dessa forma, nos propomos a refletir sobre a formação de professores e entendemos que propostas como o PRP podem constituir-se como um espaço privilegiado para múltiplas experiências e como alternativa ao padrão encontrado nos estágios: observação e descrição das ações do professor supervisor, constituindo-se como praticamente a totalidade das ações feitas na disciplina de estágio no âmbito da escola-campo, e realização de uma regência como apenas uma formalidade a cumprir. Dentro dessa temática e considerando o âmbito do PRP, encontramos na literatura algumas inspirações de modelos de formação de professores que podem permitir adaptações e aproximações com as preocupações da EMC (Clarke; Hollingsworth, 2022; Afini; Silva, 2024), no qual abordaremos com mais detalhes nas próximas seções.

2.4 MODELOS DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Nesta subseção serão apresentados dois modelos de formação, o *Interconnected Model of Teacher Professional Growth* (IMTPG), proposto por Clark e Hollingsworth (2002), e o modelo das “Oportunidades de Aprendizagem do Professor” (Modelo PLOT), proposto por Ribeiro e Ponte (2020). Ambos os modelos têm como principal característica serem cíclicos, ao mesmo tempo que apresentam também uma organização coerente entre as etapas, para promover o crescimento profissional dos professores. Além desses modelos, discutiremos a respeito dos trabalhos de Afini e Silva (2024) e Zorzini e Silva (2022), ressaltando o trabalho pedagógico com cenários para investigação no âmbito da formação continuada de pedagogos e

pedagogas. Todas essas propostas e modelos foram utilizados como referenciais para adaptação e utilização da proposta de formação utilizada neste estudo.

2.4.1 *Interconnected Model of Teacher Professional Growth* e modelo das “Oportunidades de Aprendizagem do Professor (Modelo PLOT)”

O *Interconnected Model of Teacher Professional Growth* (IMTPG), ou Modelo Interconectado de Crescimento Profissional (tradução livre), situado no contexto da formação continuada, é um modelo de desenvolvimento profissional docente proposto por Clarke e Hollingsworth (2002), em que este processo é entendido como uma aprendizagem contínua, no qual os professores são também alunos e os ambientes em que atuam são as comunidades de aprendizagem. A mudança, portanto, é um elemento natural e esperado da prática docente. Segundo estes autores, alguns modelos já existentes foram propostos com base na premissa de que, alterando as crenças e os saberes dos professores, suas práticas iriam se alterar e, conseqüentemente, os resultados obtidos em sala de aula iriam também se alterar. Ou seja, modelos estritamente lineares e baseados na causalidade, em que as mudanças obtidas seriam conseqüências de um conjunto de ações que se inicia com a interferência de um agente externo do contexto formativo. Além disso, a maioria das propostas de desenvolvimento profissional consistia em cursos rápidos para abordar competências e habilidades em falta, tendo os professores como participantes passivos (Clarke; Hollingsworth, 2002).

Por outro lado, o IMTPG sugere que as mudanças nas crenças e, na prática dos professores, assim como a mudança de resultados na sala de aula, aconteceria por meio dos processos de reflexão, em que o professor deve analisar de forma persistente e cuidadosa suas experiências, crenças, práticas e os resultados dessas práticas, e *enactment*⁶, entendido, nesse contexto, como o processo que promove a ação de uma nova ideia, prática ou crença, e não simplesmente o “agir”.

Segundo Clarke e Hollingsworth (2002), esses processos abrangem quatro domínios de mudança:

- a) externo, algo proposto por quem promove a formação ou advindas de outros contextos para além do pessoal, por exemplo, pelas conversas com os pares e publicações de artigos científicos e livros;

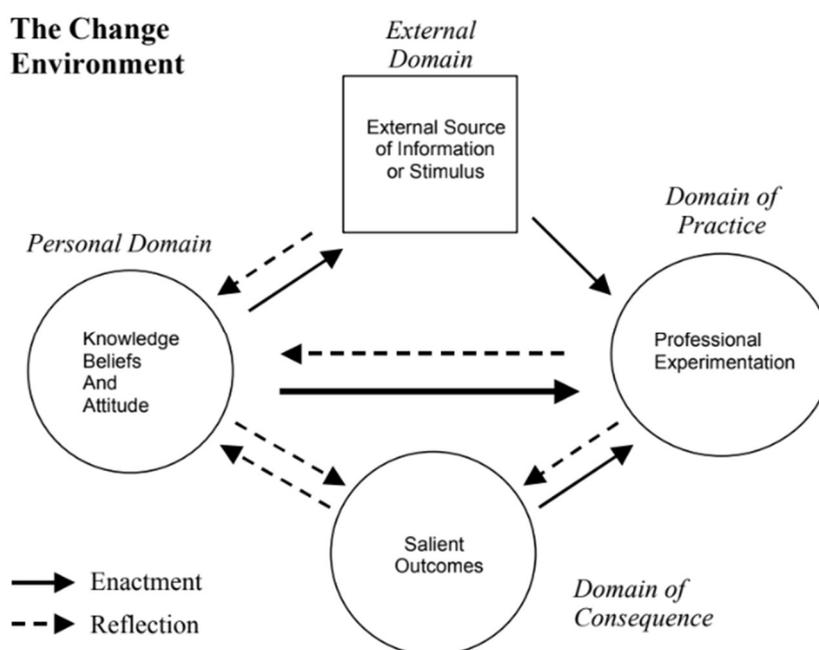
⁶ Não encontramos termo correspondente em português que melhor explicasse o significado do termo *enactment*. De acordo com a proposta feita por Clarke e Hollingsworth (2002) e a fim de manter o uso desse termo o mais fiel possível como o feito pelos autores, não utilizaremos traduções em nosso trabalho.

- b) pessoal, que engloba o conhecimento que o professor construiu em sua formação, suas crenças e atitudes;
- c) prática, relacionando-se a todos os ambientes onde ocorrem as experiências do professor e não somente a sala de aula; e das
- d) consequências, que abrange os resultados obtidos em sala de aula.

Clarke e Hollingsworth (2002) mencionam que novas experiências proporcionadas por agentes externos do contexto da formação não necessariamente são capazes de modificar as crenças dos professores acerca das metodologias que utilizam, por exemplo. Contudo, após vivenciarem, em sua prática, o que foi apresentado por esses agentes, relacionando o domínio externo com o domínio da prática, os professores podem adquirir conhecimentos sobre novas estratégias de ensino e modificar, por meio dos processos de reflexão e de *enactment*, suas concepções sobre os processos de ensino e de aprendizagem. Assim, por meio da reflexão sobre as experiências e da interpretação dos resultados obtidos, os professores podem tirar conclusões sobre sua atuação, os métodos utilizados, como os estudantes lidaram com essas mudanças, dentre outros aspectos. Isso evidencia relações reflexivas entre o domínio pessoal, da prática e das consequências.

Na Figura 6 tem-se a representação do IMTPG.

Figura 6 - Representação do IMTPG



Fonte: Clarke; Hollinsworth (2002, p. 951).

Uma das principais diferenças do IMTPG para outros modelos de formação é que não se trata de um modelo linear, mas cíclico, em que as mudanças acontecem por meio dos processos de reflexão e ação de um domínio para o outro. Mesmo existindo uma possível relação de causalidade, em que a mudança em um domínio causa mudança em outro, essas mudanças são mediadas pela reflexão sobre os domínios e pela ação do professor baseada em seus conhecimentos e crenças e nas suas experiências. Nesse sentido, novas propostas podem ser feitas por agentes externos, mas as mudanças nas crenças do professor e a apropriação ou não dessas propostas só acontecerão quando forem proporcionadas experiências para esse professor, de modo que reflita sobre elas, incorpore-as em suas práticas e reflita sobre os resultados que causam e são considerados importantes, tecendo assim conclusões quanto às mudanças obtidas que, por sua vez, dependem dos valores e dos saberes prévios que possui.

Vale enfatizar que esse modelo não propõe alterar as crenças dos professores para assim alterar sua prática pedagógica e obter novos resultados, sendo isso uma consequência, que pode ou não acontecer, por meio dos processos de reflexão e *enactment*. Assim, as mudanças nas crenças levam a uma nova interpretação dos resultados e, a depender do ambiente, isso pode ser compartilhado com outros colegas, e é essa interpretação que deve ser levada em consideração para discutir sobre a mudança de crenças dos professores, não somente as “mudanças observáveis” pelos agentes externos. Por exemplo, em uma determinada prática, o aumento da conversa dos estudantes pode ser interpretado pelo professor como uma maior interação entre eles e no envolvimento do que foi proposto ou como apenas uma distração.

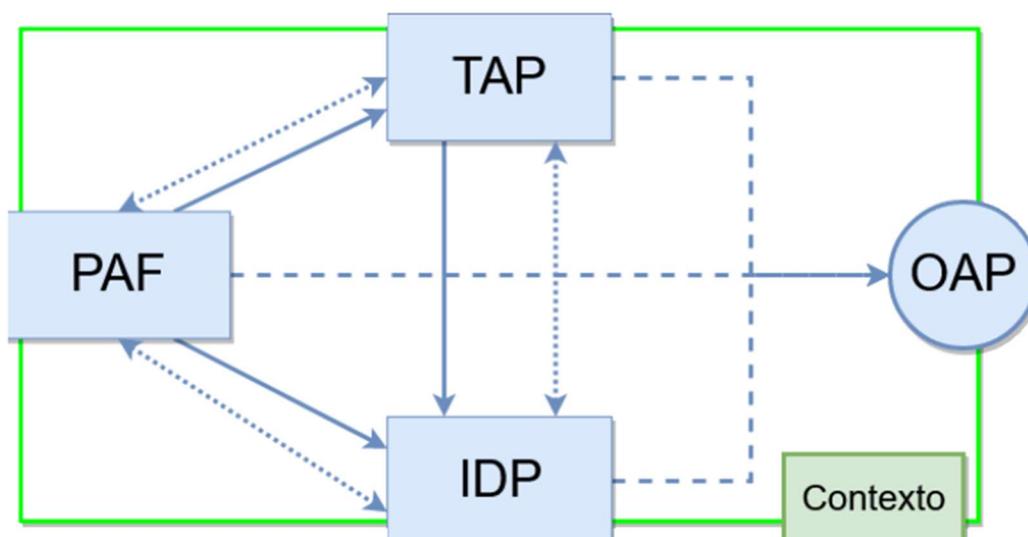
Quanto ao contexto em que os professores se encontram, denominado por Clarke e Hollingsworth (2002) de “ambiente de mudanças”, os autores salientam que é um fator que influencia as mudanças que podem ocorrer no processo de desenvolvimento. Há ambientes que facilitam esses processos e dispõem, por exemplo, de maiores possibilidades de interações com os pares, de flexibilidade para utilizar outras metodologias de ensino, de promover discussões entre os professores nos diversos estágios de formação, dentre outros aspectos. Contudo, há outros que podem apresentar desincentivo para participação em programas de formação e falta de condições adequadas. Assim, pode-se ter a criação de possibilidades ou de restrições no ambiente de mudanças, o que interfere diretamente no desenvolvimento dos professores.

O IMTPG foi elaborado no contexto de formação continuada de professores. Contudo, consideramos que ele também pode ser discutido em um ambiente de formação inicial, considerando suas particularidades e realizando adaptações. Nesse sentido, o PRP se configura como um ambiente em que diferentes oportunidades são criadas, sobretudo pela maior proximidade entre IES e escola, por ser um espaço de reflexão sobre a prática,

compartilhamento de diferentes experiências e trabalho colaborativo. É possível serem proporcionadas experiências que podem se constituir como o início do processo de construção da identidade do futuro professor e de seu desenvolvimento nos quatro domínios propostos.

Outro modelo teórico-metodológico que pode auxiliar e inspirar práticas de formação de professores, visando seu crescimento profissional, é o modelo das “Oportunidades de Aprendizagem do Professor (Modelo PLOT)”, proposto por Ribeiro e Ponte (2020) e tem o IMTPG como uma de suas bases, não sendo, portanto, um modelo linear. Além disso, tem como finalidade o oferecimento de oportunidades aos professores para poderem produzir conhecimentos ao longo dos processos formativos, considerando a mediação de um formador, em um processo colaborativo e em um determinado contexto, articulando três domínios de forma interativa e interconectada: *o papel e as ações do formador (PAF)*; *as tarefas de aprendizagem profissional (TAP)*; e *as interações discursivas entre os participantes (IDP)*. Esses domínios se relacionam por meio de três fases: organização, em que o formador elabora a proposta de formação, as tarefas, e prevê possíveis interações entre os participantes; desenvolvimento, no qual os participantes desenvolvem as tarefas propostas e as interações são concretizadas; finalização, via mediação do formador, das tarefas e interações desenvolvidas, são efetivadas as oportunidades de aprendizagem dos professores (OAP). A Figura 7 ilustra esse modelo.

Figura 7 – Modelo PLOT



Fonte: Ribeiro; Ponte (2020, p. 4).

Os domínios estão conectados por setas e apresentam uma lógica de continuidade nos movimentos interativos, em que “as flechas contínuas indicam os movimentos na fase de organização; as flechas pontilhadas, os movimentos na fase de desenvolvimento; as flechas tracejadas, ao se unirem (entre as fases de desenvolvimento e efetivação) formam uma amálgama dos diferentes domínios” (Ribeiro; Ponte, 2020, p. 5). Além disso, eles são integrados por uma dimensão conceitual e outra operacional e, em cada uma delas, há quatro componentes, conforme destacamos na Figura 8.

Figura 8 – Representação dos domínios, dimensões, seus componentes e respectivas características

	<i>Dimensão Conceitual</i>		<i>Dimensão Operacional</i>	
	<i>Componente</i>	<i>Característica</i>	<i>Componente</i>	<i>Característica</i>
<i>Papel e Ações do Formador (PAF)</i>	<i>Aproximação</i>	Favorecer a aproximação da Matemática Acadêmica (MA) à Matemática Escolar (ME) e vice-versa.	<i>Gestão</i>	Promover o gerenciamento de um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório, com as diferentes fases desta abordagem.
	<i>Articulação</i>	Estimular a articulação entre as dimensões matemática e didática do conhecimento profissional para ensinar.	<i>Orquestração</i>	Preparar e desenvolver a orquestração de discussões matemáticas e didáticas entre todos os participantes.
<i>Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)</i>	<i>Conhecimento Profissional</i>	Explorar os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, relacionados à/s TME.	<i>Tarefa Matemática</i>	Contemplar tarefa/s matemática/s dos estudantes (TME), de alto nível cognitivo.
	<i>Ensino Exploratório</i>	Possuir estrutura que propicie um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório.	<i>Registros de Prática</i>	Envolver diferentes tipos de registros de prática, organizados em forma de <i>Vignettes</i> .
<i>Interações Discursivas entre os Participantes (IDP)</i>	<i>Discussões Matemáticas e Didáticas</i>	Contemplar, de forma articulada, as discussões matemáticas e didáticas relacionados às TME.	<i>Linguagem mobilizada</i>	Contemplar a utilização de linguagem matemática e didática adequada e pertinente ao nível de ensino das TME.
	<i>Argumentação e Justificação</i>	Envolver argumentação e justificação matemáticas e didáticas válidas.	<i>Comunicação dialógica</i>	Promover a comunicação dialógica e integrativa entre todos os participantes.

Fonte: Ribeiro; Ponte (2020, p. 7).

Vale ressaltar que o PAF é importante para que um ambiente favorável para desenvolvimento das tarefas e das interações entre os participantes seja criado, além de articular elementos importantes que podem ser conflitantes ao longo dos processos de formação dos professores, como a aproximação da matemática acadêmica e matemática escolar. Para isso, é importante que as propostas formativas sejam carregadas de intencionalidade e que o formador

sempre esteja atento a isso. Nesse sentido, Ribeiro e Ponte (2020, p. 13), a partir de suas experiências, evidenciam que “[...] os domínios IDP e PAF são contemplados e levam oportunidades de aprendizagem profissional aos professores, em especial, referentes aos conhecimentos didáticos e às ações discursivas”, além de proporcionar que os participantes reflitam, de forma individual e coletiva, sobre sua postura enquanto professores.

2.4.2 Ciclo para Formação Docente em Educação Matemática Crítica

Como já mencionado na introdução deste trabalho, esta pesquisa está inserida no contexto do Programa Residência Pedagógica, subprojeto Matemática, de uma universidade federal brasileira. Durante um ano letivo, acompanhamos um grupo de cinco futuros professores de matemática inseridos nesse programa. Na seção 4 trataremos mais detalhes sobre esse contexto. Estes estudantes se envolveram em dois ciclos completos de uma adaptação do “Ciclo de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica” (Silva, 2023). Essa ideia de formação tem sido utilizada pelo orientador deste estudo em diversas práticas de formação e aperfeiçoado por meio de pesquisas desenvolvidas ao nível de seu grupo de pesquisa, formado por estudantes de mestrado e doutorado (Afini; Silva, 2024; Santiago; Silva, Julio, 2023; Zorzini; Silva, 2022). Esta proposta é basicamente dividida em quatro etapas, descritas a seguir.

A etapa (1) consiste no estudo teórico de elementos da EMC relacionados ao trabalho com cenários para investigação e em momentos de vivências de diferentes cenários pelos participantes. O formador assume o papel importante de propor os textos para estudo e mediar as discussões, oportunizando que os participantes se apropriem do referencial teórico e os utilizem para analisar sua prática e postura em sala de aula. Uma das potencialidades dessa etapa é o fortalecimento dos conhecimentos relacionados aos conteúdos matemáticos, entretanto, não fica restrito a esse momento, uma vez que pode ser aprofundado ao longo do planejamento colaborativo, segundo a necessidade do grupo e da própria atividade. Também é importante serem analisados os materiais didáticos e os documentos curriculares utilizados pela escola em que a atividade será realizada e que suas demandas e o contexto em que estão inseridos sejam considerados no processo de elaboração.

Em particular, no contexto do Programa Residência Pedagógica, o professor supervisor tem uma importante contribuição nessas discussões, pois, por estar inserido no contexto em que as tarefas vão ser desenvolvidas, pode oportunizar maiores debates a respeito da perspectiva adotada pela escola no que tange os documentos curriculares. Ainda, é nesta etapa que ocorre

a ambientação com o tipo de atividade que será desenvolvida com diferentes tarefas de aprendizagem profissional (TAP) propostas com base no trabalho pedagógico com cenários para investigação. No caso particular desta pesquisa, entendemos que a ambientação se mostra como um momento importante da proposta formativa, pois a falta de vivências com cenários para investigação é algo presente entre os estudantes dos cursos de licenciatura em Matemática (Civiero, 2016) e proporcionar algo que vá além das leituras dos referenciais constitui-se como uma forma de que eles produzam suas próprias considerações acerca do trabalho com essa metodologia.

Na etapa (2) é realizado o planejamento colaborativo de um ou mais cenários para investigação pelos participantes para ser desenvolvido no contexto em que atuam. É um momento em que os participantes analisam os conteúdos matemáticos desenvolvidos em sala de aula e elaboram cenários para investigação a partir dessa demanda. Também nesta etapa, os participantes costumam “testar” com seus pares a proposta construída e buscam muitas vezes por prever situações inesperadas que podem surgir (Silva; Penteado, 2013), por meio da imaginação pedagógica (Skovsmose, 2015), devido à característica aberta da proposta. Em propostas como o PRP, vale ressaltar que o professor formador e o professor supervisor apoiam esse momento, orientando os estudantes na construção, por exemplo, dos materiais pedagógicos que serão utilizados e compartilhando suas experiências no momento da exposição e “teste” das propostas a fim de contribuir para que os futuros professores aprimorem suas tarefas.

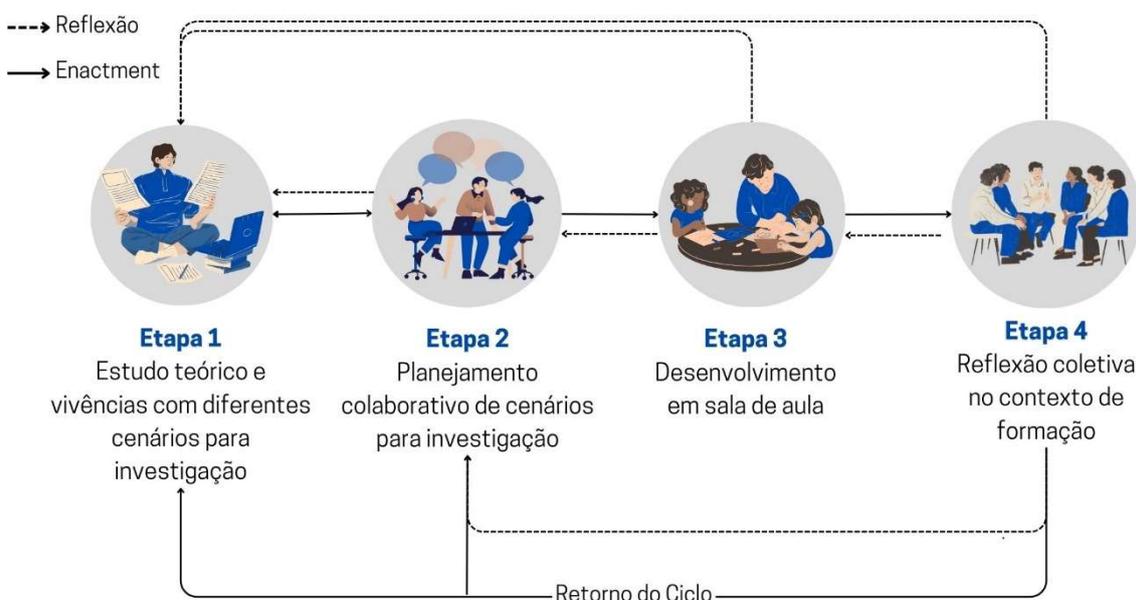
A elaboração dos cenários para investigação é feita tendo em vista os ambientes apresentados por Skovsmose (2000). É possível incorporar as preocupações da EMC nesse processo vislumbrando outras possibilidades, que vão ao encontro à semirrealidade e a realidade, para mobilizar diferentes ações que não são tão exploradas quando se trata de uma atividade baseada no paradigma do exercício, como o diálogo com os pares, reflexões e tomadas de decisões em grupos, dentre outras. Assim, ao possibilitar a criação de novos espaços para que outras discussões sejam realizadas, este constitui-se como um primeiro movimento para incorporar algumas das preocupações da EMC.

Na etapa (3) ocorre o desenvolvimento do cenário para investigação em sala de aula, no contexto dos participantes. Em práticas de formação continuada, isso acontece no contexto de sala de aula do professor (Afini; Silva, 2024). Em práticas de formação inicial, pode ser feita no contexto do estágio ou do programa de ensino. Por isso, essa etapa pode ser feita de forma individual ou com participação do professor formador ou da professora formadora e dos membros da equipe, que podem atuar de uma forma mais passiva, observando as interações e a postura dos participantes que desenvolve as tarefas ou auxiliando no momento de

desenvolvimento, por exemplo, com as dúvidas dos estudantes. É importante que sejam feitos registros das observações acerca do aprendizado dos futuros professores, com reflexões sobre a postura adotada em sala de aula, as principais dificuldades e potencialidades, dentre outras questões. Em nossa pesquisa, tais registros foram fundamentais para o processo de formação. Incentivamos os participantes a fazerem, tão logo se encerravam o desenvolvimento da aula, em um caderno de campo, no formato de narrativa, para serem compartilhados no momento de reflexão da prática.

Por fim, ocorre na etapa (4) a reflexão sobre a prática realizada, de forma coletiva. É nesse momento que todos compartilham suas experiências, relatam qual a dinâmica adotada em sala de aula, os principais resultados, os desafios, o que deve ser alterado ou mantido, e recebem críticas e sugestões sobre seus registros, para aprimorá-los em novas práticas. Cria-se um espaço em que todos podem falar e refletir sobre aquilo que fazem, sobre a postura adotada, sendo isso algo essencial, tendo em vista que pouco se incentiva refletir sobre a própria ação (Milani; Silva, 2019). O foco desta etapa é o de proporcionar a criação de um ambiente para se refletir sobre a ação realizada. Também, é possível que neste momento seja feita uma nova discussão acerca dos referenciais teóricos adotados, confrontando-os com o que foi vivenciado em sala de aula. Na Figura 9 as quatro etapas são apresentadas.

Figura 9 - Etapas do ciclo de formação para a EMC



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Na Figura 9, as quatro etapas estão interligadas por setas contínuas, que representam a

sua continuidade por meio do processo *enactment* (Clarke; Hollingsworth, 2002), ou seja, de pôr em ação uma nova ideia, um novo planejamento ou uma nova reflexão, dada a finalização de uma delas, e por setas pontilhadas, que representam as relações entre as etapas, mas não de forma linear, pois a finalização de uma etapa não implica que os participantes não possam retornar a ela. Mediado pelo processo de reflexão, os participantes constantemente retornam ao que foi feito e, assim, constitui-se um processo cíclico.

Inspirado no modelo PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020), consideramos o papel e as ações do formador, as tarefas de aprendizagem e as interações entre os participantes como elementos importantes em nosso modelo. Quanto ao papel e ações do professor formador, caberá a ele promover discussões no sentido de que os participantes observem as proximidades entre suas experiências e as leituras feitas, entre os conteúdos estudados ao longo de sua formação, como são abordados nos materiais didáticos dos estudantes e como podem ser abordados em sala de aula. Esse último ponto também deve ser reforçado pelo formador na segunda etapa, enquanto os participantes se mobilizam para planejar as tarefas que serão desenvolvidas com os estudantes do Ensino Básico. O formador desempenha um papel importante na última etapa, promovendo um ambiente dialógico, em que, além de todos poderem relatar suas experiências, também possam refletir sobre elas, com base em sugestões e críticas feitas.

Além disso, o papel e as ações do supervisor, tendo em vista o contexto de formação inicial, seja em programas de ensino, como o PRP, ou nas disciplinas de estágio supervisionado, também deve ser considerado. Em tais contextos, o supervisor também tem um papel importante nesta proposta formativa. A partir do contato com professores nos mais diversos estágios de formação e o compartilhamento de experiências com eles, os futuros professores podem desenvolver sua identidade profissional e construir seus conhecimentos (Tardif, 2002; Gatti *et al.*, 2021). Desse modo, o supervisor deverá proporcionar um ambiente em que os futuros professores possam experimentar estar à frente de uma sala de aula, a fim de que desenvolvam seus saberes.

Já as tarefas de aprendizagem profissional (TAP) (Ribeiro; Ponte, 2020), elaboradas nesse contexto tendo como base o trabalho pedagógico com cenários para investigação, auxiliam os participantes, a partir do seu engajamento, a entender como podem eles mesmos elaborar suas tarefas e desenvolvê-las com seus estudantes. Além disso, permitem que os participantes explorem seus conhecimentos, do conteúdo e pedagógicos, e os aprofundem. Afini e Silva (2024), por exemplo, que utilizaram a proposta dos ciclos de formação docente para a Educação Matemática Crítica, discutem características que favorecem o aceite de professores em serviço a se envolverem nas TAP, especialmente na Etapa 1. Por exemplo, os

autores desenvolveram três cenários para investigação e notaram que a possibilidade de imaginar o uso de elementos das tarefas propostas em suas aulas fez com que os professores aceitassem o convite de forma mais imediata. Além disso, o fornecimento do material para realizar as tarefas, como cadernos de acompanhamento, e a proximidade delas com elementos familiares a esses professores também favoreceram o aceite do convite.

Afini e Silva (2024) utilizaram a proposta dos ciclos formativos via extensão universitária, por meio da ação denominada “Criação de cenários para investigação nas aulas de matemática dos anos iniciais e finais do ensino fundamental”. Os autores desenvolveram um ciclo completo e destacam que a realização de mais ciclos poderia impactar na introdução do trabalho pedagógico com cenários para investigação, na prática dos professores participantes, pois, em muitos momentos notou-se o retorno para zona de conforto, assim como possibilitaria mais discussões a respeito dos aspectos da EMC, uma vez que, em um primeiro ciclo, os professores preocupam-se em compreender a nova proposta.

Os autores também apontam que é importante considerar o estudo dos conteúdos mobilizados nas tarefas, pois assumimos que os professores já os dominam, mas, ao longo do planejamento e desenvolvimento das propostas, eles podem apresentar dificuldades. Isso pode ser um fator que impacta na aceitação da proposta do trabalho com cenários para investigação e o retorno para o paradigma do exercício. Outros fatores que impactam o engajamento na proposta, são a influência da parte administrativa das escolas, a falta de recursos e de materiais e a falta de apoio da gestão escolar. Resultados semelhantes foram notados no estudo de Zorzin e Silva (2022), que também empregou um ciclo de formação com professores que atuavam no primeiro ciclo, com foco particular no uso do GeoGebra na perspectiva de cenários para investigação.

Dessa forma, nos inspiramos nos modelos IMTPG (Clarke; Hollingsworth, 2002) e PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020) para discutir alguns elementos importantes em nosso modelo, sobretudo o formato cíclico apresentado em ambos. O Ciclo de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica apresenta uma continuidade bem definida entre as etapas, mas que não se restringe a isso, uma vez que elas estão interconectadas e, quando finalizadas, os participantes, por meio dos processos de reflexão e *enactment* (Clarke; Hollingworth, 2002), poderão retornar a elas. Para tanto, o papel e as ações do formador e do supervisor, as TAP e as interações entre os participantes, que foram inspirações do modelo PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020), devem ser consideradas e analisadas, pois interferem diretamente na forma como a proposta será desenvolvida. Nesse sentido, nossa proposta não é uma adaptação de tais modelos, que foram pensados para o contexto da formação continuada de professores, mas nos

inspiramos nelas para trazer alguns de seus elementos que nos ajudam a discutir e pensar o Ciclo para Formação Docente em Educação Matemática Crítica. Além disso, diferentemente do modelo PLOT e IMTPG, adotamos uma perspectiva específica, que é a EMC, em que o fio condutor para o seu desenvolvimento é o trabalho pedagógico com cenários para investigação, não sendo, portanto, um modelo genérico de formação de professores.

3 REVISÃO DE LITERATURA

A busca pelos artigos que constituíram essa pesquisa⁷, foi feita no mês de outubro de 2023, inicialmente, na base de dados Portal de periódicos CAPES, que é considerada uma biblioteca digital que possui vasto acervo de trabalhos científicos com acesso gratuito. Como critério para inclusão, os artigos deveriam apresentar em suas discussões a relação entre a EMC e a formação inicial de professores e professoras de Matemática, com foco em cenários para investigação. Para tanto, foi feita a leitura apenas do resumo dos artigos. Os termos indexados para busca foram “Educação Matemática Crítica” and “Formação inicial de professores”, resultando em dez artigos, mas que não atendiam aos critérios de inclusão, pois abordaram a formação continuada, formação de pedagogos e pedagogas, dentre outros contextos. Além de tais termos, também foi feita uma busca adicionando “cenários para investigação”, mas sem êxito.

Tendo em vista tais resultados, procuraram-se pelos mesmos termos no *Google Scholar*, limitando as produções dos últimos dez anos, obtendo 722 resultados. Vale ressaltar que o *Google Scholar* apresenta filtros menos precisos que as outras bases de dados, como a restrição da busca somente para artigos, apresentando também teses, dissertações, livros e citações, por isso, justifica-se a elevada quantidade de resultados. Assim, optou-se por analisar as cinco primeiras páginas, em que foram apresentadas dez obras em cada. Desses, atendiam aos critérios de inclusão Sachs e Elias (2017), Milani e Silva (2019), Milani (2020), Civiero (2016) e Skovsmose (2017). Assim como na base de dados anterior, os outros artigos se relacionam ao contexto da formação continuada ou práticas voltadas para a Educação Básica, Educação do Campo, dentre outras. Também foram incluídos alguns capítulos de livros que já eram de conhecimento nosso e que atendiam aos critérios de inclusão, sendo eles: Lima *et al.* (2022), Lima e Soares (2022) e Schroeder e Cucco (2022).

O processo de análise consistiu em realizar a leitura de cada obra, identificando as divergências e convergências. Dos cinco artigos, dois se relacionam com a concepção e construção dos currículos de matemática e três apresentavam resultados de práticas pedagógicas desenvolvidas no contexto de formação. Assim, constituímos os dois núcleos principais da

⁷ Esta revisão de literatura foi feita com base em artigos científicos, como parte de um trabalho final para a disciplina “Tópicos e Pesquisa em Educação Matemática” do Programa de Pós-Graduação em Educação. Optou-se nesta revisão por utilizar artigos científicos como fonte de dados por entender que estes trabalhos podem englobar tanto resultados de dissertações e teses, como aqueles que não foram feitos nestes contextos, por exemplo, pesquisas realizadas por pesquisadores de diferentes instituições em projetos financiados, pesquisas de pós-doutoramento, dentre outras.

revisão bibliográfica, a serem analisados e relacionados por meio do referencial adotado, a EMC.

Destaca-se que se tem poucos artigos publicados que discutem EMC especificamente no contexto da formação inicial de professores de matemática. No geral, tais pesquisas nos mostram que existem discussões acerca da presença da EMC no âmbito da formação docente e é possível evidenciar que há espaço para incorporação das preocupações da EMC nos currículos. Contudo, algumas questões são importantes para isso ocorrer, como as intencionalidades no processo de construção dos currículos, dentre outras. Já no que se refere às práticas pedagógicas, as pesquisas apontam a necessidade de se ter nos cursos de formação de professores de matemática experiências que possibilitem a tais profissionais incorporar as preocupações da EMC em suas futuras práticas, assim como desenvolver habilidades importantes que contribuam para sua atuação não só no contexto de sala de aula, mas na sociedade em que vivem.

No Brasil, as práticas dos formadores e das formadoras estão pautadas na pedagogia tradicional (Civiero, 2016), o que gera um ciclo que se reflete no Ensino Básico. Ainda assim, há alguns docentes engajados com a EMC que apontam diferentes possibilidades ao inseri-la em suas práticas, sobretudo o desenvolvimento de uma postura mais questionadora e reflexiva, e “esses resultados, conjugados à realidade da sociedade contemporânea, nos movem a justificar, ainda mais, a importância de discutir a formação de professores, no contexto atual” (Lima *et al.* 2022, p. 23-24), na perspectiva da EMC.

Civiero (2016) aponta que existem elementos nos documentos que normatizam os cursos de licenciatura que possibilitam a inserção da EMC, como nas Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, contudo, tais cursos ainda se organizam com base em uma lógica positivista, em que predominam os conteúdos matemáticos específicos e, quando há discussões sobre suas preocupações, elas ocorrem em disciplinas isoladas e desconectadas de tais conteúdos. Assim, a autora argumenta que se devem ocorrer mudanças epistemológicas a partir da apropriação dos elementos teóricos presentes nas diretrizes curriculares que se aproximam da EMC, mas isso ainda é um desafio, sobretudo no que tange a construção de uma epistemologia crítica para formação de professores.

Sachs e Elias (2017) também apontam que as preocupações da EMC são pouco incorporadas nos currículos de matemática, apesar de se notar em tais documentos, tanto para a Educação Básica quanto para o Ensino Superior, destaque para o desenvolvimento do pensamento crítico e exercício da cidadania. Por meio de tal reflexão, as autoras propuseram discussões, em uma disciplina de um curso de licenciatura em Matemática, acerca da concepção

do currículo e seu processo de construção. Isso se constituiu como um movimento inicial para refletir, amparados na EMC, sobre o papel da Matemática na formação dos indivíduos, em que os futuros docentes conceberam o currículo como um local de manifestação de diferentes interesses no qual se baseiam os processos de formação, sendo assim necessário questionar quais seus objetivos, para quê e para quem é formulado. É preciso repensar e reconstruir as concepções epistemológicas e as intencionalidades que fizeram parte do processo de construção dos currículos, pois, sem isso, apenas se perpetuam discursos que carecem de fundamentação e as transformações que acontecem nos diferentes documentos normatizadores, ressaltando cada vez mais uma formação crítica, não serão efetivadas e continuaremos a dicotomia entre um currículo que se faz e outro que se vive.

Percebe-se então que há elementos nas legislações que possibilitam discutir sobre as preocupações da EMC, mas há pouco espaço nos cursos de formação inicial de professores/as para a problematização dessas questões, mesmo com uma demanda do atual currículo brasileiro de práticas que auxiliem os estudantes a desenvolverem sua autonomia e a construírem um pensamento crítico e investigativo nas aulas de matemática. Assim, outra questão a se pensar, uma vez que foram identificados espaços para incorporar a EMC, é como efetivar essa proposta em sala de aula. Os futuros e as futuras docentes que participaram da pesquisa de Sachs e Elias (2017, p. 417) questionaram como propor para os mais diversos conteúdos, “[...] aulas de matemática baseadas na Educação Matemática Crítica com conteúdos predeterminados e, a princípio, pouco relacionados com questões sociais”. O nosso sistema é baseado na prescrição e isso pouco contribui para que os indivíduos se apropriem dos conhecimentos produzidos como uma linguagem própria para atuar no mundo que vivem. Nesse molde, a Matemática não tem contribuído para formação de sujeitos críticos, seja no âmbito do Ensino Básico ou do Ensino Superior, mas sim para perpetuar ciclos formativos baseados na reprodução. Sachs e Elias (2017) afirmam que esse sistema pouco contribui para reflexão crítica, de modo que os sujeitos possam transformar a realidade em que vivem, e para a autocrítica, considerada por Skovsmose (2017) como parte integrante de qualquer EMC.

Skovsmose (2017) afirma que o foco no conteúdo, que define como a Matemática é apresentada aos diferentes grupos de estudantes, advém de uma concepção moderna da Matemática, em que ela é a linguagem das ciências e da tecnologia, é neutra e objetiva. O autor afirma que há pouco espaço para reflexões sobre os diferentes papéis que a matemática desempenha, sobretudo a relação entre matemática e poder, que é uma das preocupações da EMC. Isso se intensifica quando comparamos o ensino de Matemática nas disciplinas ditas técnicas, como Cálculo. Estudam-se diferentes algoritmos utilizados para operar as mais

variadas tecnologias, mas as possíveis implicações de seu uso não são exploradas, tendo em vista que “[...] qualquer ação baseada em matemática necessita de reflexões. No entanto, geralmente, o desenvolvimento de tais reflexões não faz parte do programa de ensino de disciplinas técnicas” (Skovsmose, 2017, p. 32). Nesse sentido, é preciso questionar essa crença de que a Matemática não assume relações com as questões sociopolíticas, pois essa concepção se reflete na construção dos currículos, na própria estruturação dos cursos e, conseqüentemente, na forma como é apresentada em sala de aula.

Problematizar questões sociopolíticas e culturais nas aulas de matemática, a fim de propiciar o desenvolvimento de uma postura crítica, investigativa e dialógica, que se efetive, de fato, ainda é um desafio. É preciso considerar as diferentes formas de leitura e escrita do mundo, as diferentes formas de “produzir matemática”, que são atitudes fundamentais para a EMC. Nesse sentido, o trabalho pedagógico com cenários para investigação pode ser um dos caminhos que permite aos estudantes refletir sobre a matemática, com a matemática e por meio de questões matemáticas, ou seja, para o desenvolvimento de preocupações da EMC em sala de aula, constituindo-se como uma possibilidade e como uma alternativa a essa concepção moderna de Matemática (Skovsmose, 2014).

Por outro lado, para que isso seja efetivado é importante, além de discussões que abordem essa temática no processo de formação inicial de professores de Matemática, proporcionar experiências, pois, segundo Lima e Soares (2022, p. 117) a in experiência com cenários para investigação é um desafio que “tem origem desde a licenciatura, onde currículos são, muitas vezes, engessados, com mínimas possibilidades para a abordagem de perspectivas sociocríticas”. A experiência e o compartilhamento da mesma são importantes para que, ainda em processo de formação, os futuros e as futuras docentes pensem em formas de aprimorar suas práticas e desenvolvam habilidades importantes atreladas a uma concepção crítica da Matemática e suas implicações sociais. Lima e Soares (2022), Civiero, Schroeder e Cucco (2022), Milani e Silva (2018) e Milani (2020) apresentam resultados que permitem discutir a importância de tais experiências.

Lima e Soares (2022) propuseram um curso baseado em cenários para investigação e justiça social, com duração de dois dias, cujo tema foi a “isenção do imposto de renda para professores”, em um curso de formação inicial de professores de Matemática. Além de utilizarem os conceitos e argumentos matemáticos para discutir sobre o tema, os autores relatam que os participantes se colocaram em um movimento de questionar outros temas determinantes para expressar as preocupações da EMC, como a legislação, o contexto profissional dos professores e os aspectos econômico e social relacionados com a temática. Assim,

[...] um cenário para investigação foi criado, permitindo aos participantes, através do diálogo, acessarem a uma aprendizagem técnica e conceitual a partir de análises e reflexões, aliadas à relevância que eles iam conseguindo imprimir à temática proposta, na medida em que iam avançando nas argumentações [...]. Em suma, constatamos que os participantes vivenciaram um cenário para investigação em um espaço aberto para o aprendizado de Matemática, por meio de tema envolvendo justiça social (Lima; Soares, 2022, p. 139).

As questões sociais necessitam de um olhar crítico, assim como discuti-las o proporcionam. Nesse sentido, articular tais discussões com a Matemática, evidenciando o papel dessa ciência na leitura e na escrita do mundo e não como distante das práticas sociais, é algo que deve ser feito ainda no processo de formação inicial e o(a) professor(a) formador(a) tem um papel importante nesse processo de promoção de debates que propiciem reflexões críticas (Lima *et al.*, 2022). Como no curso realizado em Lima e Soares (2022), promover tais debates com referências à vida real podem ser caminhos para que reflexões críticas acerca da forma como nossa sociedade é estruturada, dos mecanismos que nela operam, das desigualdades existentes e do papel da Educação Matemática nisso sejam estabelecidas, pois “[...] olhar a sociedade e compreender que fazemos parte de tudo [...] parece uma peça fundamental para justificar a importância dessas discussões no processo de formação de professores que ensinam Matemática” (Lima *et al.*, 2022, p. 21).

Considerando tais questões, que englobam o cenário atual da educação que precisa atender as demandas da sociedade contemporânea, Civiero, Schroeder e Cucco (2022) discutem sobre a formação de professores com base em uma perspectiva crítica, que provoque reflexões sobre os papéis desempenhados pela Matemática na sociedade. Em especial, as autoras apresentam uma proposta para o ensino de funções senoidais, com base na EMC, desenvolvida em uma disciplina de um curso de licenciatura, buscando promover reflexões acerca da geração, distribuição e o consumo de energia elétrica, tendo em vista que é um tema que todos os estudantes tinham contato e pouco refletiam sobre as condições presentes nesses processos.

Um cenário para investigação foi construído, perpassando pelos diferentes ambientes de aprendizagem. Elas apontam que “em alguns momentos foi necessário nos apropriarmos da matemática pura e, em outros, buscarmos subsídios em exercícios da semirrealidade, para que na totalidade compartilhem um cenário para investigação com referência à realidade” (Civiero, Schroeder e Cucco, 2022, p. 37). Nesse processo, as autoras afirmam que se aproximaram das preocupações da EMC, sobretudo ao evidenciar que algumas práticas sociais são formatadas pela Matemática. Nesse sentido, a proposta apresentada se constituiu como uma forma de fornecer subsídios para que os formadores e as formadoras, assim como os e as discentes, apropriem-se da EMC como uma epistemologia para desenvolver atividades nessa

perspectiva em qualquer disciplina, não só as específicas.

Assim, mais do que propor práticas pedagógicas, tem-se o movimento de constante reflexão sobre a postura adotada enquanto futuros professores e futuras professoras e de se repensar a prática docente na perspectiva da EMC, além das próprias concepções pessoais. Milani e Silva (2018), ao analisarem uma atividade investigativa realizada por licenciandos e licenciandas de um curso de Matemática, na perspectiva da EMC, constatam que mesmo em um ambiente voltado para a matemática pura, os sujeitos envolvidos puderam falar e refletir sobre aquilo que fazem, sobre a postura adotada, sendo isso, segunda as autoras, uma tarefa difícil e importante, tendo em vista que pouco se incentiva o pensar sobre a própria ação.

Além disso, Milani e Silva (2018) apontam que havia uma forte dependência das instruções das professoras formadoras, por parte dos licenciandos e licenciandas, o que pode ser uma herança da Educação Matemática tradicional. Nesse sentido, as professoras formadoras também puderam se colocar no lugar de refletir a própria prática, pois entenderam que era necessário “controlar” as orientações dadas para que pudessem exercer sua autonomia e criatividade no processo de produção do conhecimento. O diálogo foi um elemento crucial para isso ocorrer, sobretudo pela resistência apresentada para implementar atividades investigativas, devido ao comodismo e conformismo com o paradigma do exercício, o pouco espaço do currículo e algumas condições externas. Isso corrobora a importância das experiências apontadas por Civiero, Schroeder e Cucco(2022), que se constituem aos poucos como um espaço mais familiar a esses futuros professores e futuras professoras.

Para proporcionar experiências e refletir sobre possibilidades de práticas docentes que vão em sentido oposto às práticas pautadas no paradigma do exercício, Milani (2020) propõe uma atividade, realizada com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, que consiste em transformar exercícios em cenários para investigação e constitui-se como uma primeira aproximação dos licenciandos e licenciandas em direção à EMC. A autora, além de discutir com eles e elas sobre a EMC e cenários para investigação, solicitou que “abrissem um exercício”, pois era preciso que vivessem o que propunha a teoria. Eles deveriam escolher um exercício de um determinado livro didático para o transformar em uma atividade investigativa.

Com isso, Milani (2020) buscou incorporar as preocupações da EMC no processo de formação, partindo de algo que sempre estava presente na trajetória acadêmica dos sujeitos envolvidos, os próprios exercícios. Constatou-se que foi possível vislumbrar outras possibilidades, que vão de encontro à semirrealidade e a realidade, para mobilizar diferentes ações que não são tão exploradas quando se trata de uma atividade baseada no paradigma do exercício, como a criação de conjecturas, o diálogo com os pares, reflexões e tomadas de

decisões em grupos, realização de questionamentos, dentre outras. Assim, esse primeiro contato com algumas das preocupações da EMC possibilita a criação de novos espaços para que outras discussões sejam realizadas.

Em suma, pode-se estabelecer uma forte relação entre o que as pesquisas acerca do currículo e das às práticas pedagógicas desenvolvidas com futuros professores de Matemática apresentam, na perspectiva da EMC. Têm-se espaços, apesar de poucos, para incorporar as preocupações da EMC, almejando uma concepção crítica que se torne efetiva por meio de práticas docentes. Contudo, carecemos de uma concepção epistemológica que permita isso, pois ainda estamos inseridos em um sistema que não preza, para além do que é posto nas diretrizes, pela formação de um sujeito que seja capaz de ler e escrever o mundo com a Matemática. O currículo engessado reflete a intenção de se ter indivíduos que não exerçam sua autonomia. Arelado a isso, formas de questionar o que é posto e de tornar efetivo o que é proposto estão intrinsecamente relacionadas com a oportunidade de se ter experiências nessa perspectiva nos processos de formação, sendo as práticas baseadas em cenários para investigação uma possibilidade. Quando incorporadas as preocupações da EMC, ainda que em ambientes relacionados à matemática pura, novas oportunidades de superar a concepção moderna da Matemática são criadas. Nesse sentido, este trabalho visa contribuir para a formação de futuros professores e futuras professoras de matemática ao propor ciclos de formação para a EMC, a partir da vivência, planejamento e execução de cenários para investigação.

4 METODOLOGIA

Esta pesquisa⁸ teve como objetivo compreender como futuros professores de Matemática podem se engajar no estudo, elaboração e desenvolvimento de cenários para investigação com estudantes do Ensino Médio, a partir de seu envolvimento em uma proposta formativa no contexto do Programa Residência Pedagógica de uma Universidade Federal do Sul do Estado de Minas Gerais. A pergunta diretriz do estudo foi a seguinte: *No contexto do Programa Residência Pedagógica, como futuros professores de Matemática podem se engajar no trabalho com cenários para investigação com estudantes do Ensino Médio, de modo que esse envolvimento favoreça o desenvolvimento de uma postura investigativa, crítica e dialógica?*

Para alcançar o objetivo deste estudo, durante um ano letivo, acompanhamos cinco futuros professores de matemática, que faziam parte do Programa Residência Pedagógica de uma universidade federal do sul do estado de Minas Gerais, a partir do trabalho com o Ciclo de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica. Os residentes serão chamados nesse texto de Carla (22 anos), Sara (22 anos), Helena (22 anos), Daniel (24 anos) e Hiago (23 anos). Os nomes são fictícios. Carla, Sara e Helena ingressaram no curso de licenciatura em Matemática no ano de 2020 e Hiago e Daniel no ano de 2019. Contudo, quando o regime presencial de estudos foi reestabelecido em 2022, Hiago e Daniel passaram a cursar as mesmas disciplinas que Carla, Sara e Helena, considerando então, segundo eles, que eram da mesma turma. Nesse sentido, no início da pesquisa, eles estavam cursando disciplinas do sétimo período. Todos os residentes tinham participado do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID-Matemática), no período de 2020 a 2022, contudo, essa edição foi realizada de forma remota, e suas primeiras experiências com sala de aula foram no PRP.

A professora formadora é uma educadora matemática que atua na IES campo de pesquisa desde 2007, docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação desta universidade. Dentre os assuntos de interesse de pesquisa desta docente, destaca-se a temática a respeito da formação de professores. Além de coordenar essa versão do subprojeto Matemática do PRP, ela também ministra disciplinas de estágio e, no período em que esta pesquisa foi realizada, estava ministrando as disciplinas de Práticas de

⁸Esta pesquisa faz parte de uma pesquisa mais ampla denominada “Novas tecnologias e educação matemática crítica na formação inicial e continuada de professores e professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental”, desenvolvida no âmbito da Universidade Estadual Paulista (Unesp) e da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG), coordenada pelo orientador deste estudo.

Ensino e de Estágio III e IV, cursadas por Carla, Sara, Helena, Daniel e Hiago. A professora supervisora é uma professora de Matemática, que atua no Ensino Básico, em especial, no Ensino Médio. Sua graduação foi feita na mesma universidade, campo de pesquisa, assim como seu mestrado acadêmico. Assim, ela já conhecia a professora formadora e a universidade.

Ao longo desta edição do Programa Residência Pedagógica, os futuros professores desenvolveram 400 horas envolvendo estudo e discussão teórica, elaboração de materiais, acompanhamento de aulas e desenvolvimento de aulas e reuniões de discussão. Os residentes também participavam de ações na escola além das aulas, como participação em feiras de ciência, jogos interclasse, observação e auxílio na correção e explicação dos exercícios propostos pela supervisora e auxílio na organização dos eventos propostos pela IES para os estudantes do Ensino Básico.

Foram acompanhadas 24 reuniões do grupo e, dentro desse contexto, realizamos dois “Ciclos de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica” completos, em que foram destinados 11 encontros, de três horas, em média, além do acompanhamento das aulas ministradas pelos estudantes. Cada etapa do ciclo será referida da seguinte forma: Estudo teórico e vivências com cenários para investigação - E1; Planejamento colaborativo de cenários para investigação - E2; Desenvolvimento das tarefas propostas em sala de aula - E3; Reflexão coletiva no contexto de formação - E4. No Quadro 2 são especificadas a quantidade de encontros e o período em que foram realizados em cada etapa. Vale ressaltar que, na especificação da quantidade de encontros da E3, são consideradas a quantidade de aulas realizadas por cada residente com os estudantes do Ensino Médio, em que cada aula teve duração de 50 minutos.

Um movimento para realização de um terceiro ciclo aconteceu e os residentes se propuseram a elaborar um minicurso envolvendo os processos de estudo teórico e vivências com a Modelagem Matemática, planejamento da tarefa, desenvolvimento em sala de aula e reflexão sobre a prática. Foram destinadas dez reuniões para isso, descritas no Quadro 3. Ao final dos dois ciclos realizados e da movimentação em direção a um terceiro, foram realizadas duas reuniões nos dias 14/12/2023 e 21/12/2023, como fechamento do ano letivo, para discussões de todas as práticas.

Quadro 2 - Relação das etapas por ciclo

Etapas	Primeiro ciclo		Segundo ciclo	
	Quant. encontros	Período de realização	Quant. encontros	Período de realização
E1	2	30/03/2023 e 13/04/2023	1	17/08/2023
E2	2	13/04/2023 e 20/04/2023	2	31/08/2023, 07/09/2023 e 14/09/2023
E3	4	28/04/2023 a 05/05/2023	3	21/09/2023 a 26/09/2023
E4	2	11/05/2023 e 01/06/2023	2	28/09/2023

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Quadro 3 - Descrição das reuniões

Etapas	Descrição	Quant. encontros	Período de realização
E1	Palestra sobre Modelagem Matemática, leitura e discussão de artigos sobre essa temática e vivências	6	15/06/2023 à 17/08/2023
E2	Planejamento	3	05/10/2023 à 26/10/2023
E3	Desenvolvimento em sala de aula	4	09/11/2023 à 16/11/2023
E4	Discussão e reflexão da prática	2	16/11/2023 e 23/11/2023

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

4.1 PRODUÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A pesquisa aqui discutida possui uma abordagem qualitativa. Yin (2016) não apresenta uma definição singular de pesquisa qualitativa, por considerar sua diversidade e a relevância, mas define cinco características gerais para esse tipo de pesquisa: (i) estudar o significado da vida dos participantes em suas reais condições; (ii) representar as opiniões e perspectivas dos participantes de um estudo; (iii) abranger as condições dos contextos em que os participantes vivem; (iv) contribuir com revelações sobre conceitos existentes ou emergentes que podem

ajudar a explicar o comportamento social humano; (v) utilizar múltiplas fontes de evidência.

No caso desta pesquisa, foi mantido contato direto com os participantes do PRP, por meio das reuniões semanais e durante algumas aulas de desenvolvimento das tarefas na escola parceira do programa, para compreender o ambiente em que estão inseridos e as condições existentes que influenciam no seu processo de formação e, conseqüentemente, em seu envolvimento nas ações propostas. As opiniões e perspectivas desses discentes acerca do trabalho pedagógico com cenários para investigação por meio do engajamento nos ciclos de formação foram representadas, pois são fundamentais para o objetivo da pesquisa. Vale ressaltar que, por mais que a proposta dos ciclos de formação para a EMC seja algo externo ao grupo envolvido, foi considerado o que já havia sido proposto pela coordenadora no projeto institucional do programa, como o uso de cenários para investigação, ou seja, já era algo presente no contexto do grupo.

Tais características permitem compreender os significados e as percepções de determinadas questões por parte dos sujeitos envolvidos, alcançando assim outras camadas dos fenômenos. Contudo, não restringimo apenas à compreensão, mas buscamos intervir de algum modo para propor caminhos no âmbito da formação inicial de professores de Matemática visando a formação crítica, pois

a educação, em particular, é vista como uma prática inserida no contexto de formações sociais que resulta de condicionamentos sociais, políticos e econômicos, reproduzindo, de um lado, as contradições sociais, mas, de outro, dinamizando e viabilizando as transformações ao garantir aos futuros cidadãos o efetivo acesso ao saber (Fiorentini; Lorenzato, 2012, p. 66)

Utilizamos a metodologia do estudo de caso (Yin, 2016). Como método, nos respaldamos na observação participante. Nesse método, o pesquisador participa das atividades cotidianas do grupo selecionado para o estudo e mantém o contato direto com os sujeitos envolvidos e as situações observadas. A observação não é neutra, pois as preferências teóricas e vivências anteriores, que fazem parte da constituição do pesquisador, influenciam em suas hipóteses e na interpretação do que está sendo vivenciado na observação. A importância da observação participante reside no fato de vivenciarmos uma variedade de situações e obter assim informações sobre a realidade dos sujeitos envolvidos em seus próprios contextos, que podem não ser evidentes por meio de perguntas. Os gestos, comportamentos, entre outros, são levados em consideração, inferindo assim na análise dos dados. Assim, deve-se observar quais são os integrantes do grupo e como se relacionam; a dinâmica adotada; onde se localiza e quando se reúne o grupo; qual o significado atribuído às atividades e qual a visão de mundo dos integrantes, que podem influenciar nessa questão (Yin, 2016).

No início, as observações foram destinadas a descrições não específicas, que auxiliaram a abrir novas perspectivas para o desenvolvimento da pesquisa e a fazer perguntas para a pesquisa, a fim de se habituar ao ambiente, por exemplo, qual era a dinâmica e a organização das reuniões e o que estava sendo discutido pelo grupo, relacionado a pesquisa ou não. Depois as observações foram se ajustando conforme o que era essencial para a pesquisa, com focos estabelecidos e centrados nas questões e exemplos específicos, por exemplo, como eram elaboradas as regências e como aconteciam as interações entre os próprios residentes e entre eles e as professoras formadora e supervisora. Ao longo desse processo, outras questões não previstas como focos de observação foram surgindo, valendo de certa influência para a pesquisa, por exemplo, as questões externas ao próprio contexto do PRP que impactaram o engajamento dos residentes nos ciclos de formação para a EMC.

Desde o início das interações com o grupo, foi revelada a posição da pesquisadora e a sua intenção, contando com a cooperação do grupo e participando de todas as ações de forma igualmente cooperativa. Nesse sentido, ao longo do ano letivo de 2023, a pesquisadora atuou como observadora e participante do subprojeto Matemática do PRP, auxiliando os residentes no processo de estudo teórico, planejamento e desenvolvimento de cenários para investigação. Por outro lado, apesar dessa imersão, foi preciso também não deixar de assumir a posição de pesquisadora para ter outra perspectiva acerca das situações vivenciadas e produzir dados, agindo com mais cautela em determinados momentos para não influenciar como o grupo iria reagir frente as ações propostas. Destaca-se que a pesquisadora já conhecia todos os residentes e a professora formadora, o que possibilitou criar um ambiente mais confortável para todos. Conforme a participação da pesquisadora nas reuniões aumentava e, conseqüentemente, o contato com todos do grupo, a interação tornava-se mais natural e os residentes a procuravam para discutir sobre suas ideias, pedir suas opiniões sobre a condução das aulas e discutir sobre outros assuntos acadêmicos, como o trabalho de conclusão de curso ou o ingresso no mestrado acadêmico, já que a conheciam de momentos anteriores à pesquisa. Dessa forma, a pesquisadora não assumiu a posição de formadora, pois essa posição foi assumida pela coordenadora do subprojeto Matemática do PRP, mas a auxiliou no planejamento de algumas ações para serem desenvolvidas com os residentes e na condução de algumas reuniões, além de ser vista pelos residentes como uma integrante do grupo que, em alguns momentos, poderia ajudá-los com suas dúvidas por possuir vivências que eles ainda não haviam experienciado.

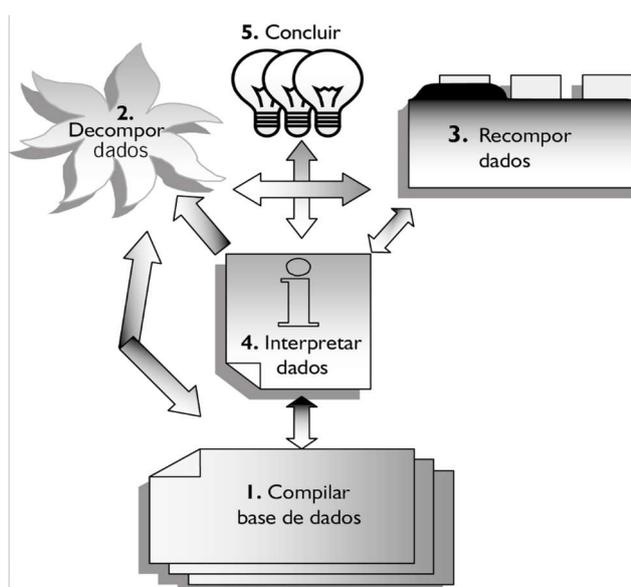
Nas reuniões do grupo, eram discutidas as ações semanais que os residentes realizavam na escola em que atuavam, assim como as práticas que permeavam o cotidiano dessa escola, e eram planejadas as tarefas que iriam realizar ao longo do bimestre. Os residentes e as

professoras formadora e supervisora compartilhavam de suas reflexões e a pesquisadora atuava de forma menos ativa, realizando as observações e restringindo-se a suas reflexões, que por sua vez eram anotadas no caderno de campo. Já no processo de elaboração das regências, no estudo dos textos acerca de cenários para investigação e diálogo e nas atividades desenvolvidas com os estudantes do Ensino Médio, além de realizar a observação, a pesquisadora também auxiliava os residentes no que fosse necessário. Isso permitiu o acesso às atividades produzidas pelos residentes, armazenadas em arquivos digitais no *Google Drive*, conversas no grupo de *WhatsApp*, dentre outras, que se constituíram como dados para análise.

Para a produção dos dados, utilizamos caderno de campo, contendo descrições das reuniões e reflexões da pesquisadora a partir das situações ocorridas, incluindo a dinâmica de autoavaliação do programa, que aconteceram no período de março de 2023 a dezembro de 2023, e gravações em áudio das interações do grupo, a fim de compreender qual a importância da discussão teórica no processo de elaboração e aplicação de atividades investigativas, como os discentes se engajam em cenários para investigação, como foi o processo de planejamento, aplicação e reflexão da atividade baseada em cenários para investigação e seus impactos na formação. Todo esse material foi transcrito.

Para a organização e análise dos dados, utilizamos como referência as cinco fases para análise de dados qualitativos descritas em Yin (2016), conforme apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Cinco fases de análise de dados qualitativos



Fonte: Yin (2016, p. 200).

A primeira fase analítica, compilar dados para formar uma base de dados formal, exige

uma organização cuidadosa e metódica dos dados originais. A segunda fase, decompor os dados, pode envolver um procedimento de codificação formal, embora não necessariamente. A terceira fase, recompor, é menos mecânica e se beneficia da capacidade do pesquisador de identificar padrões emergentes. Diversas formas de criar arranjos de dados podem ajudar a revelar tais padrões nessa terceira fase (Yin, 2016, p. 199).

[...] a quarta fase, interpretação, e a quinta fase, conclusão [...] essas fases da análise qualitativa são as mais intrigantes de toda a pesquisa em ciências sociais. Elas desafiam o pesquisador a colocar os resultados em ordem, criar as palavras e conceitos certos e relatar ao mundo o significado de sua pesquisa. (Yin, 2016, p. 231).

Na primeira fase, as notas de campo, produzidas ao final de cada observação, com o detalhamento das atividades desenvolvidas e com algumas reflexões críticas, e as transcrições das gravações foram revisadas a fim de identificar suas características, as relações que estabelecem com a questão de pesquisa, tentando estabelecer uma uniformidade na organização dos dados, sendo esta feita em arquivos digitais. Essa primeira organização constitui-se como um banco de dados e como um processo inicial de interpretação, tendo em vista que os dados eram sempre revisados e surgiam conexões com os estudos revelados na pesquisa bibliográfica e com o referencial teórico, além de outras reflexões. Nessa etapa, considerou-se que as reuniões do subprojeto Matemática do PRP e as atividades desenvolvidas pelos residentes seriam episódios de análise. O modo de organização inicialmente adotado foi pela ordem cronológica das reuniões e das atividades desenvolvidas nas escolas.

Ao longo do processo de revisão, os dados foram classificados, em que foram consideradas as singularidades das “[...] ações e eventos de campo, objetos e opiniões específicas, explicações e outras visões expressadas por entrevistados. Associados a [...] a hora do dia, o lugar e as pessoas envolvidas” (Yin, 2016, p. 210), constituindo-se como uma nova forma de organização dos dados. Posteriormente, foram identificadas unidades de registro que expressam uma mesma ideia, conforme suas semelhanças e diferenças, para construção dos eixos temáticos (Yin, 2016). Assim, a organização que antes assumia um caráter linear, pela ordem cronológica e por episódios, ganhou outra forma na segunda fase, agora pelas suas semelhanças e diferenças segundo os temas listados no Quadro 4.

Quadro 4 – Primeira organização dos dados por temáticas

Temas
O que futuros professores entendem por cenários para investigação
Introduzir ou fechar o conteúdo?
Diálogo e aceite do convite
Momentos investigativos ou cenários para investigação?
Transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem
Dificuldades e potencialidades do uso de cenários para investigação
Fatores externos ao PRP (obstrução)
Fatores internos ao PRP
Fatores inerentes à própria prática docente
Importância da discussão do conteúdo matemático
Dinâmica de avaliação
Participação e apoio nas aulas dos colegas de equipe
Planejamento individual ou colaborativo/coletivo?
Preocupações da EMC nas regências
Importância do papel da formadora
Influência do espaço de formação

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Esses temas foram identificados a partir da revisão das notas de caderno de campo e das gravações e dois critérios foram utilizados: (i) a ocorrência do surgimento desses temas nas discussões, como o constante confronto entre referencial teórico e a prática vivenciada em sala de aula; e (ii) a importância dos temas, tendo em vista a questão de pesquisa como, por exemplo, o entendimento dos residentes acerca de cenários para investigação. Essas temáticas iniciais foram revisadas e reorganizadas conforme a similaridade que possuíam, buscando interligá-las por temas mais amplos. Identificamos três temas amplos que relacionavam as temáticas: apropriação do referencial teórico, uma vez que os residentes elencaram, a partir da leitura de Skovsmose (2000), Milani *et al.* (2017) e Milani (2020) aspectos que consideravam importante sobre cenários para investigação; fatores que impactam o engajamento dos futuros professores no desenvolvimento de cenários para investigação, tendo em vista que o relato dos residentes e

as observações da pesquisadora; e aspectos próprios dos ciclos de formação, que estão relacionados a forma como a proposta foi desenvolvida (Quadro 5).

Quadro 5 – Organização das temáticas

Apropriação do referencial teórico	Fatores que impactam no engajamento dos futuros professores no desenvolvimento de cenários para investigação no PRP	Aspectos próprios dos ciclos de formação
<ul style="list-style-type: none"> • O que os futuros professores entendem por cenários para investigação; • Introduzir ou fechar o conteúdo?; • Diálogo e aceite do convite; • Momentos investigativos ou cenários para investigação?; • Transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem; • Dificuldades e potencialidades do uso de cenários para investigação. 	<ul style="list-style-type: none"> • Fatores externos ao PRP; • Fatores internos ao PRP; • Fatores inerentes à própria prática. 	<ul style="list-style-type: none"> • Importância da discussão do conteúdo matemático.; • Dinâmica de avaliação; • participação e apoio nas aulas dos colegas de equipe; • Vivências com cenários para investigação antes de ir para a sala de aula; • Realização de mais ciclos: mais autonomia; • Confronto do referencial teórico e a prática; • Planejamento individual ou colaborativo; • Preocupações da EMC nas regências; • Importância do papel da formadora; • Influência do espaço de formação.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Após esse agrupamento, uma nova reorganização foi feita na terceira fase, dando origem as categorias de análise: *entendimento dos futuros professores acerca de cenários para investigação; fatores que impactam o desenvolvimento de cenários para investigação; implicações da e para a proposta formativa*. Nesta nova organização, entendemos, no momento de interpretação dos dados, na quarta fase, que a primeira categoria não se restringia apenas a apropriação do referencial teórico, mas o entendimento dos futuros professores acerca de cenários para investigação também estava relacionado com as suas vivências em sala de aula. Por sua vez, esse entendimento foi identificado por meio de aspectos-chave que eles apresentavam em suas falas. Essa modificação na construção das categorias nos mostra o que Yin (2016) aponta sobre as cinco fases, que não seguem uma sequência linear e podem ser revisitadas em diversos momentos. Também, algumas temáticas elencadas no Quadro 5 foram

desconsideradas, pois poderiam ser problematizadas junto a outras que tinham mais relevância. Por exemplo, os fatores externos ao PRP e os fatores inerentes à própria prática docente que obstruíam o desenvolvimento de cenários para investigação. Então foram agrupados em uma nova subcategoria.

Quadro 6 – Categorias de análise

(continua)

Categoria	Descrição	Subcategorias
Entendimento dos futuros professores acerca de cenários para investigação	Como a leitura dos referenciais teóricos influenciaram o entendimento acerca de cenários para investigação, diálogo e aceite do convite e a na postura adotada e organização da própria regência, a partir de aspectos-chaves elencados pelos futuros professores.	Zona de risco
		Diferença entre paradigma do exercício e cenários para investigação
		Melhor momento para o desenvolvimento de cenários para investigação
		Diálogo
		Apoio docente no desenvolvimento de cenários para investigação
		Momentos investigativos e cenários para investigação
		Transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem
Dificuldades e potencialidades do uso de cenários para investigação		
Fatores que impactam o desenvolvimento de cenários para investigação	Fatores relacionados à graduação, à escola parceira ao PRP, do próprio PRP e aqueles que permeiam a própria prática no contexto de formação inicial, impactam de alguma forma o desenvolvimento de cenários para investigação, de forma positiva ou como obstrução dos ciclos (Afini, 2023).	Fatores que obstruem o desenvolvimento dos cenários para investigação (fatores externos ao PRP e inerentes à própria prática docente)

Quadro 6 – Categorias de análise

(conclusão)

Categoria	Descrição	Subcategorias
Implicações da e para a proposta formativa	O que surge da própria prática formativa e impacta a formação dos futuros professores de matemática e o que surge para pensar em adaptações da proposta.	Importância da discussão do conteúdo matemático
		Planejamento e desenvolvimento individual ou colaborativo
		Importância de vivências com cenários para investigação
		Realização de mais ciclos: mais autonomia
		Confronto do referencial teórico e a prática
		Imaginação pedagógica: possibilidade de incorporar preocupações da EMC nas regências
		Importância do papel da formadora
		Influência do espaço de formação

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Após esse processo de construção das categorias, realizou-se na quarta fase o tratamento dos resultados obtidos e sua interpretação, no qual eles serão analisados com base em uma profunda imersão e uma ampla discussão com o referencial teórico da pesquisa na sexta seção, após a descrição dos episódios. Para finalizar, foi feita na quinta fase a conclusão, com base nos principais resultados. Essas duas últimas fases são apresentadas nas seções a seguir.

5 DESCRIÇÃO DOS DADOS

Nesta seção serão descritos os episódios de análise, que se referem ao primeiro e segundo ciclo de formação para a EMC. Constituem esses episódios as reuniões do subprojeto Matemática do PRP destinadas a discussões gerais das vivências em sala de aula e reuniões de discussão e planejamento acerca das tarefas propostas, além da descrição do desenvolvimento da própria atividade realizada pelos estudantes do Ensino Médio. Isso equivale a 11 encontros de três horas cada. Também, a movimentação em direção a um terceiro ciclo será descrita.

Dentre as atividades do subgrupo Matemática do PRP da universidade campus de pesquisa, destacam-se as reuniões semanais feitas com todos do grupo. Além da discussão sobre as vivências na escola, tais reuniões possuíam a finalidade de oportunizar espaços para discussão das leituras dos documentos curriculares oficiais e dos referenciais teóricos adotados pelo subgrupo. Essas ações serão descritas nesta seção e se referem à primeira etapa dos ciclos de formação. O momento de planejamento das regências e a discussão sobre elas após seu desenvolvimento, referem-se, respectivamente, à segunda e à quarta etapas dos ciclos de formação, que também serão descritos.

Além das reuniões, dois cenários para investigação foram desenvolvidos pelos residentes com os estudantes do Ensino Médio. A primeira, chamada por eles de “Introdução à função”, foi elaborada e desenvolvida individualmente, sendo realizada, como o próprio nome sugere, no início do estudo do conteúdo “Funções”. A segunda tarefa foi elaborada por meio de um processo colaborativo, também relacionada ao conteúdo “Funções”, e desenvolvida, também de forma colaborativa, ao final da discussão do conteúdo. O desenvolvimento em sala de aula de cada uma dessas tarefas também será descrito abaixo e refere-se à terceira etapa dos ciclos de formação. Vale ressaltar que o acompanhamento em sala de aula foi feito somente para a tarefa “Introdução à função”. A descrição do desenvolvimento da tarefa “Explorando o gráfico de uma função afim por meio do GeoGebra” foi feita com base no relato dos residentes e da professora supervisora, uma vez que não foi possível acompanhá-la devido aos horários de trabalho da pesquisadora que coincidiam com o horário das aulas ministradas pelos residentes.

5.1 INTRODUÇÃO À FUNÇÃO

No primeiro ciclo de formação para a EMC, o desenvolvimento da tarefa (E3) ocorreu em quatro aulas de 50 minutos com cinco turmas de 1º ano do Ensino Médio. A professora supervisora era responsável por cinco turmas do 1º ano do Ensino Médio e os residentes

acompanhavam todas as turmas. Contudo, cada residente ficou responsável por uma turma. Para o primeiro ciclo, a demanda apresentada por ela foi a introdução do conteúdo de função e os residentes deveriam elaborar tarefas, na perspectiva do trabalho com cenários para investigação, para atendê-la. Vale ressaltar que os residentes já haviam feito algumas discussões a respeito de cenários para investigação, a partir da perspectiva de transformar exercícios em cenários para investigação, apresentada em Milani (2020). Tais discussões ocorreram no segundo semestre de 2022. Contudo, eles ainda não haviam estudado o texto de Ole Skovsmose a respeito de cenários para investigação (Skovsmose, 2000), considerado por nós como a principal referência sobre essa temática, mas alguns termos eram familiares, como diálogo, paradigma do exercício e cenários para investigação.

Assim, a formadora solicitou, antes do estudo de cenários para investigação a partir de Skovsmose (2000), que os residentes analisassem o capítulo do livro didático utilizado pelos estudantes como forma de inspiração para o planejamento das tarefas e para verificar como o conteúdo foi introduzido, os exemplos e os tipos de exercícios propostos e se tinham alguns com potenciais para investigação. Os cinco residentes se dividiram em um trio e uma dupla, analisaram o livro e chegaram à conclusão de que os tópicos abordados e que deveriam ser contemplados em suas aulas eram: noção inicial de função, destacando a relação de dependência entre variáveis; definição de função; condições para uma relação ser considerada uma função; e domínio, contradomínio e imagem de uma função. Nesse momento, esses tópicos também foram rapidamente discutidos pela formadora, como forma de recordar o conteúdo que já havia sido estudado e pensar em possibilidades de apresentá-los aos estudantes.

A importância da análise do material se dava, principalmente, pelo fato dos residentes não terem experiências de atuação em sala de aula e sentirem a necessidade de ter inspirações para transpor o que conteúdo que haviam estudado nas disciplinas do curso de graduação em uma linguagem acessível aos estudantes do Ensino Médio. Além disso, “[...] conhecer livros didáticos e saber do tipo de exercícios e outras atividades que o compõe é uma ação formativa para os/as futuros/as professores/as” (Milani, 2020, p. 13). No momento da análise, os residentes se concentraram nos exemplos que o material colocava e faziam referência a algo conhecido pelos estudantes, como corridas de táxi, restaurante e conta de energia. Eles entendiam que exemplos de situações com referência a algo próximo da realidade dos estudantes aumentariam o engajamento dos estudantes e facilitariam o entendimento do conteúdo, por serem situações em que eles poderiam associar o conteúdo matemático a algo conhecido. Esse ponto foi levantado pela própria professora supervisora, que solicitou, se possível, considerar utilizar tais exemplos nas regências. Milani (2020, p. 14) aponta algo

semelhante em sua pesquisa, na qual os futuros professores apontavam que a “[...] transformação de um exercício em uma atividade investigativa precisa estar inserido em algum contexto da realidade do/a aluno/a ou próximo a ela (semirrealidade), com a justificativa que, assim, o interesse dos/as alunos/as seria maior do que na resolução de um exercício”. A princípio, os residentes pensaram em utilizar os exemplos como foram apresentados pelo material e nenhuma intervenção foi feita pela formadora, pois deveriam traçar suas próprias estratégias para elaborar uma tarefa na perspectiva de cenários para investigação.

A professora formadora alertou os residentes sobre como o material apresentava uma noção inicial de função. Essas observações, segundo ela, eram importantes para auxiliar os residentes na construção de uma tarefa investigativa, uma vez que o objetivo da regência é introduzir o conceito de função. Os residentes, até esse momento, não haviam pensando nessa possibilidade, pois estavam considerando somente a introdução do conteúdo por meio de uma definição tal como as apresentadas nas disciplinas do curso de graduação, evidenciando os padrões reforçados pela matemática tradicional quando ela se constitui como a única forma de produzir matemática experienciada. Outro ponto destacado pela formadora era a possibilidade de apresentar situações com referência à realidade e à semirrealidade que se caracterizavam como relações que não eram funções.

Na análise dos exercícios, os residentes indicaram que a maioria era característica do paradigma do exercício. Para eles, um exercício caracteriza-se por ter instruções diretas, com verbos de comando, e um problema caracteriza-se por situações contextualizadas e podem ser “mais fáceis” ou “mais difíceis”. Esses últimos foram considerados por eles como potenciais para se constituir como um cenário para investigação no ambiente (2). A coordenadora então sugeriu que eles se colocassem em movimento para transformar exercícios em cenários para investigação, utilizando como base as discussões apresentadas em Milani (2020), para vislumbrar caminhos para o planejamento da tarefa.

Na reunião seguinte, o tema de discussão foi a perspectiva de cenários para investigação. Foi solicitado que os residentes fizessem a leitura de Skovsmose (2000) e alguns pontos foram evidenciados pela formadora em um roteiro de leitura:

- a) o que são cenários para investigação?
- b) qual a diferença entre cenários para investigação e paradigma do exercício?
- c) como se inicia um cenário para investigação?
- d) o que são ambientes de aprendizagem?
- e) o que é zona de risco?

- f) é possível a convivência entre cenários para investigação e paradigma do exercício?
- g) qual a relação do livro didático com o paradigma do exercício e com cenários para investigação?
- h) crie um guia com base em dicas que você daria para o desenvolvimento de um cenário para investigação.

Os residentes então foram convidados pela formadora a expor suas impressões do texto e a discutir os pontos colocados no roteiro. Dois residentes relataram já terem lido o artigo e, para os outros três, foi a primeira vez. Daniel propôs as seguintes dicas em seu guia:

***Daniel:** O professor deve apresentar o problema, sem indicar um caminho para os alunos seguirem e discutir com eles para pensarem formas de resolver. Depois, sem o envolvimento do professor, os alunos devem discutir, em grupos, formas de resolver o problema e apresentar as formas de resolução que pensaram e as possíveis respostas que encontraram. Por fim, o professor formaliza o conteúdo com as definições formais (Notas do caderno de campo, 2023).*

Ao final da discussão, percebemos que os residentes haviam compreendido as discussões apresentadas no artigo e as inquietações que surgiram os levaram a pensar em suas práticas, como a postura que deveriam assumir frente a situações não previstas, a mediação e como fazê-la para que não fossem impostos aos estudantes caminhos prontos, mas que fossem orientados para conseguir engajar-se na atividade. Também, refletiram sobre como elaborar suas tarefas de modo a proporcionar várias possibilidades de resolução e investigação. A formadora solicitou que eles refletissem sobre as discussões e que apresentassem na próxima reunião algumas ideias para iniciarem o planejamento da tarefa. Para esse ciclo, a formadora não definiu em qual ambiente deveriam se basear, quais fontes deveriam utilizar como inspiração e nem impôs que as tarefas fossem todas diferentes. Cada residente fez sua escolha, da maneira que julgavam adequada, e planejaram sua tarefa individualmente.

Assim, na reunião seguinte, os residentes apresentaram suas ideias. Helena propôs levar alguns exemplos para possibilitar a construção da noção de relação de dependência de variáveis e, em seguida, os estudantes pensarem em novos exemplos que fossem semelhantes às situações apresentadas por ela. Na terceira aula, ela sugeriu que fossem formados grupos e cada um apresentasse mais exemplos e uma possível definição para função, finalizando sua regência na quarta aula com a definição de função e alguns exercícios do ambiente (1). Para ela, um cenário

para investigação poderia se constituir quando os estudantes se engajassem na busca de uma definição de função. A sugestão da professora formadora foi que ela já iniciasse sua sequência com a atividade investigativa, por meio da introdução de algumas situações do dia a dia, que levassem os estudantes a estabelecer generalizações e relações de dependência.

Sara utilizou o livro didático como referência para pensar em situações que possibilitassem a introdução de uma tarefa investigativa. Seu objetivo era trabalhar as noções de dependência e independência de variáveis, representando as informações das situações em tabelas para articular com o que os estudantes haviam estudado no bimestre anterior, o conteúdo de conjuntos, e já apresentar a definição de função tal como estava no livro. Na aula seguinte, propôs discussões de novos exemplos para construir a definição formal de função e, nas duas últimas aulas, a apresentação de exercícios adaptados do livro didático. A formadora sugeriu que a residente iniciasse sua regência sem já apresentar a definição de função e pensasse em uma forma de construí-la com os estudantes. Daniel também se baseou no livro didático e sua ideia era apresentar as mesmas situações do livro didático. Ele não discutiu mais detalhes sobre suas ideias.

Já Carla e Hiago se inspiraram em exemplos de tarefas de outras fontes, como artigos pesquisados por eles acerca de cenários para investigação sobre o conteúdo de funções, e foram além das ideias do livro para se basear. Carla encontrou uma atividade chamada “Uma fábula matemática”, que consistia na apresentação da fábula da lebre e tartaruga para discutir os conceitos iniciais de função. Entretanto, a professora formadora apontou que os elementos informados na atividade talvez não dariam todo suporte para que a ideia inicial de função fosse discutida. Já Hiago encontrou um jogo que simulava uma “máquina de fazer função”, muito elogiado pelas professoras formadora e supervisora. A professora formadora comentou que o ideal seria que a definição de função não fosse apresentada no início da atividade como uma possibilidade de assumir caráter investigativo. Além disso, Hiago apresentou como alternativa a exploração de uma situação-problema que abordava a relação entre o salário recebido por um trabalhador e as horas trabalhadas por ele. Segundo a professora formadora, com essa situação, diferentes possibilidades poderiam ser exploradas, como a diferença salarial entre as pessoas, entre os países, na perspectiva da EMC.

Ao final das apresentações, Sara e Helena relataram estarem com medo dos estudantes rejeitarem as tarefas e não manifestarem interesse, ou seja, de não aceitarem o convite para a atividade investigativa (Skovsmose, 2000). Em suas falas, percebia-se a vontade de permanecer em sua zona de conforto. Além disso, podemos perceber que os residentes permaneceram apegados ao livro didático ou às atividades que encontraram, sem pensar em adaptações. A

zona de risco era encarada por eles como um problema e não como um desafio a ser enfrentado e um espaço de se constituir diferentes possibilidades. Outro ponto percebido nas discussões era que os residentes estavam preocupados em qual ambiente deveriam se basear para elaborar suas tarefas, pensando sempre em trazer aspectos da realidade. Assim como relatado em Milani (2020), a necessidade de inserção de elementos da realidade está ligada à percepção de que o interesse dos estudantes aumentaria. Conforme afirmado por Skovsmose (2000), alertamos que a matriz apresentada não deveria ser pensada como algo engessado, mas sim como uma possibilidade de transição entre os diferentes ambientes de aprendizagem.

Após as apresentações e sugestões da formadora, os residentes refinaram suas propostas e, na reunião seguinte, apresentaram seus planos de aulas. A elaboração do plano de aula seguia o padrão solicitado pelas supervisoras das escolas da rede pública⁹ e esse momento se constituiu como uma forma dos residentes, por intermédio das professoras formadora e supervisora, construírem seus conhecimentos curriculares (Tardif, 2002). Essa reunião foi realizada no formato remoto, via plataforma *Google Meet*, e os residentes compartilharam os arquivos de seus planos de aula e discutiram sobre o planejamento. A professora formadora não fez muitos apontamentos e deu algumas dicas quanto ao que os futuros professores poderiam fazer em sala de aula, como realizar a tarefa em grupos. O desenvolvimento das regências, que se refere à etapa 3, foi feito ao longo de duas semanas.

Em sua regência, Hiago optou por iniciar o desenvolvimento da tarefa investigativa na primeira aula. Ele elaborou uma tarefa denominada de “máquina de gerar funções” e tinha como objetivo explorar a relação entre duas variáveis, que eram os valores de entrada e valores de saída, por meio de regras definidas pela máquina para, assim, definir o conceito de função. A tarefa consistia, no primeiro momento, em encontrar os valores de saída, dados os valores de entrada e a regra (Figura 11). No segundo momento, o residente forneceu os valores de entrada e de saída e os estudantes, em duplas, deveriam associá-los por meio de uma regra (Figura 12). Em seu plano, ele menciona que iria iniciar sua aula “*apresentando a atividade com a máquina e explicando como ela funciona e, se possível, não mencionar o termo função no início para manter a investigação por conta dos alunos*” (Notas do caderno de campo, 2023).

⁹ Veja o exemplo no Anexo B.

Figura 11 – Primeira parte da tarefa proposta

Máquina de Funções

1.

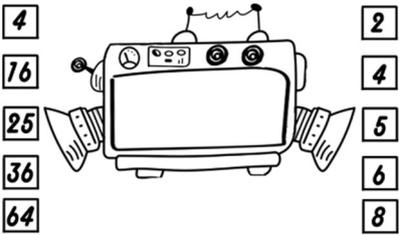


a) Qual foi o valor de saída?
 b) Se o valor de entrada for -3, qual será o novo valor de saída?
 c) Se o valor de entrada for negativo, o valor de saída sempre será negativo?

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Hiago (2023).

Figura 12 – Segunda parte da tarefa proposta

4.



a) Qual a regra definida?
 b) Existe a possibilidade de haver valores de entrada negativos usando essa regra? Se sim, dê um exemplo.

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Hiago (2023).

Ao final de cada situação representada nas máquinas, o residente elaborou algumas perguntas que, segundo ele, tinham o objetivo de auxiliar os estudantes a entenderem como as máquinas funcionavam, ao mesmo tempo que permitia a ele explorar outras questões, tendo em vista suas observações acerca da dificuldade apresentada pelos estudantes com os conteúdos que já haviam sido estudados, como as propriedades das operações com números inteiros. Ele considerou esta tarefa como pertencente ao ambiente de aprendizagem (2), por fazer referência à matemática pura e permitir a investigação de propriedades matemáticas (Skovsmose, 2000), além de proporcionar que os estudantes fossem construindo sua noção de função, antes da definição ser apresentada por ele.

No desenvolvimento da tarefa, Hiago leu com toda a turma o que estava no caderno de acompanhamento e utilizou a primeira máquina (Figura 11) para exemplificar o modo como deveriam operar nas próximas máquinas. Depois das explicações gerais, o residente, juntamente

com a pesquisadora e a professora supervisora, auxiliaram as duplas. Os estudantes apresentaram mais dificuldades para definir as regras, contudo, também foram percebidas dificuldades conceituais em suas falas, como ao perguntarem o que significava “*elevantar ao quadrado*”. O residente relatou que isso o desestabilizou, pois não tinha dimensão de que suas dificuldades estavam relacionadas a conteúdos programados para serem trabalhados no sexto ano do Ensino Fundamental. Ao mesmo tempo, ele relatou estar satisfeito com o engajamento dos estudantes, pois, por mais que apresentassem dificuldades, eles estavam tentando encontrar as soluções. Segundo ele, os estudantes foram movidos pela curiosidade e se sentiram mais confiantes no uso dos conceitos à medida que iam avançando nas atividades, sem depender de suas instruções para dar prosseguimento nas tarefas.

Hiago: *Eles estão com muitas dificuldades, mas isso não fez com desistissem.*

Pesquisadora: *Realmente, percebi que uma dupla utilizou o celular para pesquisar “definição de raiz quadrada”. Depois que entenderam, elas olharam uma para a outra, afirmaram já ter estudado esse conteúdo e gritaram, felizes, “descobri a regra.*

Supervisora: *É! Eles estão gostando bastante da atividade.*

Hiago: *Até aquele aluno ali [apontando para ele], que quase nunca presta atenção nas aulas, está tentando. E ele é muito inteligente, já fez praticamente tudo e está ensinando os outros (Notas do caderno de campo, 2023).*

O aceite do convite foi evidenciado com a descrição desse trecho e o residente afirma que:

Hiago: *Foi interessante observar como os alunos se apoiaram, trabalhando em duplas ou trios, ao invés de simplesmente copiarem as respostas dos colegas (Notas do caderno de campo, 2023).*

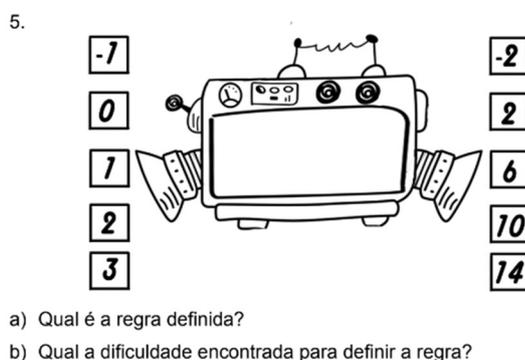
Os estudantes estavam se propondo a realizar investigações, tentando retomar o que já haviam estudado e dialogando com as demais duplas e com o residente para encontrar caminhos para definir as regras das máquinas. O residente relatou ter ficado surpreso ao se deparar com uma situação que não havia sido prevista, quando uma estudante tentou relacionar os valores de entrada e de saída por meio de relações de recorrência. Na situação, ilustrada na Figura 13, ela disse que poderia relacionar os valores de entrada, somando um ao valor de entrada anterior para obter o próximo, e para obter os valores de saída, ela deveria somar quatro ao valor anterior. No final da aula, ele relatou o que havia acontecido e expressou sua surpresa com a situação.

Hiago: *Eu achei incrível o raciocínio dela, porque ela pensou de uma maneira completamente diferente do que todos estavam pensando. E faz total sentido o que ela disse, porque eu dei o exemplo da primeira máquina, mas não disse que todos deveriam ser assim, então ela foi lá e criou a relação dela. Fiquei surpreso porque não estava esperando isso, que alguém fosse pensar diferente.*

Pesquisadora: *Também fiquei surpresa. Quando vi sua atividade, não imaginei que alguém pudesse estabelecer relações dessa forma. Mas e aí, o que você disse para ela?*

Hiago: *Eu fiquei surpreso e disse que o jeito que ela pensou não estava errado, mas que, para a atividade das máquinas, precisava ser de outro jeito. Aí eu expliquei e ela disse que tinha entendido (Notas do caderno de campo, 2023).*

Figura 13 – situação associada pela estudante a relações de recorrência



Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Hiago (2023).

Ao final desta aula, Hiago mostrou-se satisfeito com o interesse dos estudantes em realizar as tarefas propostas. Já na segunda aula, que tinha como principal objetivo a definição de função, ele relata que grande parte dos estudantes demonstrou ter perdido o interesse nas discussões, por meio de falas como “*sabia que tinha algo chato por detrás daquilo*”, referindo-se à atividade da máquina de funções. Houve um retorno ao paradigma do exercício, mas o residente, seguindo as orientações da formadora de não causar uma ruptura entre a atividade desenvolvida e as aulas seguintes, representou cada “máquina de função” em diagramas de Venn, em que os valores de entrada eram representados no conjunto A, os valores de saída no conjunto B e eram associados pela regra dada, representadas por meio de sentenças matemáticas. No desenvolvimento desta aula, destacamos a postura do residente, que buscou utilizar uma linguagem que os estudantes entendessem, tendo em vista suas dificuldades e resistências quanto à formalização dos conteúdos. Era possível perceber sua preocupação em “atingir” os diferentes estudantes da turma, pois vendo que grande parte não estava compreendendo as definições apresentadas, ele tentou associar a explicação à lógica empregada

na atividade da máquina de funções: um elemento entra e outro precisa sair, mas seguindo uma regra dada e algumas condições.

Hiago: *Vamos pensar em outra máquina, mas agora uma de bolos. Se nós colocarmos ovos, vai sair um bolo. Mas, se eu colocar ovos e não sair um bolo, então a máquina não está funcionando. A regra dessa máquina é colocar ovos e o resultado ser um bolo.*

Estudante: *Então vai ser função quando o resultado der certo?*

Hiago: *Sim e não... Não é bem certo. Mas olha a máquina de bolos, só vai funcionar se eu colocar ovos e sair bolo... Precisa ter um resultado de saída para o de entrada. Vão entrar números aleatórios e sair números aleatórios.*

Estudante: *Mas o número de saída sempre está associado com a regra?*

Hiago: *Sim.*

Estudante: *Então não são números aleatórios. Seguem a regra.*

Hiago: *Isso. Boa observação. O que quis dizer é pensar em um exemplo matemático. Olha a definição de função, cada elemento x de A está associado a um elemento y de B . Aqui está com essas letras, mas pensa nos exemplos das máquinas, eram números.*

Estudante: *Agora eu entendi.*

(Notas do caderno de campo, 2023).

Nas próximas duas aulas, ele se ateu à resolução de exemplos e exercícios, mas relata que o tempo não foi suficiente para cumprir com seu planejamento.

Hiago: *Acredito que abordagem investigativa foi aplicada apenas na primeira e segunda aula. Acho que consegui manter a postura correta ao instigar os alunos a tomarem caminhos próprios em vez de simplesmente fornecer respostas prontas. Em nenhum momento me senti pressionado, algo comum ao utilizar essa metodologia, e percebi que a proposta foi mais bem aceita pelos alunos do que eu imaginava inicialmente. No entanto, reconheço que houve um desafio em relação ao gerenciamento do tempo. Essa é uma questão que pretendo melhorar para futuras aplicações (Relato de avaliação da regência, 2023).*

Outra tarefa com referência à matemática pura foi planejada por Daniel, semelhante à de Hiago. Em sua regência, Daniel optou por iniciar com um jogo que permitisse diferentes discussões, intitulado “As regras de Maxine para o amor”¹⁰. A turma foi dividida em duplas e o jogo consistia em criar duas tabelas, no qual os valores de entrada eram as idades dos

¹⁰ Disponível em: <https://www.cuny.edu/wp-content/uploads/sites/4/media-assets/CCF-Math-Unit-1-Intro-to-Functions.pdf>

estudantes e os valores de saída deveriam ser definidos por eles seguindo duas regras, uma para cada tabela: a idade máxima e a idade mínima de uma pessoa que você sairia (Figura 14).

Figura 14 – Jogo “as regras de Maxine para o amor”

1º momento) As regras de Maxine para o amor

Nome	Idade	Idade mínima de pessoa que você sairia

Nome	Idade	Idade máxima de pessoa que você sairia

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Daniel (2023).

Caso dois ou mais estudantes definissem o mesmo valor de saída (idade máxima de pessoa que você sairia ou idade mínima de pessoa que você sairia), eles deveriam decidir juntos qual a idade que iria ser utilizada como valor de entrada, pois não era permitido, pelas regras do jogo, terem valores de saída diferentes para o mesmo valor de entrada. O objetivo desse jogo, segundo Daniel, era criar um momento de ambientação para os estudantes com propostas de caráter aberto, utilizando algo que talvez fosse do interesse deles em discutir. Além disso, essa última regra do jogo foi utilizada pelo residente para discutir a noção de dependência de variáveis e iniciar as discussões acerca da definição de função. Ele tentou estabelecer conexões entre a definição de função e o que foi proposto no jogo, mas os estudantes não conseguiram relacioná-los e o próprio residente afirma não ter sido uma boa escolha, porque eles estavam mais interessados nas discussões sobre os parâmetros de escolha das idades de pessoas para sair feito pelos colegas. Mesmo pensando isso, Daniel não interrompeu essas discussões, por considerar que ali conseguiu estabelecer uma boa relação com os estudantes, fazendo parte do mundo deles. Então, por mais que não tenha relacionado o jogo com o conteúdo, ele considera que não foi uma “aula desperdiçada”, mas sim um momento de interação que contribuiu para as próximas aulas.

Para a segunda aula, foi proposto o “Jogo da Função”, elaborado por Daniel, em que foram entregues aos estudantes fichas contendo os campos “entra”, “sai” e “regra” que deveriam ser preenchidos, conforme os exemplos apresentados na Figura 15. O objetivo era

que os estudantes, em duplas, definissem qualquer regra que relacionasse dois elementos e preenchessem apenas alguns dos campos “entra” e “sai”, pois a ficha seria entregue a outra dupla que, por sua vez, deveria descobrir a regra definida. As tabelas preenchidas foram utilizadas para discutir as relações estabelecidas e se elas eram ou não funções. Vale ressaltar que, antes de iniciar o jogo, o residente já havia definido o que era função no final da primeira aula.

Figura 15 - Jogo da função

REGRA: Multiplicar por 5	
Entra	Sai
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25

REGRA: Alimentação	
Entra	Sai
Lobo	Animais
Boi	Plantas
Coelho	Plantas
Leão	Animais
Crocodilo	Animais

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Daniel (2023).

Daniel relacionou esse jogo com a definição de função e, na terceira aula, terminou a explicação do conteúdo definindo domínio, contradomínio e imagem de uma função por meio das regras criadas pelos estudantes. Assim, destacamos as decisões tomadas pelo residente, ao optar por prosseguir com as discussões estabelecidas pelos estudantes na primeira aula, em que, segundo ele, predominaram as discussões “não matemáticas”, mas conseguir retomar o que foi proposto e cumprir com seu objetivo. Por fim, na última aula, ele propôs alguns exercícios do livro didático. Ele considera satisfatório o envolvimento dos estudantes nas duas primeiras aulas, mas já na terceira e na quarta, em que retornou ao paradigma do exercício, o residente afirma que

Daniel: Os estudantes demonstraram não gostar de copiar matéria da lousa (Relato de avaliação da regência, 2023).

Acerca de sua regência, o residente afirma que, ao final da aula em que foi realizado o jogo da função, os estudantes conseguiram desenvolver a noção de dependência entre variáveis, atingindo assim seu objetivo principal.

Daniel: *Eu acredito que tenha conseguido trabalhar em um cenário para investigação na segunda aula e mesmo que não tenha conseguido corrigir os exercícios durante as quatro aulas, considero que os alunos em sua maioria tenham participado ativamente e desenvolvido os conceitos esperados durante o desenvolvimento do plano de aula. Em uma próxima aplicação entregaria impresso as definições para ter mais tempo para discutir os exercícios com os estudantes (Relato de avaliação da regência, 2023).*

Sara e Helena elaboraram tarefas com referência à semirrealidade, tomando como base uma situação que era comum de ser encontrada no cotidiano da escola onde atuavam: venda de trufas de chocolate. Por mais que fosse algo conhecido pelos estudantes e praticado por muitos deles, as residentes não utilizaram dados das reais situações observadas, optando assim por criar situações fictícias, conforme a Figura 16, que ilustra a tarefa elaborada por Helena.

Figura 16 - Tarefa proposta de simulação de venda de trufas

Atividade – Subprojeto Residência Pedagógica (Aulas 1 e 2 da regência)

1 - Suponha que uma aluna do Ensino Médio, durante o tempo livre, produza e venda trufas para uma confeitaria de sua cidade. Com as vendas, ela obtém um salário mensal composto de duas partes:

- Uma parte fixa de R\$ 660,00;
- Outra parte variável, que corresponde a um adicional de 50% sobre o total de trufas vendidas no mês.

Sabe-se que em quatro meses seguidos, os respectivos totais de trufas vendidas foram 400; 700; 1000 e 1300. Preencha o quadro a seguir, de maneira que cada linha corresponda a um mês.

Mês	Valor fixo	Adicional	Total de trufas	Salários
1º				
2º				
3º				
4º				

Responda:

- a) Mantendo esse padrão de crescimento, qual o valor do salário no décimo quinto mês?
- b) Qual é a expressão matemática usada para calcular o salário de cada mês?
- c) Como seria a representação dessa situação em conjuntos sabendo que o conjunto A seria composto pelos meses e o conjunto B composto pelos salários? Você consegue estabelecer uma relação entre os elementos do conjunto A e os elementos do conjunto B? Qual? Represente.
- d) A partir dos salários obtidos o que você percebeu? O salário aumentou ou diminuiu?
- e) Qual é a taxa de aumento ou diminuição para os salários? Justifique sua resposta.

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Helena (2023).

A tarefa foi desenvolvida pelos estudantes em grupos de cinco, nas duas primeiras aulas, em que eles deveriam se dedicar a compreender a situação apresentada, utilizando a tabela como um recurso, e refletir sobre as questões, conforme apresentado na Figura 16. O objetivo era construir uma noção inicial de função explorando a dependência entre as variáveis “salário” e “mês”. Na primeira aula, Helena apresentou a tarefa, lendo com os estudantes a situação fictícia

de venda de trufas e as questões que os auxiliariam na investigação. Ela relata que optou por fazer isso, pois eram muitos estudantes e pouco tempo para explicar a tarefa para cada um dos seis grupos formados.

Ao final da segunda aula, Helena realizou uma discussão acerca da atividade desenvolvida. Ela relata que as principais dificuldades apresentadas pelos estudantes foram estabelecer uma regra matemática para calcular o salário do décimo quinto mês a partir da tabela, ou seja, a generalização, e a representação em diagramas. A maioria dos estudantes não conseguiu definir uma regra matemática e utilizou a tabela para estabelecer o décimo quinto salário, calculando mês a mês para obter o valor. Um único estudante estabeleceu a seguinte regra: “ $600 + \frac{(300x+100)}{2}$,” sendo x a quantidade de trufas vendidas no referido mês. A residente então pediu que o estudante explicasse para toda a turma como ele havia estabelecido aquela regra e utilizou esse momento para definir função, contudo, como havia pouco tempo até o término da aula, ela não discutiu sobre as demais questões propostas na tarefa.

Na terceira aula, Helena formalizou a definição de função, retomando a atividade realizada nas aulas anteriores. Posteriormente, apresentou a definição de domínio, contradomínio e imagem de uma função, também utilizando a representação em diagramas, seguida da apresentação de alguns exemplos. Por fim, ela corrigiu os exercícios propostos, elaborados no ambiente de aprendizagem 1.

***Helena:** Apesar de não cumprir completamente com o planejamento das aulas por conta do tempo, gostei bastante das aulas e acredito que essa nova configuração foi melhor para o desenvolvimento da turma, já que apesar de ter um plano de aula elaborado previamente ele acaba se adaptando às demandas da turma e ao desenvolvimento da prática. De forma geral, achei que os alunos participaram e interagiram bastante durante as aulas e conseguiram, mesmo que não totalmente, absorver os conceitos e definições apresentadas (Relato de avaliação da regência, 2023).*

A outra tarefa, elaborada com base na situação da venda de trufas de chocolate, foi elaborada por Sara. Contudo, essa não foi a principal atividade desenvolvida em sua regência. Na primeira aula, ela propôs que os estudantes investigassem a relação de dependência entre variáveis por meio de outra atividade, com referência à matemática pura (Figura 17).

Figura 17 – Atividade sobre introdução a função

Introdução a FUNÇÕES

1. Encontre **uma** relação que te permita associar cada elemento do conjunto A a um elemento do conjunto B.



A



B

- Qual foi essa relação?
- Será que podemos associar conjuntos numéricos?
- E se o conjunto for $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ e $B=\{2,4,6,8,10,12\}$ podemos relacioná-los?
- Represente na forma de diagrama e tente relacioná-los como feito na atividade anterior.
- Explique porque relacionou os elementos dessa forma?
- Algum elemento ficou sem par? Se sim, tente novamente até encontrar uma relação matemática em que nenhum elemento fique de fora.

A

B

Quando cada um dos elementos do conjunto A está relacionado a um único elemento do conjunto B, podemos dizer que essa relação é uma **função**.

- Podemos perceber então que toda função é uma relação, mas nem toda relação é uma função.

2. Tente encontrar a relação entre os conjuntos A e B em cada item e responda:

A

1.
2.
3.
4.

B

.-1
.-2
.-3
.-4

Qual relação matemática vc usou?
E se você retirar um elemento de A essa relação será uma função?
E de se retirar um elemento de B?
O que vc conclui dessa atividade?

A

1.
2.
3.
4.

B

. 1
. 4
. 9

Qual relação matemática vc usou?
E se você retirar um elemento de A essa relação será uma função?
E de se retirar um elemento de B?
O que vc conclui dessa atividade?

3. Criem funções e represente-as em diagramas de flechas

A

B

A

B

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Sara (2023).

Sara, diferentemente de seus colegas, decidiu utilizar, de forma mais explícita, o que havia sido estudado pelos estudantes no bimestre anterior: conjuntos. Seu objetivo era que, utilizando a representação em diagramas, os estudantes pudessem estabelecer relações entre os elementos dos conjuntos apresentados. Primeiro, ela apresentou uma situação que não envolvia relação entre conjuntos numéricos e sim para associar o animal a um tipo de alimento. Segundo ela, essa seria uma forma de os estudantes se ambientarem com o tipo de tarefa. Contudo, os estudantes, na proposta seguinte, estabeleceram conexões entre a tarefa e o que haviam estudado anteriormente, sobre conjuntos numéricos. A residente relatou que isso foi o principal ponto de dificuldade da tarefa proposta, pois ela não havia imaginado que os estudantes iriam estabelecer esse tipo de relação com o conteúdo já estudado e que encontrar caminhos para romper com esse pensamento exigiu que ela assumisse outra postura.

***Sara:** Ao tentar relacionar os conjuntos numéricos, alguns alunos ainda acharam que essa relação seria a que eles haviam aprendido no primeiro bimestre em teoria dos conjuntos numéricos, tentaram achar elementos de um conjunto que estivesse presente no outro para usar a*

relação de pertinência ou de continência. Foi aí que percebi que era preciso reforçar o fato de a relação ser estabelecida elemento a elemento (Notas de caderno de campo, 2023).

Assim, com as dificuldades encontradas, Sara relata que precisou dar instruções mais diretas para a realização da atividade e não conseguiu discutir sobre ela, apenas realizou a correção no padrão das aulas do paradigma do exercício. O desenvolvimento dessa atividade foi feito em duas aulas e, na terceira, após feita a definição de função, ela solicitou que os estudantes realizassem outra tarefa: a simulação da venda de trufas de chocolate (Figura 18).

Figura 18 – Tarefa “simulação da venda de trufas”

EXEMPLO

➤ Uma estudante precisa juntar dinheiro para a formatura, ela decide vender trufas de chocolate para parentes e amigos. Para obter lucro a garota decide vender suas trufas a \$ 3,50 reais cada e se o cliente optar por uma embalagem personalizada ela adiciona um custo fixo de \$ 1,00 reais.

Quantidades	Sem embalagem	Com embalagem

➤ Tem relação matemática aqui?
➤ Se tiver, diga onde e de que forma?
➤ Quando um cliente compra 4 unidades de trufas ele sempre paga o msm valor?
➤ Tem um valor fixo por unidade?
➤ Tem apenas o valor da unidade ou tem mais algum custo? Justifique.
➤ Como representamos isso matematicamente?
➤ É uma função?

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Sara (2023).

Com essa tarefa, a residente relata que o cenário vivenciado foi diferente, pois os estudantes se engajaram mais na proposta e ela conseguiu perceber que, de fato, haviam entendido o conteúdo explicado.

Sara: *No momento em que terminamos o exemplo da menina que vende trufas alguns alunos disseram que após esse exemplo conseguiram entender melhor os conceitos estudados e teve uma aluna que*

comentou: “se ficasse na parte de conjuntos eu nunca ia entender”. Acredito que por ter trabalhado um exemplo de função aplicado a realidade deles, eles se familiarizaram com o assunto, foi satisfatório perceber que apesar das dificuldades aos poucos as barreiras foram sendo quebradas, e elas conseguiram se desenvolver (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).

Para finalizar sua regência, Sara solicitou que os estudantes realizassem alguns exercícios sobre o conteúdo, retirados do livro didático, após o término da tarefa proposta. Em relação à regência, ela conclui que a tarefa das trufas teve melhores resultados.

Sara: *Portanto, os alunos parecem compreender melhor os assuntos abordados quando são relacionados a situações reais. Mas, após essa compreensão eles são capazes de aplicar o que aprenderam em diversas outras situações, inclusive as que não são reais, por exemplo quando voltaram a fazer atividades envolvendo conjuntos dispostos em diagramas em que eles precisavam identificar a função. Após o exemplo das trufas foi mais fácil (Relato de avaliação da regência, 2023).*

Nesse sentido, a regência de Carla foi elaborada com base em uma situação real, envolvendo panfletos de um supermercado local, para discutir os conceitos de variáveis dependentes e independentes. Sua tarefa foi dividida em duas partes, em que, na primeira, os estudantes, em duplas, deveriam fazer uma lista de compras descrevendo alguns produtos e as respectivas quantidades que iriam comprar (Figura 19). Os estudantes deveriam decidir quais seriam os critérios para compra, como o período, diária, semanal ou mensal, quais os produtos essenciais, quantas pessoas essa compra iria atender, dentre outros. Esses critérios não foram impostos pela residente e surgiram casos em que a dupla não chegou a um consenso. Então, Carla orientou que cada um poderia fazer sua lista de compras e, no final, eles as compararam. Além de fazer a lista, eles também deveriam calcular o valor final. Os estudantes discutiram sobre diferentes questões ao elaborar a lista e surgiram diferentes modos de se organizar. Muitos relataram que não sabiam o que comprar e nem a quantidade, pois os pais que faziam as compras. Alguns, por outro lado, relataram se basear no modo como os pais faziam as compras para elaborar sua lista, pois os acompanhavam no supermercado. Uma estudante selecionou os produtos do panfleto pensando no café da manhã e da tarde. Alguns selecionaram bebidas alcoólicas e a residente relatou que, apesar de tais produtos estarem nos panfletos, ela não imaginou que isso poderia acontecer, pois quase todos os estudantes não tinham a idade permitida para consumir tais bebidas e imaginou que eles consideraram isso.

Carla: *Em um momento tive que falar para eles que quem tinha colocado bebida alcoólica em sua compra era para tirar, pois menores de 18 anos não podem comprar esse tipo de bebida [...]. Essa foi umas das situações que não estava esperando que acontecesse (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).*

Carla então os orientou a não inserir tais produtos e iniciou uma discussão sobre essa problemática, com auxílio da professora supervisora.

Figura 19 – Tarefa “simulação de compras”.

Atividade 1

1) Utilize o panfleto de supermercado que foi entregue para escolher produtos que você compraria e a quantidade de cada um deles. Depois calcule o valor total que você gastaria nesta compra.

Utilize a tabela a seguir para preencher com as respostas dos itens 2 e 3.

Quantidade de pessoas	1	3	5	75	120
Quantidade do produto					
Valor total a pagar					

2) Uma empresa decide fazer uma confraternização para os seus 120 funcionários. Escolha um produto do panfleto que você acha que não pode faltar nessa confraternização e responda:

a) Qual quantidade que essa empresa precisaria comprar deste produto? Calcule o valor total dessa compra.

b) Se somente 75 funcionários confirmarem a presença nessa confraternização, qual a quantidade que essa empresa precisaria comprar deste produto? Calcule o valor total a pagar dessa compra.

3) Utilizando um mesmo produto responda:

a) Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse para uma família de 5 pessoas utilizarem? Calcule o valor total a pagar nesta compra.

b) Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse para uma família de 3 pessoas? Calcule o valor total a pagar nesta compra.

c) Qual a quantidade desse produto que você compraria se fosse somente para 1 pessoa utilizar? Calcule o valor total a pagar nesta compra.

4) Você conseguiria calcular o valor total a pagar na compra de um produto sem saber a quantidade que iria comprar deste produto? Justifique sua resposta.

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido por Carla (2023).

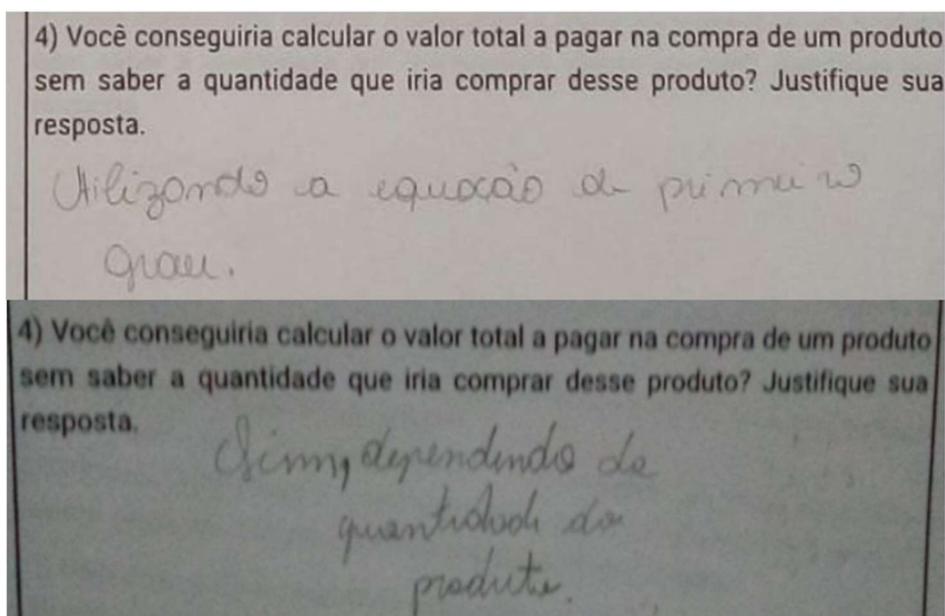
Na segunda parte da tarefa, Carla propôs as questões 2 e 3 (Figura 19), que envolveram a escolha de um produto específico para levá-lo em uma confraternização. Foi dada a quantidade de participantes, em diferentes situações, e os estudantes deveriam tomar suas próprias decisões acerca da quantidade a ser comprada deste produto. Novamente, os critérios não foram definidos e diferentes formas de pensar surgiram. Uma estudante perguntou para a residente se cinco pacotes de arroz eram suficientes para dez pessoas e ela afirmou que daria para muito mais. Depois, ela fez a mesma pergunta, mas alterando a quantidade para 15 pessoas, e a residente não havia compreendido o motivo da pergunta, uma vez que essa quantidade não constava na tarefa. Contudo, a residente apontou que possivelmente a estudante estava tentando

ter uma estimativa, com base em sua resposta, de qual seria a quantidade necessária para os casos apresentados na tarefa. Outra situação envolveu novamente a problemática das bebidas alcoólicas, pois alguns estudantes questionaram se poderiam escolher vinho para levar à confraternização. A residente relata que não estava esperando por essa pergunta, pois já tinha discutido em momentos anteriores sobre isso, mas, neste caso, os estudantes utilizaram como justificativa que se tratava de um produto destinado aos funcionários da empresa fictícia e não para seu próprio consumo.

Essa atividade foi desenvolvida em duas aulas e, no final da segunda aula, a residente introduziu uma definição informal de função a partir da questão 4 (Figura 19), elaborada com a intenção de que os estudantes associassem a relação entre o preço total a se pagar e a quantidade escolhida do produto. Carla demonstrou-se surpresa com as respostas dos estudantes (Figura 20) e relatou que:

Carla: Surgiram respostas não esperadas como tentativas de generalização e alguns entenderam, mas colocaram de forma diferente (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).

Figura 20 – Respostas dos estudantes



Fonte: Relato escrito por Carla (2023).

Assim como aconteceu na regência de Sara, os estudantes também vincularam o que estavam discutindo com conteúdos já estudados, neste caso, a equações polinomiais de primeiro grau. Há a possibilidade de que tenham feito isso por estarem trabalhando com um valor

desconhecido e associado com a incógnita de uma equação. Para sua terceira aula, a residente explicou o conteúdo recorrendo à atividade dos panfletos e à representação dos dados do problema utilizando diagramas de Venn e flechas, assim como os outros residentes. Após isso, ela solicitou que os estudantes realizassem alguns exercícios sobre o tema (ambiente de aprendizagem 1) e os corrigiu na última aula.

Vale ressaltar que, por mais que a proposta dessa tarefa utilize panfletos de supermercado com informações reais e a intenção de Carla ao elaborá-la e trazer tais aspectos foi referir-se à realidade (aprendizagem 6), ela baseia-se em uma situação fictícia e, portanto, refere-se a uma semirrealidade (Julio *et. al*, 2024). A depender do modo como os estudantes iriam se engajar, a tarefa poderia se constituir como um cenário para investigação (ambiente 4) ou característica do paradigma do exercício (ambiente 3). Em nossa análise, a atividade realizada refere-se ao ambiente de aprendizagem 3, pois, apesar de possuir caráter aberto e proporcionar diferentes discussões, incluindo aquelas para além da matemática, os estudantes não formularam hipóteses, realizaram testes e investigações.

5.2 EXPLORANDO O GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA POR MEIO DO GEOGEBRA

O segundo ciclo de formação para a EMC teve duração de cinco semanas e, nesse período, foram realizadas quatro reuniões, sendo uma para retomada dos estudos teóricos, uma para planejamento e duas para discussões e reflexões acerca do desenvolvimento em sala de aula. Na primeira reunião, a professora supervisora apresentou a demanda de que os residentes discutissem sobre o que significavam os coeficientes de uma função quadrática. Diferentemente do primeiro ciclo, a formadora definiu que os residentes iriam planejar a tarefa colaborativamente e seria utilizada a perspectiva de “abrir um exercício” de Milani (2020). Essa escolha se deu pelo fato de os residentes já terem discutido sobre esse conteúdo e analisado o livro didático, visando transformar um exercício em cenário para investigação em momentos anteriores. A formadora viu uma oportunidade nessa ocasião para que os residentes “colocassem em prática” o que haviam feito por meio da imaginação pedagógica.

Como já haviam realizado o estudo teórico acerca de cenários para investigação no ciclo anterior, para esse ciclo a formadora propôs, na primeira reunião, que os residentes retomassem o artigo que apresentava a perspectiva de transformar exercícios em cenários para investigação (Milani, 2020), que foi discutido por eles no final do segundo semestre de 2022. Ou seja, as discussões sobre esse artigo ocorreram antes do início da pesquisa e não pude acompanhá-las,

mas, no momento de retomada, a formadora ressaltou alguns pontos que considerava importantes a respeito da perspectiva de “abrir um exercício”, como a criação de outras oportunidades para o desenvolvimento da tarefa e a legitimação do que os estudantes trazem acerca da tarefa apresentada (Milani, 2020).

Após essas considerações e a afirmação dos residentes de não possuírem dúvidas quanto ao artigo, a formadora orientou que eles se reunissem para iniciar a etapa de planejamento. A supervisora assumiu um papel importante nesta etapa, pois os residentes deveriam elaborar uma tarefa que auxiliasse os estudantes no fechamento do conteúdo e ela os ajudou relatando quais eram as principais dificuldades dos estudantes percebidas por ela, para que eles pudessem dar mais ênfase nessas questões, e, dentre elas, foi relatado a dificuldade com a abstração, em relacionar a representação gráfica de uma função e sua lei de formação. Assim, junto ao desejo dos residentes de incorporar o uso de tecnologias na tarefa proposta, foi decidido por eles que o GeoGebra seria utilizado para sanar essa dificuldade e atender as demandas da supervisora, pois já haviam tido experiências de realizar atividades de caráter investigativo propostas em disciplinas do curso de graduação para explorar o mesmo conteúdo. Além disso, o livro didático utilizado pelos estudantes apresentava uma proposta semelhante para o uso do GeoGebra.

Nesse processo de discutir sobre um possível encaminhamento para a proposta com o GeoGebra, os residentes relataram que o laboratório de informática da escola não possuía computadores o suficiente para que todos os estudantes realizassem a atividade e então decidiram que iriam utilizar o aplicativo “Calculadora Gráfica GeoGebra”, que pode ser instalado em *smartphones* de forma rápida e gratuita. Eles já possuíam familiaridade com esse aplicativo e suas ferramentas, por ser utilizado em disciplinas do curso de graduação, e consideraram que o uso de um aplicativo para celular ia resolver o problema da falta de computadores, uma vez que, praticamente todos os estudantes possuíam tais dispositivos. Além disso, eles levantaram como hipótese que o uso dos celulares poderia incentivar os estudantes a utilizar o aplicativo não só no desenvolvimento da tarefa, mas em outros momentos de estudo, contribuindo para que enxergassem outras possibilidades de uso dos celulares, para além das redes sociais.

Ao final do primeiro encontro, a formadora então sugeriu que os residentes apresentassem seu planejamento e realizassem uma “aula teste” com ela e com a professora supervisora na próxima reunião, pois, apesar de elas conhecerem e já terem utilizado o *software* GeoGebra, nunca haviam utilizado o aplicativo para celular. Na semana seguinte, não houve um encontro presencial, pois ocorreu um feriado nacional. Devido aos prazos para finalização do bimestre, uma vez que as datas para desenvolvimento da proposta já tinham sido agendadas,

os residentes se reuniram remotamente, sem a presença das professoras formadora e supervisora, para continuarem o planejamento e confeccionar o caderno de acompanhamento (Anexo B), pois na próxima reunião deveriam apresentá-lo.

No início da segunda reunião, os residentes iniciaram relatando como havia sido o processo de planejamento e projetaram o caderno de acompanhamento na lousa. Helena ficou responsável por conduzir as discussões e a produção do caderno de acompanhamento. Ela criou um documento compartilhado no *Google Drive* para que todos tivessem acesso e pudessem alterar as informações a partir das discussões que fizeram no momento que reuniram.

Formadora: *E aí, como passaram de feriado?*

Sara: *Ah, corrido, mas deu tudo certo.*

Formadora: *Como vocês fizeram? Fiquei curiosa.*

Sara: *Nós fizemos pelo docs. A Helena criou um documento e compartilhou com a gente. Daí a gente conversava pelo WhatsApp e fazia as modificações.*

Helena: *É, nós fizemos juntos.*

Formadora: *Mas como foi essa parte? Vocês fizeram juntos o caderno?*

Helena: *Não, na verdade a gente dividiu as partes. Por exemplo, a Sara ficou com a parte de explicar sobre o GeoGebra. Cada um ficou com um momento da aula e a gente ia conversando (Transcrição da gravação da nona reunião do grupo, 2023).*

Com esses relatos e pela forma como começaram a apresentar o caderno, com as falas de Sara e de Helena predominando, foi possível perceber que, apesar de todos terem opinado quanto à forma como iriam abordar o conteúdo, a construção do caderno em si foi feita por essas residentes. Contudo, no momento do teste, esse cenário mudou, pois todos contribuíram com sugestões para modificações. A formadora também contribuiu com sugestões, com base no que havia sido elaborado, e levantou questões para os residentes aprimorarem seu planejamento, como: possíveis problemas de conectividade que poderiam surgir; não familiaridade com uso de tecnologias digitais e uma demanda de mais tempo para o desenvolvimento da tarefa; clareza na construção do caderno de acompanhamento, dentre outras.

No planejamento inicial, os residentes não haviam destinado um momento para apresentar o aplicativo, pois não consideraram que os estudantes não o conheciam. Possivelmente, por ser algo familiar a eles, não levantaram essa hipótese, mas a formadora os atentou para isso.

Formadora: Como vocês vão apresentar o aplicativo para os alunos que nunca tiveram contato? Será se todo mundo vai saber usar? Eu conheço o GeoGebra, mas no celular é diferente...

Helena: É verdade.

Hiago: E se colocar mais explicações?

Sara: Tipo, a gente pode colocar a explicação e um print do nosso GeoGebra.

(Transcrição da gravação da nona reunião do grupo, 2023).

Então, pensando em proporcionar um momento de ambientação com o aplicativo, os residentes planejaram a primeira aula para manipulação do *software* e objetivaram a construção de gráficos e análise deles. Para facilitar esse processo, eles incluíram mais orientações no caderno de acompanhamento acerca do uso das ferramentas do aplicativo, conforme ilustrado na Figura 21, que se refere ao planejamento da segunda aula, em que foram criados os controles deslizantes. Essas modificações ocorreram na própria reunião. Enquanto discutiam, eles já alteravam o caderno de acompanhamento e testavam com a formadora.

Figura 21 - Trecho do caderno de acompanhamento elaborado pelos residentes

Aula 2

Objetivo: compreender a influência dos coeficientes no gráfico da função

Parte 1: Criação dos controles deslizantes:

→ Com a barra de **álgebra** seleccionada digite: $ax^2 + bx + c$ e clique em enter.



- ◆ Será definida uma função $F(x) = ax^2 + bx + c$.
- ◆ Acima da função serão criados controles deslizantes para os coeficientes da função.

Fonte: Caderno de acompanhamento produzido pelos residentes (2023).

Além de discussões para aprimorar o caderno de acompanhamento, os residentes também utilizaram esse momento para pensar na forma como iam conduzir suas aulas.

Daniel: *Preciso ficar lendo o que está no caderno de acompanhamento? Achei que era só entregar e ajudar se tiver alguma dúvida.*

Helena: *Não, acho que não precisa ler tudo com eles, mas você entrega e vai ajudando. Precisa explicar a atividade, o que é para ser feito, mas não precisa ler exatamente o que está aí.*

Sara: *Achei que precisava intervir só surgisse algum problema. (Transcrição da gravação da nona reunião do grupo, 2023).*

Em outro momento, também pensando na forma de condução das aulas e no caderno de acompanhamento, os residentes iniciaram uma discussão a respeito dos conceitos que estavam sendo mobilizados, ao perceberam, no momento do teste, que a professora supervisora não havia trabalhado todos eles, neste caso, o vértice da parábola.

Supervisora: *Ainda não trabalhei isso com eles.*

Formadora: *Mas você ia trabalhar?*

Supervisora: *Ia! Mas, não deu tempo.*

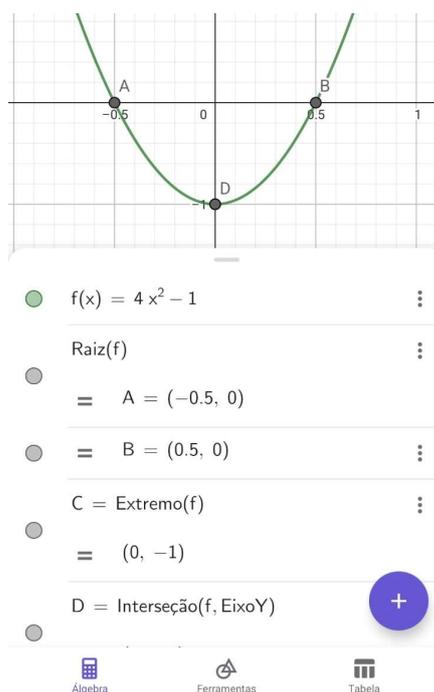
Sara: *Podemos pensar em um jeito de chegar nessa relação com o GeoGebra. O que vocês acham?*

Formadora: *Acho uma boa ideia.*

Sara: *Podemos induzir com perguntas para eles chegaram em alguma relação entre o gráfico e os coeficientes. O GeoGebra já dá as coordenadas do ponto... Ou, tiramos essa parte...*

Sara e Helena: *(Intervindo, eles prontamente disseram juntos) É uma investigação! Podemos questionar mais coisas. Temos que questionar. (Transcrição da gravação da nona reunião do grupo, 2023).*

Ainda nesse movimento, eles continuaram tentando elaborar mais questões com a ajuda das professoras supervisora e formadora. Decidiram que iriam utilizar do que o aplicativo dispunha, como a indicação das coordenadas do vértice da parábola e da raiz da função (Figura 22), para otimizar o tempo das aulas e aumentar as possibilidades de que os estudantes levantassem hipóteses a partir dos questionamentos e dos valores observado.

Figura 22 - Gráfico da função $f(x) = 4x^2 - 1$ 

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Formadora: É importante para vocês que apareçam os pontos no gráfico? Porque não está aparecendo no gráfico, somente retornando na janela de álgebra. É o objetivo de vocês? Vocês acham que seria interessante?

Sara: Sim, eu acho. Porque se a gente quer falar de máximo e mínimo, os pontos facilitariam, principalmente para quem nunca mexeu... Já aparece e é só clicar, não precisa ficar marcando.

Formadora: Então vamos achar qual ferramenta faz isso, caso o de alguém aconteça igual ao meu e apareça só na janela de álgebra.

Daniel: Será se os alunos vão entender o que precisa ser feito? Será se vão saber mexer no GeoGebra?

Sara: Nós estamos testando de acordo com o que esperamos que eles respondam, mas na hora pode acontecer de tudo. Mas, eu acho que vai dar certo porque está tudo bem explicado.

(Transcrição da gravação da nona reunião do grupo, 2023).

Assim, foram construindo juntos o caderno de acompanhamento e, por mais que surgissem inseguranças quanto ao que iria acontecer em sala de aula, os residentes se colocaram no movimento, junto às professoras formadoras e supervisoras, de tentar prever o que poderia ocorrer e se preparar para aquilo. Quanto aos problemas de conectividade levantados pela formadora, o uso do aplicativo para celular resolvia o problema da falta de equipamentos, segundo os residentes, e eles iriam utilizar o *wi-fi* da escola para ter acesso à internet. Com a

ajuda da professora supervisora, eles conseguiram autorização para inserir a senha dos celulares dos estudantes.

Na reunião seguinte, que consistiu no momento de reflexão sobre a prática, os residentes relataram como havia sido o desenvolvimento da tarefa. Os residentes relataram que optaram por projetar o caderno de acompanhamento para os estudantes, com auxílio de um Data Show (Figura 23), além de distribuí-lo impresso, porque facilitaria no momento de explicação, caso algum estudante perguntasse algo, eles poderiam explicar para todos utilizando a projeção. Além disso, eles incorporaram mais algumas explicações sobre o GeoGebra e suas ferramentas que não estavam no caderno de acompanhamento. Segundo eles, foi a partir da aula teste e das dúvidas da formadora que eles pensaram em fazer isso.

Figura 23 - Desenvolvimento da tarefa proposta



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Formadora: Como foi? Tiveram muitas dúvidas sobre o GeoGebra? Os slides ajudaram na explicação? Aconteceram muitos imprevistos?

Daniel: O planejamento foi muito eficiente. A aula teste foi importante e ajudou demais, porque todas as suas dúvidas foram praticamente as mesmas dos alunos e a gente soube explicar. Eu, pelo menos, me senti mais preparado. Sobre os slides, eu praticamente não usei, porque vi que quando a Sara ia explicar os alunos ficavam dispersos. Então usei só quando eles tinham dúvidas.

Sara: Verdade! Deu quase tudo certo. Só a primeira aula que ficou um pouco prejudicada porque alguns imprevistos com o GeoGebra e os celulares aconteceram, nem todo mundo conseguiu acessar o Wi-Fi. Mas eu fiquei muito surpresa com isso porque eles [os estudantes] começaram a compartilhar internet uns com os outros. Foi muito legal ver eles se ajudando.

Daniel: Nossa, verdade, isso foi uma das coisas que eu mais gostei. A interação entre eles aumentou.

Hiago: *Eu acredito que foi maior porque nós usamos tecnologias. Mesmo com todo mundo se ajudando, acho que sem as tecnologias seria mais difícil manter o interesse deles.*
(Transcrição da gravação da décima reunião do grupo, 2023).

Em outro momento, ela perguntou o que eles achavam do formato de aula colaborativo e se gostariam de mudar algo do planejamento.

Formadora: *Vocês preferem a aula assim, com mais gente ajudando?*

Sara: *Com certeza. No nosso sistema de ensino tem uma superlotação. São muitos estudantes para a gente dar atenção.*

Hiago: *Eu acho que não ia conseguir sem a ajuda do pessoal.*

Helena: *Eu acho que ia conseguir, mas não ia dar atenção para todo mundo.*

Formadora: *E mudariam alguma coisa?*

Hiago: *Acho que eu acrescentaria um momento de discussão final com todos os grupos, porque faltou isso, ter uma formalização.*

Formadora: *Isso que o Hiago falou é muito interessante, concordo. Fica como encaminhamento para pensarmos a próxima atividade, para não ficar somente a palavra de vocês como final.*

Daniel: *Eu acho que a única coisa que mudaria é tentar deixar as questões do caderno mais claras.*

Hiago: *É verdade. É pensar no óbvio, porque para a gente o que é óbvio, para eles não é.*

(Transcrição da gravação da décima reunião do grupo, 2023).

Nesse momento de reflexão, a professora formadora não intervia e priorizava a fala dos residentes. Conforme exemplificado nos trechos acima, suas intervenções eram com perguntas para iniciar o diálogo entre eles e com algumas observações para tentar impulsionar a reflexão e a relação com o referencial teórico. Ao final desse momento, a formadora relatou estar muito feliz com o comprometimento de todos os residentes com o que havia sido proposto.

Formadora: *Foi a primeira vez que eles conseguiram persistir em uma atividade até o final, por vontade própria, pensando na parte teórica, na prática, depois voltando e repensando as atitudes. Estou muito feliz!*
(Transcrição da gravação da décima reunião do grupo, 2023).

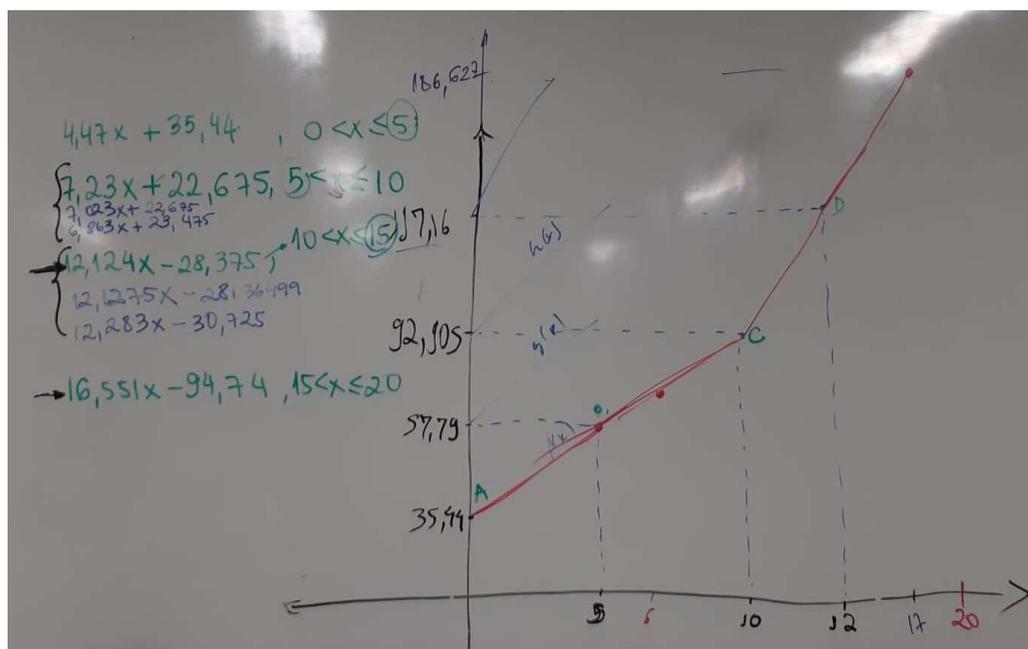
5.3 EM DIREÇÃO AO TERCEIRO CICLO

Após a finalização do primeiro ciclo e o desenvolvimento do segundo, foi solicitado pela professora supervisora que os residentes desenvolvessem uma tarefa, utilizando a metodologia da Modelagem Matemática, na disciplina eletiva que ela ministrava, “Núcleo de Tecnologia Matemática”, em formato de minicurso, para que também atendesse o requisito do último estágio dos residentes. O processo de elaboração deste minicurso ocorreu entre os meses de junho de 2023 e novembro de 2023. Os residentes estavam finalizando a disciplina de Práticas de Ensino e Estágio III, no primeiro semestre de 2023. Como iriam iniciar a disciplina de Práticas de Ensino e Estágio IV no segundo semestre, a formadora incentivou que os residentes começassem a pensar, ainda no final do primeiro semestre, sobre possibilidades para o minicurso que seria ofertado como requisito para a disciplina de estágio. Nesse processo, foi solicitado que a professora supervisora apresentasse suas demandas. Como o minicurso exigia mais tempo de desenvolvimento em sala de aula, ela sugeriu que os residentes utilizassem algumas aulas da disciplina eletiva que ministrava para três turmas do 2º do Ensino Médio, denominada “Núcleo de Inovação Matemática”. Também, a professora supervisora apresentou como demanda que fosse utilizada a metodologia da Modelagem Matemática.

Desse modo, no final do primeiro semestre, os residentes iniciaram o estudo sobre a Modelagem Matemática, por meio de uma palestra¹¹ a respeito da modelagem em Educação Matemática e artigos sobre a temática. Além do artigo sugerido pela formadora, os residentes pesquisaram artigos que consideraram interessantes para as discussões e os apresentaram em uma reunião. Articulando a perspectiva da Modelagem Matemática e os estudos feitos a respeito de cenários para investigação, foram dedicadas quatro reuniões para vivência de uma tarefa planejada para discutir sobre elaboração de modelos e questões da realidade a partir da exploração de uma conta e água. A tarefa foi exemplificada na subseção 2.2 (Figura 5) como característica do ambiente de aprendizagem 6 (Skovsmose, 2000). No primeiro encontro, os residentes se dedicaram a buscar informações para além das fornecidas no caderno de acompanhamento a fim de compreender como funcionava a cobrança da conta de água do estado de Minas Gerais. No segundo e no terceiro encontro, dedicaram-se a estudar o caso específico que foi apresentado e a buscar uma fórmula para o cálculo do valor total a ser pago em uma conta de água (Figura 24). No último encontro, discutiram sobre esse processo e as possibilidades de economia de água que poderiam ser utilizadas, por meio de recursos.

¹¹ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=aNNmpT9tq68&list=PLeDizembO-8MeigI4XBcBirG0EtXWBbx2&index=3>

Figura 24 – Resolução apresentada pelos residentes



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

No primeiro e no segundo encontro, a formadora não interferiu e deixou que os residentes realizassem as investigações. Contudo, no terceiro encontro, observando que eles não estavam avançando, ela os auxiliou com as “pequenas dicas” pedindo que observassem com mais atenção os intervalos definidos na própria conta e o que poderiam associar a isso. A partir desse momento, os residentes começaram a interagir mais entre si, pois haviam ficado um pouco dispersos e desmotivados por não conseguir avançar, e tomaram a iniciativa de ir até a lousa para estabelecer conjecturas. Inicialmente, haviam relacionado a uma função de duas variáveis (água e esgoto), utilizando como ponte o que estudaram na disciplina de Cálculo II, mas, após o direcionamento da formadora, conseguiram associar a uma função definida por partes. Além disso, decidiram utilizar o GeoGebra para explorar o gráfico da função do caso particular apresentado para, por meio dele, tentar chegar a alguma generalização.

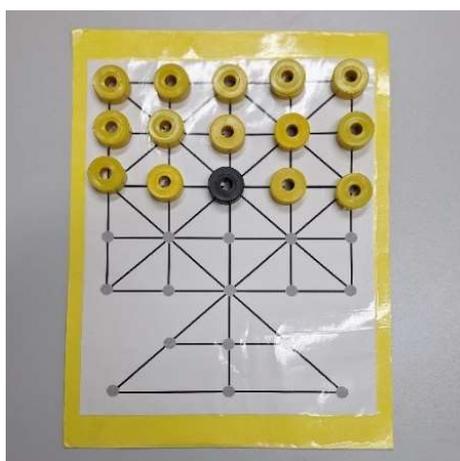
Com a retomada das ações sobre o minicurso e considerando a vivência com a tarefa de exploração de uma conta de água, os residentes consideraram pertinente, para o desenvolvimento do minicurso, introduzir aos estudantes algum tipo de tarefa que permitisse o trabalho em grupo, a investigação de propriedades matemáticas, dentre outros aspectos, pois não eram turmas que eles estavam habituados a trabalhar, tendo em vista que acompanhavam as turmas de 1º ano e queriam conhecê-los melhor, assim como os estudantes não estavam habituados a tarefas não características do paradigma do exercício. Então, sugeriram em suas discussões que algum jogo ou material manipulável, como a Torre de Hanói, fosse utilizado

para criar esse momento de ambientação. As professoras supervisora e formadora ouviram as sugestões dos residentes e consideraram que seria importante proporcionar esse momento.

Contudo, após alguns acontecimentos externos ao PRP, como a ocorrência de paralisações feita pelos professores da rede de ensino estadual de Minas Gerais em reivindicação dos reajustes salariais e dos jogos interclasse, os residentes precisaram modificar seu planejamento, uma vez que não havia tempo o suficiente para proporcionar o momento de ambientação e elaborar e desenvolver outra tarefa na perspectiva da Modelagem Matemática. Assim, em conversa com a professora formadora e supervisora, foi decidido que “O jogo da onça” (Figura 25) seria utilizado para explorar conceitos de probabilidade e para discutir aspectos sobre sua origem e relação com a cultura indígena.

O jogo é composto por uma peça para simbolizar a onça (peça preta) e 14 peças para simbolizar os cachorros (peças amarelas). Um jogador deve representar a onça e outro jogador representa os 14 cachorros. O objetivo é que os cachorros encurralem a onça ou que a onça capture cinco cachorros. Para isso, os jogadores devem movimentar uma peça de cada vez e deslocar, seguindo as linhas demarcadas no tabuleiro, para as casas do tabuleiro que se encontram vazias. A onça captura os cachorros conforme os movimentos realizados no jogo da dama, ou seja, quando ela “salta” sobre algum deles para uma casa vazia, e essa captura só ocorre em linha reta. Por sua vez, a onça não pode ser capturada, mas pode ser encurralada quando os cachorros a cercam e não há possibilidades de movimentos.

Figura 25 – Jogo da Onça



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Os residentes optaram por promover um torneio entre os estudantes, premiando o ganhador, considerando que essa seria uma forma de promover um ambiente de maior interação

entre eles e que, por envolver uma competição, despertaria mais o seu interesse. O objetivo era explorar o tabuleiro e discutir sobre as possibilidades de realizar as movimentações e qual animal tinha a maior probabilidade de vencer. Contudo, os residentes relataram que as discussões se voltaram para a ação realizada antes mesmo das movimentações iniciarem: a vitória no par ou ímpar. Os estudantes, após algumas jogadas, concluíram que a onça tinha maior probabilidade de vencer e a vitória era então determinada pelo jogador que, ao vencer o par ou ímpar, escolhesse a onça. Essa discussão não foi esperada por eles, mas proporcionou refletir sobre estratégias para se vencer o jogo. Por outro lado, a discussão a respeito da origem do jogo e a relação com a cultura indígena não foi muito explorada.

Vale ressaltar que, após o processo do estudo teórico sobre Modelagem Matemática, o período de férias se iniciou e as reuniões voltaram a acontecer no segundo semestre. Contudo, surgiu uma nova demanda apresentada pela professora: desenvolvimento de tarefas sobre funções, como fechamento do conteúdo, descrita na subseção anterior. Assim, as atividades em preparação para o minicurso foram interrompidas no mês de agosto, quando foi iniciado o segundo ciclo, e os residentes focaram no planejamento das tarefas para atender a demanda apresentada pela professora supervisora acerca do conteúdo de função, retomando o planejamento do minicurso em outubro de 2023, após a realização do segundo ciclo. Pode-se considerar que esse foi um *movimento a um terceiro ciclo*, pois, apesar de não ter sido previsto para ser desenvolvido, no cronograma da pesquisa, surgiu das demandas da supervisora e fazia parte do cronograma dos residentes como cumprimento das obrigações da disciplina de estágio, incorporadas as ideias dos ciclos de formação.

A importância de relatar esse movimento em direção ao terceiro ciclo deve-se a alguns episódios que aconteceram ao longo desse processo e que serão detalhados na próxima seção. Neste movimento, realizou-se o momento de vivência com cenário para investigação a partir da tarefa de exploração de uma conta de água. Também, ocorreu o exercício da imaginação pedagógica por parte dos residentes ao ser solicitado que eles tentassem incorporar temas de justiça social em sua regência com Modelagem Matemática.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção discutiremos sobre as três categorias que constituíram a análise: *entendimento dos futuros professores sobre cenários para investigação; fatores que influenciam no desenvolvimento de cenários para investigação; implicações da/para a proposta formativa*. Para compreender como os futuros professores se engajam no estudo, na elaboração e desenvolvimento de cenários para investigação, destacamos a importância da apropriação do referencial teórico adotado, pois a partir disso eles podem construir seu entendimento sobre cenários para investigação e diálogo, o que influencia como vão elaborar e desenvolver práticas nesses ambientes com os estudantes. Contudo, alguns fatores podem interferir na forma como esses futuros professores vão se engajar nesse processo, sendo eles relacionados ao próprio PRP, ao curso e à prática docente ou externos a esse contexto. Dessas questões, surgem implicações para pensar na proposta formativa, como possíveis adaptações, assim como surgem implicações da própria proposta, que, por sua vez, podem impactar o engajamento dos futuros professores.

6.1 ENTENDIMENTO DOS FUTUROS PROFESSORES SOBRE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

Ao longo da realização dos dois Ciclos de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica, algumas leituras foram realizadas com o intuito de que os futuros professores se aprofundassem no estudo teórico sobre cenários para investigação (Skovsmose, 2000) e diálogo (Milani *et al.*, 2017). Os residentes também realizaram a leitura de Milani (2020), um artigo que traz a perspectiva de transformar exercícios em cenários para investigação, mas sua discussão foi feita em um momento anterior do início dessa pesquisa, quando a professora formadora solicitou que abrissem um exercício do livro didático utilizado pelos estudantes do Ensino Médio que acompanhavam. Esse artigo foi retomado ao longo da realização do segundo ciclo. A leitura e discussão dos artigos é feita na E1 dos ciclos, retomada também nas outras etapas. Contudo, os relatos feitos nesta categoria e as reflexões oriundas deles não se restringem a esta etapa. A apropriação do referencial teórico deve-se à leitura e discussão dos referenciais articulados com as experiências em sala de aula, que ressignificam o entendimento dos conceitos.

A leitura e discussão desses artigos com a equipe, bem como o desenvolvimento das tarefas propostas com os estudantes do Ensino Médio, possibilitou que os *futuros professores*

discutissem e refletissem sobre seu entendimento a respeito de aspectos-chave de cenários para investigação. Consideramos esse entendimento importante para favorecer a inserção do trabalho pedagógico com cenários para investigação na futura prática dos residentes. Além disso, conhecer o entendimento de futuros professores sobre cenários para investigação também pode ser importante para o desenvolvimento de práticas de formação de professores, principalmente por considerarmos que programas como o PRP favorecem a construção inicial de saberes (Tardif, 2002) desses profissionais e que o entendimento que eles constroem nesse processo formativo pode (e deve) ir se modificando e se adaptando ao longo do tempo, enquanto sua prática acontece em sua futura profissão.

Nesse sentido, o primeiro aspecto-chave diz respeito à zona de risco. Segundo Skovsmose (2008), a zona de risco é caracterizada pela imprevisibilidade de situações que podem ocorrer tanto para os estudantes quanto para os professores em cenários para investigação. Contudo, tal característica não deve ser entendida como um problema que impede o desenvolvimento das tarefas, mas sim como uma forma de gerar novas oportunidades de aprendizagem. Quando o professor assume sair de sua zona de conforto, por exemplo, em uma aula investigativa, ele “[...] pode perder parte do controle sobre a situação, porém os alunos podem se tornar capazes de ser experimentais e de fazer descobertas” (Skovsmose, 2008, p. 49).

Na etapa de discussão teórica do primeiro ciclo, no segundo encontro, a professora formadora destacou alguns trechos de Skovsmose (2000) em que se tinha uma “definição” de cenários para investigação: “chamo de cenário para investigação um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação” (Skovsmose, 2000, p. 68) e “um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações” (Skovsmose, 2000, p. 71). Esses trechos foram escolhidos em uma reunião prévia entre a pesquisadora e a formadora para iniciar a discussão a partir do que o artigo apresentava.

Então, os residentes, a partir da exposição desses trechos e do roteiro de discussão proposto pela formadora, descrito na subseção 5.1, apresentaram suas perspectivas. Para Helena

Helena: *cenários para investigação são como o oposto ao paradigma do exercício. O aluno é colocado para formular hipóteses, encontrar diferentes caminhos para resolver os problemas e que podem ocorrer diversas situações não planejadas, mas o professor deve estar preparado para mediá-las, ter um plano B se o convite não for aceito, e o deve estar seguro quanto às questões matemáticas propriamente ditas (Notas do caderno de campo, 2023).*

No momento de reflexão sobre a tarefa de introdução a função (E4), desenvolvida com os estudantes do Ensino Médio, Helena relatou sobre sua experiência com cenários para investigação, comparando as quatro aulas com as regências das disciplinas de estágio que havia feito até o momento.

Helena: *É bem diferente da aula dos estágios I e II, né?! Porque lá eu dei quatro aulas [...] apesar de ser uma aula só, eu tinha quatro nonos anos, então podia ser a mesma aula nos quatro nonos anos. Mas, é diferente porque é mais fácil dominar a sala e planejar para uma aula. Agora, quando tem que planejar quatro é difícil, tem os desafios. Eu fiz um plano, mas, na verdade, não deu para executar totalmente. No meu plano inicial ia executar tudo isso e ia pedir para eles elaborar um problema envolvendo função de acordo com a realidade deles. Só que eu não consegui fazer isso porque não deu tempo. Então, assim, é bem diferente, porque aí são várias variáveis. A questão da investigação também é uma questão, uma metodologia que desafia mais a gente. É legal você ver os alunos discutindo, surgem coisas diferentes, só que para você ter o controle, dominar a sala e para você planejar é mais difícil. Então, é uma coisa que flui, mas é variável, o controle é bem diferente da elaboração de uma aula só (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).*

Nesses dois momentos, o conceito de zona de risco (Skovsmose, 2008) surgiu de forma implícita quando os residentes pontuam sobre a ocorrência de diversas situações não planejadas e a importância de saber mediá-las, ter um plano B, segundo eles. Sua preocupação era auxiliar os estudantes de modo que permitissem descobertas, sem fornecer soluções imediatas. Os futuros professores mostraram-se preocupados quanto à postura que deveriam assumir quando os estudantes tomassem caminhos que não eram esperados ou que não iriam conduzir a caminhos de resoluções imediatas no problema. Sara expressou esse sentimento por meio da seguinte fala:

Sara: *É complicado saber o que devo falar, sem intervir muito, mas, ao mesmo tempo, sabendo conduzir o aluno de alguma forma (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).*

O segundo aspecto-chave diz respeito à *diferença entre o paradigma do exercício e cenários para investigação*. Daniel havia entendido, até o momento da discussão teórica do primeiro ciclo (E1), que para um ambiente de aprendizagem se caracterizar como um cenário para investigação, ele deveria auxiliar os estudantes somente quando fosse solicitada sua ajuda e não poderia responder às suas perguntas diretamente, pois isso não permitiria descobertas e que eles realizassem investigações.

Ainda, a partir da leitura que fizeram do artigo, os residentes apontavam que uma das principais características do paradigma do exercício é a existência de uma única resposta correta e de instruções explícitas acerca dos caminhos e das técnicas matemáticas que devem ser utilizadas. Conforme Skovsmose (2000, p. 2), “a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma, resposta correta” (Skovsmose, 2000, p. 2). Já para os cenários para investigação, os residentes apontaram que existem diversas possibilidades de resposta. Contudo, uma dúvida foi apontada em relação a este ponto:

Sara: Caso tenha uma única resposta, não pode ser considerado como um cenário para investigação? (Transcrição da gravação da segunda reunião do grupo, 2023).

Para auxiliar na reflexão do questionamento da residente Sara, discutimos sobre o jogo corrida de cavalos (Skovsmose, 2000).

Pesquisadora: Nesse exemplo nós podemos dizer que existem “respostas corretas” aos questionamentos colocados, por exemplo, quando perguntamos qual a casa que tem maior probabilidade de ser sorteada ao se lançar dois dados. Mas, não deixa de ser um ambiente que convida os estudantes a levantar diferentes hipóteses, realizar investigações e diferentes reflexões e tomadas de decisões (Transcrição da gravação da segunda reunião do grupo, 2023).

Então, com a mediação da formadora, eles concluíram que em Skovsmose (2000) não é apontada de forma explícita a impossibilidade da existência de uma única resposta, mas, a partir de suas leituras, definiram uma categorização: se existe uma única resposta correta, então é paradigma do exercício, se não, é cenário para investigação. A formadora então questionou os residentes se, pelo fato de ter uma única resposta, todo trabalho investigativo seria desvalidado e eles responderam que não, apenas balançando a cabeça, o que sugeriu a existência de dúvidas quanto a sua afirmação. Para eles, o artigo não deixava clara essa distinção, então formularam seu argumento com base em suas reflexões do artigo.

Contudo, após as vivências com os estudantes do Ensino Médio, os residentes apontaram que a diferença entre o paradigma do exercício e cenários para investigação está justamente nas diversas possibilidades oportunizadas pelos cenários para investigação, uma vez que os estudantes são convidados a formularem hipóteses, explorar o que é oferecido inicialmente para testar conjecturas, discutir com os demais colegas sobre as descobertas e, assim, diferentes formas de resolução surgem. Não há uma indicação clara do que se pode

utilizar, quais caminhos devem seguir e quais ações devem realizar. Isso pode ser notado nas seguintes falas:

Helena: *É desafiador, alguns alunos não aceitam o convite, isso é perceptível, mas alguns aceitam e surgem muitas coisas legais. Tipo, tem coisas que surgem que a gente não planeja, que sai assim, flui. Isso é o legal da investigação, porque dá mais espaço para os alunos atuarem também. Porque eu acho que quando só a gente fica ali na frente, eles ficam retraídos. Igual aquele aluno, eu gostei bastante, nunca tinha ouvido ele falar na aula. Eu sei que ele sabe, ele já veio falar comigo várias vezes, mas foi um espaço para ele se mostrar, porque ele veio discutir comigo e a primeira coisa que ele disse foi “acho que estou errado”. Aí eu falei que ele não podia pensar assim e disse para gente discutir o que ele tinha feito. Então, eu acho que [a investigação] dá espaço para o aluno atuar também e isso deu uma motivada nele. Porque abrem as oportunidades. A pessoa pensou daquele jeito, mas têm outras formas de pensar. Acho que a investigação é legal por isso e estimula mais os alunos, dá mais espaço para ele atuar do que nas aulas normais (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).*

Daniel: *Acho que a ideia que apavora um pouco é que nos textos fala que pode vir qualquer pergunta do aluno. E quanto ao plano de aula, mesmo elaborando e lendo sobre o que é cenário para investigação, chegou lá na prática eu nunca imaginava que ia ser daquele jeito [...]. Porque achei que tinha criado um plano de aula que poderia ser um cenário para investigação, eu fiz umas perguntas para tentar isso, porque meu plano de aula estava muito na matemática pura [referindo-se ao ambiente (1)]. Para mim, sem a prática não tem como.*

Pesquisadora: *Então você acha que essa prática deu uma visão maior do que é um cenário para investigação?*

Daniel: *Eu acho que ela deu uma visão completa. Porque eu estava tirando dúvidas direto com a professora formadora e mesmo assim não tinha entendido o que era cenário para investigação. Só na terceira leitura, com o texto da Milani, que eu entendi o que era, porque com o do Skovsmose não tinha entendido. Depois eu criei o plano de aula em cima disso e a prática é outra história [...]. Na primeira aula eu cheguei com os conceitos prontos, não deixei eles fugirem, sabe? Na minha cabeça, precisava chegar na definição formal de variável dependente e independente. Daí eles me perguntaram “isso tá certo?” e a minha resposta era “para as regras de Maxine isso funciona?”. Aí eles olhavam para a regra do jogo e falavam que sim. Mas, já tinha uma regra e os conceitos prontos, entendeu? Eles não construíram, só que não deixou de ter uma investigação. Agora, na segunda aula, foi um cenário para investigação. Eu construí a definição de função com eles. Mas, acho que foram necessários esses dois momentos, porque eu dei uma base sobre variável dependente e independente que ajudou eles a construírem a definição de função. Só que quando eu peguei o plano de aula novamente, não tinha pensando que ia fazer isso. Porque eles*

respondiam de um jeito e eu continuava na sequência e fui encaixando na forma que ia trabalhar no meu plano de aula. Então, basicamente eu acho que é isso. Você vai pegando as respostas dos alunos e encaixando no seu plano de aula (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).

Tais características também foram apontadas pelos futuros professores participantes da pesquisa de Milani (2020). Nesse sentido, os residentes articularam o que haviam discutido a partir das leituras e suas experiências, construindo assim suas concepções. Dessa forma, em ambientes de aprendizagem baseados em cenários para investigação, para além da discussão dos conceitos matemáticos, outras situações podem ser exploradas a partir do que os estudantes trazem em suas falas e perguntas, refletindo sobre o que os números significam no contexto em que são apresentados. Isso favorece o desenvolvimento de uma postura crítica (Milani, 2020). Esses relatos podem expressar a importância de se aliar as experiências em sala de aula com os aspectos teóricos estudados, com a mediação da formadora, pois

[...] quando alguns professores conseguem, a partir da leitura do texto, estabelecer alguma relação mais estreita com sua prática pedagógica, inicia-se um processo de problematização, tanto das ideias veiculadas pelo texto, quanto dos saberes experienciais dos professores. Nesse contexto, pode ocorrer a produção de novos saberes docentes, assim como a produção de novos sentidos para a prática pedagógica de cada um. Esse fato parece sugerir que os formadores de professores, nos encontros de educação continuada, devem preocupar-se não apenas com a escolha adequada de textos de leitura, como também com a forma de conduzir a leitura dos mesmos (Fiorentini; Nacarato; Pinto, 1999, p. 55-56).

Nesse sentido, a relação entre os estudos teóricos e as vivências de cada um, por meio do processo de reflexão coletiva, pode transformar-se na produção de novos saberes. Por sua vez, o papel da formadora tornou-se indispensável para isso ocorrer à medida que ia conduzindo a problematização das ideias dos textos e das reflexões acerca das experiências dos residentes. Além da mudança na concepção dos residentes acerca de cenários para investigação e sua prática em sala de aula, também é possível considerar que houve uma mudança no posicionamento da formadora, que deu ênfase no que eles relatavam e na forma como articulavam os aspectos teóricos com as experiências.

Após a realização das tarefas com os estudantes do Ensino Médio, os residentes discutiram sobre outro aspecto-chave do trabalho com cenários para investigação, relacionado *ao melhor momento para o desenvolvimento de cenários para investigação com os estudantes*. Daniel acreditava que as tarefas baseadas em cenários para investigação deveriam ser desenvolvidas na introdução do conteúdo, permitindo assim novas descobertas. Já Carla

considerava que se sentia mais segura no fechamento de um conteúdo, pois, segundo ela, é difícil introduzir algo e permitir descobertas sem ao menos ter discutido antes sobre aquele assunto. Nesse sentido, a formadora fez uma intervenção afirmando que as tarefas deveriam ser abertas, no sentido de que os caminhos a seguir e as possíveis conclusões não fossem conhecidas previamente, independentemente do momento em que fossem realizadas. As afirmações foram baseadas no que os residentes consideravam como essencial para a criação de ambientes baseados em cenários para investigação e em suas vivências.

Todos os residentes, com base nas leituras de Milani *et al.* (2017) e Milani (2020), consideraram que o *diálogo* é um aspecto-chave para o aceite do convite e, conseqüentemente, para a constituição de um cenário para investigação. Milani (2020, p. 231) apresentam o conceito de diálogo na perspectiva da EMC, em que não é apenas uma conversação, mas envolve ação e reflexão em “[...] um movimento de ir até onde o outro está para compreender o que ele diz”. Além disso, essa interpretação de diálogo pode ser relacionada a todos os ambientes de aprendizagem, não somente aqueles baseados em cenários para investigação, sobretudo para tentar identificar de qual lugar os estudantes falam e reconhecer suas perspectivas (Milani., 2020). Os residentes relataram que tiveram dificuldades em mantê-lo e retornaram ao paradigma do exercício, estabelecendo, em alguns momentos, comunicação padrão sanduíche. Sara relata sua experiência, na reunião de discussão coletiva, sobre a primeira tarefa desenvolvida, relacionada à introdução do conteúdo de funções. Os estudantes haviam estabelecido relações entre os elementos de um mesmo conjunto, apresentados na tarefa proposta (Figura 17), conforme as operações entre conjuntos que haviam estudado no bimestre anterior.

Sara: Nesta tarefa eu vivenciei na prática a imprevisibilidade de uma sala de aula quando está envolvida, ou sendo convidada a se envolver em um cenário para investigação, descrita no texto de Milani (2020). De todas as possibilidades que haviam passado pela minha cabeça antes da regência, essa não estava em nenhuma. Refletindo sobre o ocorrido fico me perguntando porque os alunos não perceberam que a relação era elemento a elemento, visto que acabara de executar uma tarefa em que fizeram essa relação, e se eu estava correta em falar como deve ser essa relação, já que estava tentando estabelecer um diálogo e talvez fosse melhor fazer perguntas e dar apoio não-verbal, tentando desvendar o que se passa o que se passava com eles, como mencionado no texto de Milani et al. (2017). Após essa primeira conversa, onde os alunos foram entendendo o que é função, e que a relação deveria ser elemento a elemento, partimos para a segunda atividade, onde encontrei mais dificuldade ainda de manter o diálogo igualitário mencionado por Milani et al. (2017). Em diversos momentos

precisei falar mais do que devia, por exemplo na atividade em que eles precisam desvendar qual era a relação e depois estudar o caso para dizer se é função ou não, os alunos não lembravam como um número pode ser levado no seu elemento oposto, às vezes diziam ainda que a relação era de igualdade, ou seja, que 1 é igual a -1. Portanto, como alguns alunos não sabiam a diferença entre números positivos e negativos, isso atrapalhava a execução da atividade e da investigação (Relato de avaliação da regência, 2023).

Sara relata uma situação não prevista por ela e se questiona sobre a postura adotada frente ao seu entendimento de diálogo, com base no que havia discutido sobre o referencial teórico. Novamente, ao refletir sobre o diálogo e a investigação, surge a preocupação em não fornecer caminhos e respostas imediatas às dúvidas apresentadas. Em específico, na situação relatada por ela, os estudantes do Ensino Médio apresentavam dificuldades conceituais que complicavam o seu envolvimento nas tarefas propostas, necessitando que ela intervisse mais do que o esperado. Sua preocupação vai em direção ao que Milani *et al.* (2017) aponta como relação assimétrica estabelecida entre professores e estudantes frente aos conhecimentos matemáticos que possuem, em que o professor sabe mais que os alunos. A preocupação dos residentes era de se estabelecer uma relação igualitária, em que “todos têm direito à fala, e as diferenças e a diversidade ao agir e pensar são respeitadas” (Milani *et al.*, 2017, p. 229) e o fato de precisarem intervir com mais frequência e com instruções e respostas mais diretas, dificultava o estabelecimento de processos investigativos.

Essa situação evidencia que os residentes, ao discutir sobre diálogo, focaram em alguns elementos, como estabelecer uma relação igualitária. De fato, essa preocupação é legítima, sobretudo ao se tratar de diálogo na perspectiva da EMC. Mas, esse foco ofuscou outros aspectos apresentados por Milani (2020), como utilizar o diálogo para entender em que lugar os estudantes se encontravam. Sara relata que os estudantes apresentavam dificuldades conceituais e isso a deixou preocupada por dificultar essa relação igualitária. Ela utilizou este momento para identificar tais dificuldades, mas não as aprofundou, retomando os conceitos, por exemplo. Então, neste momento do primeiro ciclo, a apropriação do referencial, ao passo que foi importante para a construção de cenários para investigação, também operou de forma controversa, de modo que o fato de não atingir o que foi apresentado gerou certa frustração nos residentes.

Por outro lado, essa frustração gerou reflexões sobre a própria postura, conforme o relato de Sara. Após a realização da tarefa do GeoGebra, no segundo ciclo, percebe-se a mudança de Sara por não mais questionar sua postura, mas afirmando ter auxiliado os

estudantes com mais dicas, porque esse era o melhor caminho naquele contexto. Daniel, que afirmou no primeiro ciclo considerar não poder dar dicas aos estudantes quando se tratava da constituição de um cenário para investigação, também alterou sua forma de pensar e agir ao compreender que o foco não estava em ajudar ou não os estudantes, mas sim o tipo de ajuda, neste caso, rumo as descobertas e não com as instruções do que deveriam fazer.

Dessa forma, outro aspecto-chave relacionado ao trabalho com cenários para investigação, no entendimento dos futuros professores, diz respeito a *importância do trabalho docente em fornecer apoio aos estudantes no sentido de favorecer descobertas*, como, por exemplo, no formato de “dicas” aos estudantes. Essa forma de agir, segundo o relato dos residentes, era importante para manter o aceite do convite. No trecho a seguir vemos um exemplo nesse sentido:

Hiago: *Eu estava preocupado em manter o cenário para investigação, o máximo possível. Então, por mais que as vezes eu tentasse fugir um pouco, porque a gente se sente atentado a chegar e dar à resposta, não de forma direta, mas falar “pensa assim”. Toda hora que estava quase fazendo isso, eu pensava “não posso, não posso, não posso”. Mas, eu não fiquei pressionado pelo texto em si. Era mais essa questão. Só isso ficava na minha cabeça, não dar a resposta e tentar fazer de um jeito para eles trilharem o caminho deles sem muita interferência.*

Supervisora: *Você sabe que nem sempre é assim, né? Tem horas que não tem como, por mais que você tente a pessoa não vai.*

Pesquisadora: *Foi o que aconteceu na sua aula, de ter que ajudar com a dica de multiplicar por -1 [referindo-se a Helena].*

Formador: *É, tem hora que tem um limite né.*

Helena: *É, vai indo [a situação] fica desgastante também. Igual fala no texto, a gente tem que estimular eles a pensarem, mas não pode deixar que eles se sintam desafiados ao ponto de se desinteressarem, se não a gente perde totalmente a investigação.*

Sara: *Às vezes tive que dar algumas respostas mais diretas, porque vi que eles não conseguiam e iam perdendo o interesse em investigar. É melhor, porque às vezes a gente não fala e a pessoa desiste.*

Formadora: *Desiste do que? De aceitar o convite?*

Sara: *Isso. Precisava manter o aceite do convite.*

Carla: *Eu vi que alguns alunos procuravam respostas na internet e quando não conseguiam achar, perdiam o interesse em pensar.*

Daniel: *Para mim não foi difícil manter o interesse e fazer eles pensarem. Eu tentei falar os mesmos termos que a professora [supervisora] usava para ver se eles associavam com o que já tinham aprendido. Ai perguntava para eles: lembra disso? Eu percebi uma coisa, acho que eles se apegaram muito a essa ideia de certo e errado, então quando eles me perguntavam se estava errado o jeito de escrever, eu respondia que podiam escrever na linguagem deles, porque depois a gente ia discutir, mas que o importante era tentar fazer.*

Hiago: *É, eu também percebi que quando a gente incentivava e dava algumas dicas, eles se engajaram mais. Às vezes tudo que precisam é apenas um elogio e um incentivo.*

Sara: *O ambiente ficava mais descontraído. Quando eu falava que não dar certo ou errado, mas ia ver o que eles tentaram fazer, parecia que eles faziam a atividade sem pressão, sabe? (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).*

Assim, todos os residentes apontaram o aceite do convite, assim como mantê-lo, e o diálogo como elementos importantes para a constituição de um cenário para investigação. Sua maior preocupação era com a participação dos estudantes, sobretudo em ouvi-los e serem ouvidos também, ou seja, assumir uma postura que permitia fazer da sala de aula um espaço acolhedor, que permitia a construção de perspectivas. O relato de Sara, por exemplo, evidencia como ela se apropriou do referencial teórico para repensar sua postura e o que seria uma aula de matemática em direção a preocupações da EMC, como o estabelecimento de relações igualitárias. Milani e Silva (2018, p. 475) afirmam que “assumir uma postura dialógica é assumir uma postura política que acredita que professor e alunos têm direito a falar e ouvir”. Sara afirma que

Sara: *A insegurança de alguns estudantes em responder perguntas resalta a importância de criar um ambiente de aprendizado acolhedor, onde o foco está no processo de aprendizagem e não apenas nos resultados finais (Relato de avaliação da regência, 2023).*

Também, ela utilizou o referencial para analisar as situações que ocorriam e como ela poderia lidar com elas, naturalizando o processo de pensar na própria ação (Milani; Silva, 2018). Helena também aponta algo nesse sentido:

Helena: *Os textos de Skovsmose e Milani, estudados anteriormente, contribuíram bastante para o estabelecimento do diálogo e a realização da atividade investigativa, porque serviram como base neste processo.*

Pesquisadora: *Então, você acha que essa prática ajuda a pensar em outras práticas e no que você pode ficar mais atenta? Por exemplo, você falou do diálogo e de ter esse cuidado de não dar respostas mais diretas. Então, na próxima você pode fazer de tal formar.*

Helena: *Eu acho que cada prática de investigação a gente vai se preparando melhor nessa questão. Tipo, como elaborar questionamentos para direcionar o aluno. Porque a primeira é mais impactante. Você fica “como eu vou fazer isso?”, porque até então a gente estava só lendo, né, ali na parte teórica?! Ai agora na prática, você já tem outra visão e pensa “assim eu consigo, isso funciona,*

consigo fazer questionamentos dessa forma. Ou, consigo relacionar com coisas da realidade e os alunos vão entender, ao mesmo tempo que tem aluno que vai entender se eu falar de forma mais direcionada”. Então a prática ajuda nessa questão, de pensar como estabelecer o diálogo, de que forma dá para fazer isso (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).

Nesse sentido, é possível afirmar que os residentes construíram sua concepção sobre cenários para investigação e diálogo ao aliar seu entendimento do referencial teórico com suas vivências com os estudantes do Ensino Médio. Alguns aspectos-chave tiveram mais destaque que outros, o que é natural por se tratar da perspectiva de cada residente sobre o que consideravam importante, como aponta Helena ao evidenciar o aceite do convite em sua fala:

Helena: *Eu gostei bastante de aplicar a investigação, eu estava um pouco insegura, porque eu estava com medo dos alunos não aceitarem o convite, de não participarem. Mas, eu acho que, de forma geral, eles aceitaram e participaram, mesmo que da forma deles, com as dificuldades deles e o que eles conseguiram, eles fizeram. Pelo menos a grande maioria. E só de eles participarem, eu gostei bastante (Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).*

No segundo ciclo, após o desenvolvimento da tarefa “Explorando o gráfico de uma função quadrática por meio do GeoGebra”, essas reflexões continuaram acontecendo e culminaram em outra discussão que marcou o grupo: *ocorrência de momentos investigativos ou a constituição de cenários para investigação?* Essa pergunta surgiu na etapa de reflexão coletiva, após uma discussão iniciada pela formadora sobre a percepção dos residentes acerca do que haviam discutido na primeira etapa sobre os referenciais teóricos e o que, de fato, ocorreu em sala de aula. Essa discussão iniciou-se com a fala de uma das residentes, Carla, sobre preferir tarefas elaboradas com o propósito de aprofundar alguns conteúdos e não de introduzi-los, comparando ambas as tarefas propostas.

Carla: *Eu gostei mais dessa atividade [do GeoGebra] do que da primeira [panfletos de supermercado]. Acho que a gente está mais habituado com esse tipo de atividade e eu me sinto mais confortável do que ter que iniciar um conteúdo que eles nunca estudaram. Acho que assim consegui entender melhor o que é um cenário para investigação.*
Formadora: *Mas você considera que a sua primeira atividade foi um cenário para investigação ou uma atividade com exercícios diferentes?*
Carla: *Ah, eu acho que foi um cenário para investigação. Por ter questões mais abertas, eles [os estudantes] conseguiram elaborar conclusões, discutir. Só acho que faltou trazer mais os cenários para investigação para as aulas tradicionais. Não o cenário em si, mas*

utilizar nos exemplos, porque eu acho que perdeu a conexão a partir do momento que eu defini função, eles já ficaram assustados com a parte da matemática mesmo, perderam o brilho da atividade.

Formadora: *A Carla disse uma coisa interessante, que tem a ver com aquele texto do exercício da investigação. Por mais que esteja lá no quadro, você pode fazer questões que possam levar a algumas investigações ainda dentro do próprio conteúdo.*

Daniel: *Eu não acho que foi um cenário para investigação e nem exercício [referindo-se ao paradigma do exercício]. Aconteceram momentos de investigação. Agora a do GeoGebra eu acho que foi um cenário para investigação, porque com as perguntas que nós colocamos, eles iam tentando procurar no GeoGebra como fazer, levantando hipóteses, pedindo ajuda para gente, mas foi mais para mexer no GeoGebra, não pedindo respostas. Eles atribuíram significado para as coisas, pensando no que eles já tinham estudado. Não foi só a gente falando o que significava. Isso para mim é uma investigação!*

Formadora: *E quais você acha que foram os momentos de investigação da primeira aula, por exemplo?*

Daniel: *Foi quando eu cheguei, passei as regras do jogo e entreguei para eles. Foi um momento no final, que eles entenderam que a relação entre a idade mínima e máxima independia da idade deles. Até eu me embananei um pouco e eles conseguiram chegar melhor nisso entre eles mesmos e foram me ajudando no final. Porque a variável independente, digamos assim, é a minha idade. Não foi um cenário para investigação porque era mais uma confirmação do que eles já sabiam. As regras já estavam lá! Era só olhar e ver se era válido. Eles não estavam construindo nada. Essa foi a diferenciação que eu fiz, entendeu?*

Pesquisadora: *Então você acha que tiveram alguns momentos que eles fizeram esse movimento de investigar, mas a sua aula você não define como cenário para investigação?*

Daniel: *Não. Na segunda eu consigo falar que foi.*

(Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).

Novamente, percebe-se a apropriação do referencial teórico para analisar as tarefas desenvolvidas para responder à pergunta da formadora, que mobilizava o entendimento dos residentes acerca de cenários para investigação. Por exemplo, na tarefa dos panfletos de supermercado, elaborada por Carla, cada estudante poderia definir os próprios critérios para criar sua lista de compras, discutindo, nesse processo, sobre suas prioridades, traçar estratégias para as compras, com base em promoções e período, dentre outros aspectos. Contudo, não era necessário realizar investigações para isso. Então, a característica aberta da proposta e o fato de possibilitar elaborar conclusões e discussões em grupo se caracterizaram como um cenário para investigação, na perspectiva de Carla.

Por outro lado, Daniel acredita que suas duas tarefas do primeiro ciclo, “Regras de Maxine para o amor” e o “Jogo da função”, tinham características próprias que ora se aproximavam de cenários para investigação, como a comunicação e o estabelecimento de investigação, ora do paradigma do exercício, por se tratar da definição de um novo conteúdo e precisar de mais interferências dele. Por isso, o residente concluiu que se tratava de *momentos de investigação*. Já a tarefa do GeoGebra ele considera ter sido um cenário para investigação por exigir que os estudantes estabelecessem relações com os conteúdos que estudaram para chegar a novos conceitos, ou seja, atribuir significado para o que estavam fazendo. Isso revela outro aspecto-chave no entendimento dos futuros professores, relacionado ao que pode significar o “*movimento*” de partes de uma mesma tarefa ser mais ou menos investigativas. Na fala de Daniel, também é possível notar que a forma de comunicação, como o não fornecimento de respostas imediatas e não serem somente eles, os residentes, falando, assim como a atribuição de significado para os conceitos mobilizados, eram características importantes que, para ele, definiam um cenário para investigação.

Nesse sentido, Skovsmose (2022) aponta que as tarefas propostas podem ser investigativas para alguns estudantes e ser exercícios para outros, dependendo do ambiente que é construído. Neste caso, nota-se que os residentes, a partir dos ambientes que construíram em sala de aula e do seu entendimento acerca do referencial teórico, tiveram diferentes percepções das tarefas que desenvolveram, conforme exemplificado nos trechos acima, tanto para aquelas diferentes, realizadas no primeiro ciclo, quanto para a atividade que desenvolveram no segundo. Da mesma forma, os seus estudantes também apresentaram essa percepção. Por exemplo, na tarefa proposta por Helena acerca da venda de trufas e baseada no ambiente (4), alguns estudantes a encararam como mais um exercício para encontrar alguma fórmula matemática e não como um processo investigativo.

A concepção de Daniel sobre *momentos de investigação* também se relaciona com a transição entre os ambientes de aprendizagem. Dando continuidade nas reflexões, a formadora pergunta aos outros residentes o que achavam sobre as tarefas que haviam sido desenvolvidas, acerca da introdução do conteúdo de função e da exploração do gráfico de uma função quadrática com o GeoGebra.

Hiago: *Eu acho que as atividades têm perspectivas muito diferentes, não dá para comparar. Mas, eu diria que essa foi mais investigativa e o fato de os alunos já saberem o conteúdo ajudou muito. Começar do zero uma investigação é muito mais difícil.*

Helena: *Eu acredito que a primeira atividade [venda de trufas] teve dois momentos, um de investigação e um de exercícios, na última aula.*

Essa [GeoGebra] foi uma investigação, porque os alunos não sabiam o que eram máximos e mínimos e mesmo tendo estudado sobre os coeficientes, eles precisavam ligar aos conhecimentos subsunçores e explicar.

Sara: *Eu acho que eles transitaram entre os ambientes (1) e (2). Eu deixei que eles criassem suas conjecturas e depois fiz o convite para explorarem no GeoGebra. Aí eles foram construindo os caminhos para chegar na generalização. Acho que dá para carregar essa experiência e fazer atividades dessa forma, mas igual você falou e o Daniel acabou de falar, dá para trazer durante as aulas momentos investigativos. Por exemplo, quando um aluno tem uma dúvida e você vê, dá para ajudar ele com um momento investigativo, que você pode auxiliar ele chegar na resposta, sem dar direto a resposta. Dá para mesclar muito a investigação nas aulas.*

Pesquisadora: *Isso é algo que já ia perguntar para vocês. Com essas práticas em que estamos nos baseando em cenários para investigação, vocês estão fazendo esse movimento que vai desde ler os textos, pensar e discutir o plano e depois ir para a sala de aula, você acha que isso ajuda pensar em outros aspectos da sua prática? Por exemplo, mesmo estando em uma aula tradicional, dá para ter uma postura diferente?*

Sara: *Sim, isso que eu acabei de falar.*

(Transcrição da gravação da décima reunião do grupo, 2023).

Nas falas de Hiago e Helena também é possível identificar alguns pontos que já haviam sido levantados pelos seus colegas, como a dificuldade de lidar com uma tarefa baseada em cenários para investigação na introdução de algum conteúdo e a atribuição de significados aos conteúdos mobilizados nas atividades. Sara levanta um ponto que ainda não havia sido discutido de forma explícita, que consideramos como entendimento dos futuros professores em relação a outro aspecto-chave no trabalho com cenários para investigação: *a transição entre os ambientes de aprendizagem*. Conforme apontado por Skovsmose (2022), a transição entre paradigma do exercício e cenários para investigação pode ser feita de diferentes formas, e nesse processo os docentes assumem sair de sua zona de conforto para adentrar em uma zona de risco.

Além desse ponto, Sara apresenta uma reflexão a respeito do relato dos seus colegas, sobre a possibilidade de se estabelecer momentos investigativos em uma aula em que as tarefas não foram propostas com essa intenção. Ela aponta que é possível adotar outra postura, por exemplo, ao auxiliar os estudantes com suas dúvidas.

Também, os residentes mencionaram, no momento de discussão teórica (E1) no primeiro ciclo, acerca da leitura de Skovsmose (2000) sobre a possível convivência entre cenários para investigação e paradigma do exercício. Sara, por exemplo, afirmou que

Sara: Eles são complementares, no sentido de que utilizar cenários para investigação não exclui os exercícios na finalização do conteúdo, por exemplo (Notas de caderno de campo, 2023).

No caso dos dois ciclos realizados, os residentes optaram por primeiro iniciar com a tarefa que elaboraram com base em cenários para investigação, para finalizar com exercícios característicos do paradigma do exercício. Além disso, Sara afirma, a respeito da primeira atividade, ter tomado como referência os ambientes (2) e (4). Ela também elaborou tarefas baseadas no ambiente (1), mas sua tentativa do ambiente (4) acabou constituindo-se como uma atividade baseada no ambiente (3). Apesar de possuir mais abertura para discutir algumas questões, ainda permaneceu no paradigma do exercício. Skovsmose (2022, p. 5) pontua que o diagrama dos ambientes de aprendizagem (Quadro 1) “pode funcionar como estímulo para discutir possibilidades e dificuldades educacionais”. Os residentes e a professora formadora utilizaram de sua experiência do primeiro ciclo, uma vez que puderam escolher o ambiente que iriam utilizar, como referência para refletir sobre em qual deles os estudantes mais se engajaram e tiveram menos dificuldades. Nesse sentido, no segundo ciclo, a tarefa foi elaborada com base no ambiente (2). Assim, a apropriação do referencial teórico foi necessária para pensar nesses pontos.

Refletir sobre essas experiências e aliá-las com o referencial teórico também fez com que fosse possível discutir sobre um aspecto-chave importante para a prática docente: *dificuldades e potencialidades do uso de cenários para investigação*. Os residentes relataram como principais dificuldades, em ambos os ciclos, manter o aceite do convite e adotar uma postura dialógica, evitando retornar ao que é característico do paradigma do exercício, como a comunicação padrão sanduíche e a relação assimétrica (Milani *et al.*, 2017). Em relação ao primeiro ciclo, os residentes relataram dificuldades em gerenciar o tempo das aulas, sobretudo por surgirem situações imprevistas que demandam adaptações no planejamento. Além disso, os estudantes apresentaram dificuldades com a proposta em relação aos conteúdos mobilizados e por não estarem familiarizados com a característica aberta da proposta, o que fez com que os residentes apresentassem conflitos quanto a postura a ser adotada frente ao que haviam discutido sobre o referencial teórico, conforme destacado anteriormente.

Hiago: O maior desafio enfrentado foi o gerenciamento do tempo, na tentativa de equilibrá-lo entre cumprir com todo o planejamento e/ou permitir que os alunos explorassem os conceitos no seu próprio tempo. Além disso, outro desafio foi lidar com as aulas tradicionais. Conforme Skovsmose (2000) elas não devem ser abolidas, elas têm importância no processo educacional, mas foi um desafio chamar a atenção dos

alunos de forma que aceitassem essas aulas. A experiência adquirida nesta prática não apenas reforça a importância de utilizar diferentes metodologias, mas também evidencia o impacto que as metodologias de ensino inovadoras podem ter na motivação dos alunos. A reflexão sobre esses desafios e estratégias é fundamental para o aprimoramento da prática docente, o que contribui significativamente para a minha formação profissional (Relato de avaliação da regência, 2023).

Helena: *Uma dificuldade que encontrei para utilizar a metodologia de investigação matemática nas aulas, durante a atividade investigativa, foi estabelecer o diálogo com o aluno, a partir dos questionamentos apresentados, para estimular os próprios alunos a pensarem na resposta sem apresentar a resposta pronta. Um fator que pode ter contribuído para essa dificuldade é a falta de conhecimentos subsunçores, por parte dos alunos, para se basearem e assim construir o novo conhecimento (Relato de avaliação da regência, 2023).*

Carla: *Os alunos ficaram bastante empolgados com a atividade investigativa, todos participaram, mas quando voltou para a aula tradicional a maioria da turma estavam conversando e não estavam prestando atenção na aula, talvez fosse melhor pensar em outras aulas em outras formas de ensinar para que atraia o interesse dos alunos como na primeira aula. Acredito que tenha acontecido sim um cenário para investigação, porém o nervosismo atrapalhou bastante as minhas aulas, pois não aconteceram tantos momentos de diálogo e interação com os alunos o que poderá ser mudado com o tempo. Embora não tenha conseguido fazer tudo que estava previsto para as aulas no plano de aula com a ajuda consegui organizar as aulas restantes (Relato de avaliação da regência, 2023).*

Vale ressaltar que eles haviam expressado preocupações quanto ao aceite do convite e estabelecer diálogo, e a formadora orientou-os a fornecer “pequenas dicas” e a ouvir os estudantes. Assim, à medida que iam vivenciando a sala de aula, os residentes desenvolviam formas próprias de lidar com aquilo que causava preocupações, aliando as discussões acerca dos referenciais teóricos, suas vivências e as orientações da formadora. Nesse sentido, para lidar com essas dificuldades e superar o medo que sentiam quanto a essas questões, a formadora teve um papel crucial, que será mais bem discutido na próxima subseção. Além disso, falar sobre essas dificuldades também foi uma parte importante desse processo, uma vez que os outros residentes compartilhavam de suas experiências semelhantes e como lidaram com elas, além de se constituir como uma forma de refletir sobre a própria ação.

Como potencialidades, apontaram a possibilidade de novas discussões para além da matemática, uma forma de despertar outros modos de pensar nos estudantes e de compreender as diferentes maneiras de produzir significados. Além disso, destacaram maior interação entre

os estudantes, observando que aqueles que normalmente não faziam as tarefas propostas começaram a interagir mais. Foi notado que alguns estudantes começaram a ajudar os outros no decorrer das atividades, explicando os conceitos matemáticos e tendo maior autonomia para desenvolver as atividades sem recorrer sempre às explicações dos residentes. Essa observação também pode ser feita em relação ao engajamento dos residentes na proposta, o que será detalhado na análise da última categoria.

***Hiago:** A utilização da abordagem investigativa nas duas primeiras aulas demonstrou ser uma boa estratégia, incentivando os alunos a explorarem os conceitos matemáticos de forma mais autônoma, ao invés da metodologia tradicional, onde eles apenas recebem as informações de maneira passiva. A aplicação se mostrou mais bem-sucedida do que o esperado, mostrando uma considerável aceitação por parte dos estudantes (Relato de avaliação da regência, 2023).*

De forma geral, os residentes relataram que a proposta foi importante para sua formação, sobretudo ao relacionar os conhecimentos teóricos, tanto a respeito dos referenciais da Educação Matemática quanto dos conteúdos matemáticos, com a prática, buscando modos de solucionar os problemas que surgiam e adaptando seus planejamentos.

***Sara:** Essa experiência proporcionou uma valiosa oportunidade de desenvolvimento profissional, permitindo-me aplicar os conhecimentos teóricos adquiridos durante minha formação acadêmica em um contexto prático e real. A vivência dos desafios enfrentados, como a gestão de sala de aula, adaptação de estratégias de ensino e resolução de problemas técnicos, além da reflexão sobre as dificuldades encontradas e as estratégias utilizadas para superá-las, contribuíram significativamente para o meu crescimento como futura educadora (Relato de avaliação da regência, 2023).*

O saber docente é plural, se fundamenta na própria prática profissional, capaz de se modificar com o tempo, a partir de diferentes experiências e reflexões sobre elas (Tardif, 2002). Em específico, o saber experiencial “[...] não depende propriamente do tipo de prática ou de experiência, mas sim das aprendizagens que somos capazes, com a mediação do outro, de extrair dela” (Fiorentini; Nacarato; Pinto, 1999, p. 39). Reforçamos então a importância dos saberes ensinados pelas instituições de ensino, mas destacamos o papel no processo de formação dos professores de suas experiências, que se moldam por meio dos processos de reflexão e *enactment*. As experiências são singulares, por mais que vivenciadas no mesmo ambiente e com as mesmas características, pois dependem do significado atribuído a elas e o quanto conseguiram moldar quem as viveu. Nesse sentido, evidenciamos o potencial formativo

de se investigar a própria prática e de refletir coletivamente sobre ela, pois, quando envolvidos nesse ambiente, “[...] o professor não apenas reflete sobre o vivido e expressa saberes práticos, como também os ressignifica à medida que os relata e estabelece um confronto com experiências outras” (Fiorentini. Nacarato; Pinto, 1999, p. 54).

Dessa forma, a apropriação do referencial por parte dos residentes mostrou-se importante para que a proposta dos Ciclos de Formação Docente para a EMC fosse desenvolvida e para que eles refletissem, juntos, sobre sua própria prática e a postura adotada, buscando fazer do diálogo o principal elemento de suas aulas para um ambiente acolhedor ser criado. As considerações anteriores estão relacionadas ao entendimento de cenários para investigação e diálogo dos residentes. Para alguns, o fato de se trabalhar com o conteúdo primeiro não permitiria novas descobertas e um cenário para investigação não iria se constituir, enquanto para outros era necessário que o conteúdo fosse abordado de alguma forma previamente. Alguns residentes apontavam que não poderiam auxiliar os estudantes no momento de desenvolvimento das tarefas para permitir novas descobertas. Outros consideravam que poderiam auxiliar, mas sem indicar caminhos e soluções, sendo isso, muitas vezes, necessário para o envolvimento deles e, conseqüentemente, o desenvolvimento das tarefas propostas.

Assim, os seguintes aspectos-chave foram relevantes para o entendimento dos futuros professores acerca de cenários para investigação: zona de risco; diferença entre paradigma do exercício e cenário para investigação; melhor momento para utilizar cenários para investigação; diálogo; apoio do docente no desenvolvimento de cenários para investigação; movimentos investigativos e cenários para investigação; transição entre os ambientes de aprendizagem; dificuldades e potencialidades do uso de cenários para investigação.

A importância da apropriação do referencial teórico também reside no fato de sua influência no engajamento dos residentes na proposta, uma vez que eles sempre se recordavam das discussões acerca dos artigos e buscavam incorporar em sua prática os elementos que ali eram apresentados e considerados por eles importantes para se criar um espaço democrático, adotando uma postura crítica e dialógica. Apesar disso, no primeiro ciclo, no qual ocorreu a primeira experiência dos residentes de estarem a frente de uma sala de aula, eles utilizaram do que haviam se apropriado do referencial para moldar sua postura em sala de aula, o que, em muitos momentos, gerou frustrações por se depararem com realidades diferentes daquelas apresentadas.

Contudo, essa vivência em sala de aula proporcionou que os residentes adaptassem o que havia sido discutido à sua realidade e fossem construindo sua concepção acerca de cenários

para investigação. Esses episódios evidenciam como os residentes ressignificaram suas concepções sobre cenários para investigação por meio de suas experiências em sala de aula e a reflexão sobre elas junto aos outros residentes e às professoras formadora e supervisora, construindo assim seus saberes (Tardif, 2002). Além disso, o processo de *enactment* também pode ser notado, uma vez que os residentes, a partir de suas vivências e da reflexão, colocaram em ação novas crenças e remodelaram suas práticas em suas próximas experiências. Assim, reflexões sobre o domínio das consequências, que se relaciona aos resultados obtidos em sala de aula, ocasionaram mudanças no domínio pessoal e, conseqüentemente, no domínio da prática (Clarke; Hollingsworth, 2002).

Na subseção seguinte apresentaremos alguns fatores que impactam no engajamento dos futuros professores no desenvolvimento de cenários para investigação no contexto do PRP, o que, conseqüentemente, engloba a problemática apresentada da apropriação do referencial teórico e adaptação ao contexto em que os residentes estão inseridos.

6.2 FATORES QUE INFLUENCIARAM O DESENVOLVIMENTO DE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

Nesta pesquisa, buscamos compreender como futuros professores de Matemática se engajam no estudo, na elaboração e no desenvolvimento de cenários para investigação com estudantes do Ensino Médio, a partir de uma proposta formativa denominada de “Ciclos de formação docente para a EMC”. Nesse sentido, destacamos alguns fatores que influenciaram o desenvolvimento de cenários para investigação e a maneira como ocorreu o engajamento dos futuros professores nesse processo. Destacam-se *fatores que podem obstruir os cenários para investigação* (Afini, 2023), como fatores externos ao PRP, que estão relacionados as imposições da escola, as demandas do próprio curso de graduação, e fatores inerentes a própria prática docente, e os *fatores que podem favorecer o engajamento dos futuros professores nos ciclos*, como a própria proposta do PRP e a postura adotada pela professora formadora.

Ao longo do desenvolvimento dos cenários para investigação com os estudantes do Ensino Médio, algumas adaptações foram necessárias devido a fatores externos ao PRP, relacionados ao contexto da escola. Aconteciam mudanças constantes na rotina da escola que influenciaram o desenvolvimento dos cenários para investigação e o engajamento dos futuros professores. Durante o ano letivo, ocorreram trocas de professores que implicaram na reorganização dos horários de cada disciplina. Com isso, os residentes também precisaram se

reorganizar quanto aos dias que acompanhavam as aulas da professora supervisora, uma vez que as aulas de Matemática foram alteradas e alguns residentes trabalhavam e não podiam ir à escola diariamente. Também, as greves que ocorreram ao longo do ano de 2023 nas escolas da rede estadual de Minas Gerais, reivindicando o pagamento do reajuste salarial, e os jogos interclasse, que ocorriam nos horários das aulas, demandaram reorganizações no cronograma elaborado para o desenvolvimento das tarefas.

Nesse sentido, era necessário articular essas mudanças com as demandas do próprio programa, neste caso, a realização das regências, e o currículo da escola. Havia pouco tempo para o desenvolvimento dos cenários para investigação, uma vez que as regências eram compostas de quatro aulas de 50 minutos e os futuros professores precisavam formalizar o conteúdo matemático e desenvolver algum tipo de avaliação, geralmente feita na última aula, com a realização de exercícios sobre o conteúdo. Esse era o padrão adotado pela professora supervisora, demandado também que os residentes o fizessem.

Além disso, a falta de estrutura das escolas também influenciou o desenvolvimento de cenários para investigação com os estudantes do Ensino Médio. Havia superlotação das salas, na qual, em alguns dias, tinham-se mais de 35 estudantes, e os residentes relatavam que tanto os estudantes quanto eles precisavam buscar cadeiras e mesas em outras salas. Essa superlotação demandava mais atenção por parte dos residentes durante o desenvolvimento das tarefas, gerando, em alguns momentos, preocupação se estavam auxiliando todos os estudantes que precisavam.

***Sara:** No nosso sistema de ensino tem uma superlotação. São muitos estudantes para a gente dar atenção.*

***Hiago:** Eu acho que não ia conseguir sem a ajuda do pessoal.*

***Helena:** Eu acho que ia conseguir, mas não ia dar atenção para todo mundo.*

(Notas de caderno de campo, 2023).

Também, a falta de recursos e a dificuldade em utilizar os laboratórios de informática da escola eram outros fatores que dificultavam o desenvolvimento de algumas tarefas. Isso é algo recorrente, apontado pela literatura em Educação Matemática relacionada ao trabalho com tecnologias digitais nas escolas (Cardoso; Sampaio, 2019; Lopes, 2013; Leite; Ribeiro, 2012). Cardoso e Sampaio (2019) apontam que, mesmo após 40 anos da inserção de tecnologias digitais nas escolas, ainda há problemas que persistem desde o início, como a falta de infraestrutura dos laboratórios de informática. Os residentes planejaram desenvolver um cenário para investigação com os estudantes para discutir sobre o gráfico de uma função

quadrática, utilizando o laboratório de informática para terem acesso aos computadores e ao *software* GeoGebra. Ao apresentarem sua ideia, a professora supervisora logo apontou a falta de computadores para todos os estudantes e, então, os residentes viram como opção a formação de grupos. Mas, devido à superlotação das salas, os grupos teriam mais de seis integrantes e, na opinião dos residentes, isso poderia atrapalhar a investigação, pois nem todos conseguiriam manipular o *software*.

Helena: *Podemos usar o laboratório de informática, né?*

Supervisora: *Sim, vou agendar com o pessoal. Mas, não são todos os computadores que funcionam.*

Sara: *Mas aí a gente pede para eles formarem grupos. Será se dá?*

Daniel: *Acho que ficaria muita gente em um grupo só e nem todo mundo ia conseguir mexer no GeoGebra. Na minha opinião, isso atrapalha a investigação.*

Helena: *Verdade.*

(Transcrição da gravação da oitava reunião do grupo, 2023).

Contudo, os residentes conseguiram vislumbrar opções para resolver essa situação e a solução apresentada por eles foi a do uso dos próprios celulares dos estudantes para obter acesso ao aplicativo do GeoGebra. Para os estudantes terem acesso à internet, os residentes, por intermédio da professora supervisora, conseguiram autorização para inserir a senha do *Wi-fi* da escola nos celulares dos estudantes, mas, no momento de desenvolvimento da tarefa, nem todos conseguiram acesso. Isso pode ter ocorrido pelo fato de muitos dispositivos terem sido conectados simultaneamente na mesma rede de *Wi-fi*, interferindo na qualidade da conexão, tendo em vista vários fatores, como a velocidade da internet contratada e o tipo de roteador utilizado. Contudo, os próprios estudantes ajudaram na solução deste problema, conforme o relato de Sara sobre este episódio:

Sara: *Deu quase tudo certo. Só a primeira aula que ficou um pouco prejudicada porque alguns imprevistos com o GeoGebra e os celulares aconteceram, nem todo mundo conseguiu acessar o Wi-Fi. Mas eu fiquei muito surpresa com isso porque eles [os estudantes] começaram a compartilhar internet uns com os outros. Foi muito legal ver eles se ajudando. (Transcrição da gravação da nona reunião do grupo, 2023).*

A superlotação das salas de aula e a falta de recursos são fatores que podem obstruir o desenvolvimento de cenários para investigação. Por outro lado, neste relato, é possível perceber que os residentes elaboraram estratégias para utilizar os celulares dos estudantes como forma de acesso ao GeoGebra. Houve situações inesperadas que poderiam obstruir o desenvolvimento

da tarefa, mas, com a ajuda dos próprios estudantes, os residentes conseguiram contorná-las. Isso evidencia que tanto os residentes quanto os estudantes do Ensino Médio estavam dispostos a desenvolver a tarefa. Também, os residentes tinham uma boa relação com a direção da escola e a professora supervisora dispôs de algumas de suas aulas para o desenvolvimento da proposta, colocando-se à disposição para ajudá-los com as barreiras que surgiram. Os residentes aceitaram o convite de planejar e desenvolver um cenário para investigação e os estudantes, por sua vez, aceitaram o convite para adentrá-lo. Ambos os envolvidos estavam engajados. Dessa forma, apesar de situações que poderiam obstruir o desenvolvimento dos cenários, por meio do engajamento dos residentes e dos estudantes, foi possível encontrar meios para concretizar a proposta.

Além disso, há alguns fatores inerentes à própria prática docente que influenciaram como os residentes se engajaram na proposta. Todos os residentes relataram ter de lidar com a dificuldade apresentada pelos estudantes do Ensino Médio com os conteúdos matemáticos. Segundo Afini (2023, p. 111) “[...] o trabalho pedagógico com cenários para investigação valoriza, entre outros aspectos, os conhecimentos prévios dos estudantes e estabelece uma ligação com algo que eles já conhecem” e essa dificuldade gerou preocupações por parte dos residentes, sobretudo por, segundo eles, dificultar o estabelecimento do diálogo:

***Helena:** Fui dando as pequenas dicas para ajudar os alunos porque eles tinham muitas dificuldades básicas e isso atrapalhava um pouco.*

***Formadora:** Que tipo de dificuldades?*

***Helena:** Eles não sabiam multiplicação e divisão, aí eu tinha que parar e explicar coisas que já eram para eles terem aprendido. Quando era em relação ao caderno de acompanhamento, tentei não dar respostas prontas e estabelecer o diálogo, mas no final precisei ser mais direta porque tinha pouco tempo. Não consegui estabelecer o diálogo com alguns alunos porque eles não sabiam quase nada.*

(Transcrição da gravação da quinta reunião do grupo, 2023).

Também, a carga horária do curso de licenciatura em Matemática foi um fator que influenciou no engajamento e, em determinado momento, foi apontada pelos residentes como o principal elemento que dificultava sua participação efetiva nas tarefas propostas pela formadora. Todos os residentes se encontravam em processo de finalização do curso, em que estavam se preparando para defender seus Trabalhos de Conclusão de Curso. Além disso, devido ao regime de estudos adotado pela universidade no período da pandemia de COVID-19, os futuros professores tiveram sua grade de estudos alterada e cursaram disciplinas de forma condensada, o que gerou um acúmulo de disciplinas quando o regime presencial foi

reestabelecido. Assim, eles estavam cursando nove disciplinas no período e relataram ter muitas obrigações a cumprir, o que demandava sua atenção e dificultava a dedicação às atividades do programa, conforme relatado por Daniel no episódio em que a professora formadora conversou com os residentes sobre essa situação.

***Daniel:** Eu concordo que nós “estamos parecendo mortos”, sei que assumimos um compromisso, mas nós estamos cansados (Notas de caderno de campo, 2023).*

Por outro lado, há fatores que favorecem o desenvolvimento de cenários para investigação e o engajamento dos futuros professores nos ciclos de formação. A própria estrutura do PRP favorece o engajamento dos residentes, por permitir que tenham mais autonomia e tempo para elaborar suas regências, assim como que tenham mais tempo para se ambientar com a turma em que desenvolveram as tarefas. Eles apontaram, conforme apresentado em momentos anteriores, que a dinâmica adotada no PRP difere das disciplinas de estágio I e II. Inicialmente, eles tiveram dificuldades em elaborar mais aulas, uma vez que nas disciplinas de estágio I e II precisavam ministrar apenas uma e nas regências do PRP eram quatro aulas. Contudo, relataram que o tempo para o planejamento e as reflexões após o desenvolvimento das tarefas era maior. A literatura em Educação Matemática aponta os momentos de reflexão pós-aula como importantes para a formação docente (Rodrigues; Santos; Ponte, 2024; Serrazina, 2014), o que, em nossa visão, favorece a construção e remodelação dos saberes experienciais dos futuros professores (Tardif, 2002). Nesse sentido, Serrazina (2014, p. 1055) aponta que “[...] a reflexão provoca a ação, na medida em que quando refletem os professores tornam-se mais confiantes na sua capacidade para lidar com a Matemática de modo diferente, identificando as suas fragilidades, mas também as suas potencialidades”.

Sobretudo, quanto as reflexões, Daniel relata ter sido importante para ele o fato de repensar em sua postura e em sua futura prática, destacando que, os colegas que cursavam as disciplinas de estágio III e IV com ele e outros residentes não tinham essa mesma experiência, já que havia outras demandas das disciplinas que não favoreciam mais tempo destinado a tais momentos. Além disso, no edital do subprojeto Matemática do PRP a investigação, na perspectiva de trabalho com a Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2023), já estava prevista como uma abordagem a ser utilizada, o que favoreceu o desenvolvimento dos ciclos e o engajamento dos residentes na proposta.

Além disso, a postura adotada pela professora formadora também influenciou na forma como os residentes se engajaram na proposta formativa. A perspectiva adotada por ela, em

direção às preocupações da EMC, favoreceu o desenvolvimento dos cenários para investigação. Os residentes expressaram em vários momentos suas preocupações quanto ao desenvolvimento de cenários para investigação, uma vez que era considerado algo novo para eles. Ainda no momento do planejamento, eles relataram ter medo de que os estudantes não aceitassem o convite e a formadora buscava tranquilizá-los, relatando suas experiências e orientando-os na forma como poderiam agir, oferecendo “pequenas dicas” aos estudantes, por exemplo. Além disso, ela sempre lembrava os residentes de que não estariam sozinhos e poderiam recorrer aos colegas, à pesquisadora e à professora supervisora, que estariam presentes em sala de aula, e a ela também, caso precisassem de apoio. De fato, isso ocorreu e, nos intervalos entre a realização de cada uma das aulas de cada residente, a formadora ouvia os relatos das regências e, aliado aos apontamentos da supervisora e da pesquisadora, buscava orientá-los com sugestões e, até mesmo, reformulações nas propostas, fornecendo apoio no que precisassem.

Ademais, conforme relatado anteriormente, os residentes estavam se sentindo sobrecarregados pela quantidade de demandas relacionadas ao curso. Quando questionados pela formadora sobre o que, para ela, seria desinteresse em participar das ações propostas, eles explicaram sua situação e relataram estar cientes do compromisso que fizeram, mas estavam cansados com tantas demandas. Tendo em vista essa situação, a formadora mostrou-se empática com a situação e repensou sua posição, que, naquele momento, não foi de cobrá-los ainda mais sobre as demandas do PRP, mas reforçar que juntos poderiam pensar em soluções para amenizar essa sobrecarga. A partir desse momento, que antecedeu o segundo ciclo e o desenvolvimento da tarefa do GeoGebra, os residentes participaram ativamente de cada etapa. Ao adotar essa postura, a formadora proporcionou um ambiente em que todos puderam falar e ouvir sobre as diferentes situações que coexistiam naquele espaço e impactavam no envolvimento de cada um. Ela poderia não ter oportunizado esse momento e os residentes poderiam se sentir cada vez mais pressionados, participando apenas para cumprir suas obrigações e não, de fato, engajando-se na proposta.

Dessa forma, todos esses fatores podem influenciar a forma como os cenários para investigação vão ser desenvolvidos por futuros professores em uma proposta como a realizada neste trabalho. Alguns podem obstruí-los, ou seja, elementos que dificultam o seu desenvolvimento (Afini, 2023). A interferência no planejamento dos residentes, devido às mudanças na escola, as barreiras estruturais, como falta de recursos, e as dificuldades dos estudantes do Ensino Médio com os conteúdos matemáticos, fizeram com que os residentes deixassem suas preocupações sobressair em alguns momentos. A excessiva carga horária e a quantidade de obrigações foram os fatores que mais influenciaram a forma como os residentes

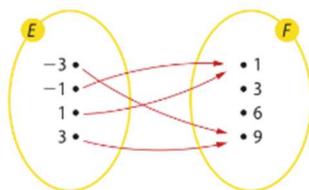
se engajaram, em que eles se sentiam pressionados a cumprir todas as demandas para conseguirem colar grau no tempo estipulado. Conforme relatado, em algumas situações de obstrução dos cenários para investigação, os futuros professores conseguiram encontrar soluções para resolver as situações e desenvolver seus planejamentos. Contudo, isso poderia não ter ocorrido caso eles não estivessem, de fato, engajados na proposta. Por sua vez, esse engajamento foi favorecido por outros fatores, como a dinâmica do PRP e a postura adotada pela professora formadora, possibilitando o desenvolvimento dos cenários para investigação.

6.3 IMPLICAÇÃO DA/PARA A PROPOSTA FORMATIVA

Dois ciclos de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica completos foram realizados durante esse estudo e algumas implicações surgem dessa proposta, como a importância da discussão do conteúdo matemático e das vivências com cenários para investigação, assim como possibilidade de confrontar o referencial teórico e a prática em sala de aula e a possibilidade de incorporar as preocupações da EMC nas regências, e outras surgem para refletirmos acerca da proposta e as adaptações que poderiam ser feitas para melhorá-la, como a dinâmica de avaliação adotada, o papel da formadora na proposta, a prática colaborativa e a influência do espaço de formação. Nesta subseção, essas implicações serão discutidas.

Conforme já mencionado, o conteúdo matemático mobilizado nos dois ciclos foi o mesmo, funções, e o que diferenciava eram os tópicos abordados e o tipo de abordagem. No primeiro ciclo, a formadora propôs que os residentes analisassem o livro didático utilizado pelos estudantes do Ensino Médio como forma de inspiração para introduzir o conceito de função. No planejamento das ações que seriam realizadas pelos residentes, a formadora não considerou que seria necessário o estudo do conteúdo de funções, pois os residentes já haviam feito as disciplinas que abordam esse conteúdo, como Cálculo I e II, pressupondo assim que, por esse contato, não teriam dúvidas e a análise do material seria suficiente para que retomassem os conceitos trabalhados e planejassem suas tarefas. Contudo, um dos residentes apresentou uma dúvida quanto à definição de função em um dos exemplos apresentados pelo material analisado de casos de relações que representavam ou não funções. O exemplo em questão apresentava os conjuntos $E = \{-3, -1, 1, 3\}$ e $F = \{1, 3, 6, 9\}$ e a relação de E em F expressa por $y = x^2$, com $x \in E$ e $y \in F$, que representa uma função de E em F (Figura 26).

Figura 26 – Exemplo de função



Fonte: Bonjorno; Giovanni; Sousa (2020, p. 65).

Na ocasião, Daniel questionou:

Daniel: *Por que esse exemplo é uma função se sobram elementos no conjunto F? Para ser função não podem sobrar elementos... (Notas de caderno de campo, 2023).*

Com esse apontamento no final da frase do residente, conclui-se que, possivelmente, ele apresentou uma confusão quanto à definição de função. A professora supervisora e outros residentes logo responderam à pergunta afirmando que:

Supervisora: *Não pode sobrar em E (Notas de caderno de campo, 2023).*

A formadora então solicitou que os residentes retomassem a definição apresentada pelo material: “Dados dois conjuntos não vazios, A e B, uma função de A em B é uma relação que associa cada elemento x de A a um único elemento y de B” (Bonjorno; Giovanni; Sousa, 2020, p. 64). Após isso, Sara, referindo-se ao residente que fez a pergunta, disse que

Sara: *A definição é que todo elemento de A deve estar associado a um único elemento de B, então pode sobrar em B, mas não pode sobrar em A (Notas de caderno de campo, 2023).*

Esse episódio corrobora com o que Afini (2023) também constatou em sua pesquisa em relação à importância de se discutir o conteúdo de matemática e não pressupor que os professores não vão apresentar dúvidas por estarem em constante exposição a tais conteúdos e já os terem consolidado. Nesse sentido, “as aulas no paradigma do exercício podem ser uma forma dos professores permanecerem na sua zona de conforto devido as suas próprias dificuldades de lecionar os conteúdos matemáticos” (Afini, 2023, p. 118), tendo em vista que as respostas dos exercícios, que são únicas, já são previstas pelos professores e não há tanta abertura para o diálogo. Em cenários para investigação, há diferentes possibilidades de

respostas, devido à característica aberta da proposta (Silva; Penteado, 2013), e outras questões para além do conteúdo previsto podem surgir.

O momento de discussão se configurou como uma oportunidade para discutirem sobre a definição de função, por mais que não tenha sido programado pela formadora, e como articular o que estava no livro didático, o que haviam estudado na graduação e os conteúdos prévios apresentados pelos estudantes do Ensino Médio. As professoras formadora e supervisora assumiram um papel importante nesse processo, pois além de discutir sobre o conteúdo matemático, discussões sobre a forma como eles vão ser trabalhados foram feitas. Dessa forma, como uma implicação para o ciclo de formação, os resultados evidenciam a importância de que *na primeira etapa dos ciclos de formação para a EMC os conteúdos matemáticos não sejam ignorados nas discussões*, sobretudo pela oportunidade que é criada de se promover aproximações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar e articulações entre os conhecimentos matemáticos e didáticos por intermédio do papel e das ações do formador (Ribeiro; Ponte, 2020).

Os resultados também evidenciam a importância de que sejam proporcionadas *vivências com cenários para investigação* antes do desenvolvimento das tarefas em sala de aula. Na proposta dos ciclos de formação para a EMC, esse momento ocorre na primeira etapa e o objetivo é que, para além das leituras dos referenciais teóricos que apresentam exemplos de cenários para investigação, os futuros professores também os vivenciem. No primeiro ciclo, não houve um momento de ambientação com cenários para investigação, uma vez que, em conjunto com a formadora, considerou-se que seria suficiente a leitura de Skovsmose (2000) e Milani (2020), devido ao pouco tempo para atender ao cronograma das ações dos PRP, elaborado juntamente com a professora supervisora e considerando suas demandas e o calendário escolar. Além disso, o foco foi dado no planejamento das aulas e na apresentação das propostas, que contavam com sugestões das professoras formadora e supervisora, pelo fato de que a apresentação das propostas poderia possibilitar discussões de como suas tarefas poderiam ser desenvolvidas com os estudantes. Isso foi considerado uma prioridade, pois o planejamento das aulas era algo que os residentes ainda estavam se familiarizando e eles haviam tido poucas experiências em sala de aula, destinando assim mais reuniões para discutir sobre ele por ser considerado uma necessidade do grupo.

Na reunião realizada na semana anterior do início das regências, os residentes apresentaram as tarefas elaboradas e o objetivo de cada uma delas para abordar os tópicos do conteúdo, no caso, dependência e independência de variáveis, demonstrando estarem receosos

quando a postura que iriam adotar e o como as tarefas seriam recebidas pelos estudantes, conforme o trecho abaixo demonstra.

Helena: *Minha ideia é começar apresentando um exemplo para os alunos construírem sua ideia de dependência e independência de variáveis e vou pedir para eles pensarem em exemplos. Depois, vou apresentar uma primeira ideia de função para dar um ponta pé para eles formularem sua definição. Vou pedir para eles se dividirem em grupos e pensarem em três exemplos e apresentar para turma. Você acha que tem algum problema dar esse ponta pé?*

Formadora: *Não vejo problema, mas sugiro que você inicie sua regência com as atividades investigativas para os alunos estabelecerem generalizações e o pensamento funcional e o exemplo que você vai trazer de dependência de variáveis pode ser algo do cotidiano.*

(Transcrição da gravação da quarta reunião do grupo, 2023).

Balançando com a cabeça, em um gesto de concordância com a formadora, Helena responde

Helena: *O problema é esse, articular essas ideias... Ainda estou no paradigma do exercício. Estou com medo de não saber o que fazer na hora...*

Formadora: *Como assim?*

Helena: *Medo dos alunos não gostarem da atividade... de não aceitarem o convite.*

Sara: *É um medo de fugir do controle, com conversas paralelas. É difícil sair de algo que estamos acostumados a vida toda para algo novo.*

(Transcrição da gravação da quarta reunião do grupo, 2023).

Após relatar uma experiência em que também teve a mesma sensação relatada pela Helena, a formadora disse a todos os residentes

Formadora: *Às vezes, a gente deve se arriscar para saber se funciona ou não e vão ter mais pessoas para ajudar na escola.*

Sara: *Tenho medo de arriscar e os alunos não aceitarem o convite.*

(Transcrição da gravação da quarta reunião do grupo, 2023).

Nesse trecho, destaca-se a fala de Sara acerca da saída do paradigma do exercício, algo que estavam acostumados ao longo de toda sua trajetória acadêmica, para tarefas investigativas, sendo considerado algo novo para eles. Os residentes se preocupavam, sobretudo, com o aceite do convite e não dar “respostas prontas”, remetendo ao padrão sanduíche característico do paradigma do exercício. A professora formadora, percebendo a inquietação dos residentes, os orientou quanto ao que ela chama de “pequenas dicas”, utilizadas como alternativa a essas

“respostas prontas” e como forma de auxiliar os estudantes em suas investigações, quando apresentassem dúvidas, e chamou sua atenção para a escuta ativa. Percebemos, então, que eles estavam focados nos referenciais teóricos, já que eram sua inspiração para o desenvolvimento das tarefas, e em compreender essa nova proposta, observando falas como “*Uma investigação tem bastante pergunta, né? Para questionar e instigar os alunos*”. Afini (2023) também aponta que os professores participantes de sua pesquisa estavam mais focados em compreender essa nova metodologia.

Em nossa análise, temos como hipótese de que essas preocupações poderiam ter sido reduzidas se os residentes tivessem se envolvido em propostas de trabalho com cenários para investigação, pois assim teriam experiências para embasar os processos de elaboração e desenvolvimento das tarefas. Tal hipótese foi levantada com base nas falas dos residentes, por se questionarem o que seria uma investigação e expressarem o medo de que os estudantes não aceitassem o convite. Ou seja, quando tais preocupações surgiram, foi considerado pela pesquisadora e pela professora formadora que essas falas e dúvidas surgiam pela inexperiência com a sala de aula e, por isso, o foco deveria ser no planejamento e em oportunizar discussões de como ele poderia se desenvolver. Mas, por estarem relacionadas a aspectos importantes de cenários para investigação, como o aceite do convite e a postura que poderia ser adotada para oportunizar o estabelecimento de investigação, acreditamos que a vivência com cenários para investigação poderia ter ajudado.

Apesar dessas dificuldades, esse primeiro ciclo se constituiu como a primeira experiência de atuação em sala de aula dos residentes. Mais ainda, sua primeira experiência com cenários para investigação, e os residentes ficaram mais atentos à sua postura e se sentiram mais preparados para tentar elaborar novas tarefas, considerando as particularidades de cada turma, as dificuldades encontradas e o que havia dado certo. O trecho abaixo ressalta que, devido à falta de experiências, eles tentaram se basear nos exemplos dos referenciais teóricos e nas orientações da formadora.

***Helena:** Fui dando as pequenas dicas para ajudar os alunos porque eles tinham muitas dificuldades básicas e isso atrapalhava um pouco [...] Todo momento lembrava dos textos e tentei não dar respostas prontas (Notas de caderno de campo, 2023).*

No momento de reflexão coletiva (E4), a formadora buscou enfatizar no relato dos residentes os aspectos relacionados a cenários para investigação e como conduziram suas aulas na direção da criação desses ambientes, como as orientações que eles chamavam de “pequenas

dicas” e davam suporte para o avanço das investigações por parte dos estudantes. Isso auxiliou os residentes a entenderem o primeiro ciclo como um aprendizado para as próximas práticas e a entenderem melhor, a partir de suas próprias experiências, como poderia ser feito o trabalho pedagógico com cenários para investigação.

Tendo em vista esses relatos, no segundo ciclo foi proposto que os residentes realizassem, em conjunto, a tarefa “Exploração de uma conta d’água”, elaborada pela formadora e pela pesquisadora com referência à matemática pura, mas que trazia dados reais. O intuito era de que os residentes pudessem ter vivências de cenários para investigação (Silva, 2023; Afini; Silva, 2024), tendo em vista as inquietações que apresentaram no primeiro ciclo quanto a postura a ser adotada, qual direcionamento frente às dúvidas apresentadas pelos estudantes, como manter o aceite do convite, e que a tarefa pudesse ser mais uma fonte de inspiração, com exemplos dos referenciais teóricos, para elaboração de suas próprias tarefas.

Visamos oportunizar mais experiências com o foco na criação de ambientes baseados em cenários para investigação, para que, além da experimentação, pudéssemos discutir sobre os aspectos desses ambientes com base na vivência dos residentes enquanto professores, tendo em vista suas experiências do primeiro ciclo conduzindo aulas, e como participantes, no sentido de realizarem as investigações tal como seus estudantes. Notamos que aceitaram o convite para realizar essa tarefa e um cenário para investigação se constituiu (Skovsmose, 2000). Isso pode ter ocorrido por alguns elementos da proposta, discutidos por Afini e Silva (2024) ao apontarem características que favorecem o aceite de professores para se envolverem nas tarefas propostas. Dentre tais características, podemos citar que a proposta possibilita aos participantes a identificação de possibilidades de incorporar as tarefas em sua prática docente e dos possíveis ambientes de aprendizagem que estão caminhando. Além disso, as propostas mobilizam elementos do seu cotidiano e os materiais, no formato de caderno de acompanhamento, por exemplo, apoiam e direcionam as investigações e as etapas a serem realizadas.

A partir dessa vivência, os residentes pensaram em novas possibilidades, tanto para tarefa que iriam elaborar quanto para a postura que iriam adotar, já que a formadora evidenciou a importância do diálogo, das “pequenas dicas” quando não fossem apontadas possibilidades para o desenvolvimento da tarefa ou quando fossem apresentadas dificuldades conceituais, das perguntas que podem orientar novas descobertas e caminhos para percorrer, dentre outras coisas. Acreditamos que isso tenha impactado positivamente na formação e o repensar da postura adotada em sala de aula, sobretudo por terem se colocado, de certa forma, na posição dos seus estudantes de estarem realizando investigações, além de tomar como base a postura da formadora e da pesquisadora na condução da tarefa. Uma residente relatou que

Sara: *Essa atividade expandiu os horizontes e consegui entender melhor o que são essas pequenas dicas e como posso usar elas nas aulas.*

(Transcrição da gravação da décima oitava reunião do grupo, 2023).

Ela completou seu relato dizendo que o caderno de acompanhamento serviu de inspiração para planejar o dela e finalizou dizendo que

Sara: *O mais importante é o que acontece na hora [da investigação] e como vamos conduzir. Nesse caso, eu achei que a gente não ia sair do lugar, mas a formadora veio e deu uma luz*

(Transcrição da gravação da décima oitava reunião do grupo, 2023).

Essa é a mesma residente que afirmou em tom de dúvida que, para ser uma investigação, a tarefa proposta deveria conter vários questionamentos no caderno de acompanhamento. Contudo, após a vivência com o cenário para investigação, em nossa análise, a residente apresentou uma mudança de perspectiva e compreendeu que, mais do que o caderno de acompanhamento elaborado, um cenário para investigação se constitui no momento do desenvolvimento da tarefa, com o aceite do convite e o engajamento na proposta (Skovsmose, 2000). Os trechos trazidos anteriormente sobre as falas de Sara corroboram nossa hipótese de que as vivências com cenários para investigações contribuem para a construção da concepção de cenários para investigação e para repensar na postura que pode ser adotada.

Além disso, destaca-se que esse momento de vivências é um importante aliado para a *imaginação pedagógica* (Lima, 2021; Skovsmose, 2015) ser exercitada. Ao final do terceiro encontro, Hiago relatou “*agora ficou mais fácil pensar em formas de trabalhar problemas reais*”, referindo-se ao fato da tarefa mobilizar dados reais e uma problemática muito importante de ser discutida, o consumo de água e formas de economizar, mas que vão além das costumeiras, como armazenar a água das máquinas utilizada para lavar roupas. A formadora citou, por exemplo, o sistema utilizado em sua casa de captação de águas das chuvas, armazenadas em caixas d’água com capacidade de 10.000 litros. Apesar de levantar esses pontos, o cenário para investigação faz referência à matemática pura. Contudo, os residentes se colocaram no movimento de pensar temas que poderiam ser discutidos em sala de aula e Daniel sugeriu que a situação das Auxiliares de Serviços da Educação Básica (ASB’s), do estado de Minas Gerais, fosse explorada.

Na escola em que atuavam, os estudantes e as ASB's estavam se mobilizando para iniciar uma greve, pois suas condições salariais eram precárias, e o residente alertou que a matemática poderia ser utilizada para discutir essa situação e levantar questões importantes para se pensar as injustiças sociais envolvidas. Devido à ementa da disciplina que precisava ser seguida, não foi possível elaborar e nem desenvolver essa proposta, mas entendemos ser o início de reflexões críticas e resultados importantes das vivências com cenários para investigação, conforme também foi apontado por Afini (2023, p. 93) “[...] conhecer e vivenciar tarefas matemáticas nestes ambientes pode contribuir para a imaginação pedagógica docente, principalmente para um momento posterior de elaboração de suas próprias tarefas”. Além disso, em concordância com Milani e Silva (2018, p. 460).

Acreditamos na importância de proporcionar momentos na formação inicial de professores que privilegiem a aprendizagem de uma interação mais dialógica com seus futuros alunos. Trata-se de um objetivo ligado ao ensino. O modo como os futuros professores respondem a essas atividades e como se enxergam como profissionais implementando tais atividades em sua prática são aspectos voltados à pesquisa no contexto da Educação Matemática Crítica.

Civiero (2016) destaca que a falta de experiência com cenários para investigação é algo comum entre os professores de matemática e tem origem na licenciatura e os resultados de sua pesquisa, juntamente com os resultados de Lima e Soares (2022), Milani (2020) e Milani e Silva (2018), evidenciam que o envolvimento de futuros professores em cenários para investigação permite que, gradualmente, algumas barreiras sejam quebradas, como a resistência a esse tipo de proposta. Por sua vez, isso pode contribuir para os licenciandos assumirem uma postura investigativa e dialógica.

No segundo ciclo, na etapa de planejamento, a tarefa “Explorar os coeficientes de uma função afim com o GeoGebra” foi elaborada e desenvolvida por todos da equipe como um “teste”. Os residentes ministraram a regência para a formadora e para a supervisora, com o intuito de prever determinadas dificuldades que poderiam surgir ao manipular o aplicativo, em uma tentativa de diminuir situações imprevistas (Silva; Penteado, 2013). Após o desenvolvimento da tarefa, no momento de reflexão, Daniel relatou que

***Daniel:** as coisas que a formadora perguntou, os estudantes também perguntaram no momento da aula (Notas de caderno de campo, 2023).*

Eles afirmaram que se sentiram mais preparados para lidar com as perguntas que surgiram e se sentiram mais confiantes no segundo ciclo em comparação ao primeiro, devido às experiências adquiridas.

Esse relato corrobora outro resultado da pesquisa, *a relação entre a realização de mais ciclos e maior autonomia dos residentes no processo de elaboração e de desenvolvimento das propostas*. No momento de vivência com cenários para investigação, os residentes esperavam que a formadora indicasse o que deveria ser feito e, somente no último encontro, começaram a tomar suas próprias decisões e iniciar as discussões sem que a formadora as fizesse. Milani e Silva (2018, p. 474), ao analisar o envolvimento dos futuros professores em cenários para investigação, perceberam “inicialmente, uma forte dependência, por parte deles, de nossas instruções e comandos, característica própria da Educação Matemática tradicional”. Nesse sentido, nossa hipótese, e o que alguns resultados têm mostrado, é que quanto mais se ambientam a esse tipo de atividade, mais se os futuros professores se engajam e maiores são as possibilidades de que incorporem em suas práticas.

O mesmo argumento pode ser utilizado para os ciclos de formação para a EMC. Afini (2023, p. 118), que em sua pesquisa realizou um ciclo de formação, relata que

A partir desse ciclo de formação, podemos notar que, em muitos casos, pode ser necessário mais ciclos como esse no processo formativo. Dizemos isso, pois, mesmo com a atividade investigativa elaborada, em momentos da prática notamos um retorno à zona de conforto, no padrão mais tradicional e menos investigativo das atividades. Claro que não fizemos um estudo longitudinal para verificar o impacto da formação na trajetória docente, mas temos como hipótese de que o desenvolvimento de mais ciclos de formação pode ser necessário para que de fato haja incorporação da prática no saber experiencial docente.

De fato, no primeiro ciclo, os residentes dependiam, quase a todo momento, inclusive no desenvolvimento das tarefas em sala de aula, dos direcionamentos das professoras formadora e supervisora. Já no segundo ciclo, eles tinham mais autonomia para planejar suas aulas e para decidir como iriam atuar em sala de aula. Por exemplo, Sara, após desenvolver duas das três aulas planejadas no segundo ciclo, repensou seu planejamento e expôs suas considerações no grupo de *WhatsApp* para os outros residentes e as professoras formadora e supervisora darem suas opiniões.

Sara: *Oi gente desculpa amolar no sábado mas durante as aplicações percebemos que pode ser que os alunos acabem as atividades antes de acabar a aula. Ai gostaria de saber de vc se isso acontecer será pouco tempo sobrando mas daria pra fazer alguma coisa. Mas o que? Pensei nas opções levar mais exercícios ou fazer uma conclusão de tudo no final deixar claro o que os coeficientes fazem e tals. O que vcs acham?*

Pesquisadora: *Oii, Sara. Imagina, não é incômodo nenhum. Se me permitem dar sugestões, acho que seria importante essa parte que você citou das conclusões, como uma discussão geral e um fechamento para regência. Seria legal “chamarem” os estudantes para esse momento,*

como forma deles mesmos irem construindo conclusões, e vocês vão mediando

Supervisora: *Oi, Sara. Eu acho q vc deveria fazer essa conclusão sim no final. E estava pensando aqui se sobrar um tempo pra vai ser bom, pq ia dizer a nota deles e ver quem ficou de recuperação já q a recuperação será na sexta.*

Sara: *Então tá bom. Ai todos os residentes se preparem pra fazer essa conclusão com a sua turma. Acho que vai dar tempo sim. Obg gente (Transcrição da conversa do grupo de WhatsApp dos residentes, 2023).*

As experiências adquiridas no primeiro ciclo e as discussões estabelecidas na etapa de reflexão do primeiro ciclo auxiliaram os residentes no processo de planejamento das tarefas, incorporando o que trouxe bons resultados, modificando o que não deu certo, repensando sua postura e, sobretudo, contribuiu para o aumento da confiança e da autonomia para atuar em sala de aula. Nesse sentido, destaca-se o relato acerca da etapa de desenvolvimento do segundo ciclo feito pelos residentes no encontro após a realização das regências.

Daniel: *Eu entendi o que você disse na reunião passada. Nós não deixamos eles na mão, mas acredito que eles só vão aprender quando surgir a primeira dúvida (Notas de caderno de campo, 2023).*

Daniel referia-se à reunião anterior, em que, ao apresentar o planejamento e realizar o teste, ele perguntou se os estudantes iriam saber utilizar o GeoGebra e se iriam entender o que precisa ser feito, conforme o que estava no caderno de acompanhamento. Em resposta a essas inquietações, a professora formadora orientou que ele ajudasse os estudantes quando eles apresentassem dúvidas e que fosse acompanhando o desenvolvimento da tarefa proposta. Ele continuou tecendo suas considerações.

Daniel: *Vendo como Sara estava explicando, eu repensei minha aula e mudei um pouco o planejamento. Só expliquei como o GeoGebra funcionava e fui dando direcionamento das atividades quando alguém me perguntava alguma coisa, porque vi que na aula da Sara, mesmo ela explicando tudo antes e lendo questão por questão do caderno de acompanhamento, era como se eles [os estudantes] não estivessem prestando atenção. Ela explicava e eles perguntavam a mesma coisa 10 minutos depois. Para mim, não fez muito sentido apresentar tudo antes e acabei nem usando os slides (Notas de caderno de campo, 2023).*

Com esse relato, em nossa análise, Daniel não se restringiu ao planejamento feito inicialmente e apenas às orientações das professoras formadora e supervisora. Ele assumiu uma

postura crítica, analisou a postura de seus colegas e repensou a sua, agindo com autonomia para modificar o planejamento ao se atentar à maneira como os estudantes estavam engajando na tarefa proposta pela sua colega. Esse relato também evidencia o formato cíclico de nossa proposta de formação, uma vez que, no processo de desenvolvimento, o residente, por intermédio do processo de reflexão, retornou a etapa de planejamento e, pelo processo de *enactment*, realizou sua regência de outra forma.

As considerações feitas por Daniel e a atitude tomada por ele foram possíveis porque *o planejamento e o desenvolvimento da tarefa do segundo ciclo foram feitos de forma colaborativa*. Essa é uma implicação que surge da proposta e para repensar a proposta, uma vez que no primeiro ciclo tais etapas foram feitas individualmente e os resultados puderam ser comparados. A etapa de desenvolvimento, quando feita de forma colaborativa, proporcionou que os residentes observassem a atuação dos pares e refinassem seus apontamentos na etapa de reflexão, aumentando a contribuição nas discussões. Além disso, os residentes relataram ter sido fundamental o apoio de todos da equipe, principalmente pela quantidade de estudantes de cada turma, em torno de 35, para que conseguissem cumprir com o que foi planejado e para o engajamento dos estudantes na tarefa proposta. Helena relata que

Helena: *O fato de estarmos todos juntos em sala de aula fez com que a vivência fosse diferente [do primeiro ciclo]. Conseguimos ajudar mais gente (Notas de caderno de campo, 2023).*

No primeiro ciclo, uma das dificuldades relatadas era de conseguir auxiliar todos os estudantes e foi possível perceber que na etapa de reflexão houve poucas contribuições dos residentes nos apontamentos uns dos outros, sendo assim esses processos colaborativos importantes aliados para a construção de uma postura crítica. Alguns estudos apontam a importância do trabalho colaborativo no processo formativo dos professores (Azevedo *et al.*, 2022; Cremoneze; Ciríaco, 2020; Richit; Ponte, 2019). Richit e Ponte (2019) definem colaboração, no contexto da formação de professores, como uma interação estabelecida entre eles quando envolvidos em uma mesma ação e partilham dos mesmos objetivos. Além da partilha, “[...] a colaboração envolve outros elementos, tais como a cooperação, a confiança, a ajuda mútua, o diálogo, a negociação, a superação de hierarquias, etc.” (Richit; Ponte, 2019, p. 941).

Cremoneze e Ciríaco (2020) apontam que a colaboração entre futuros professores e profissionais experientes, assim como a colaboração entre os próprios futuros professores, contribui para o desenvolvimento de uma postura investigativa da própria prática, para a

construção dos saberes docentes ainda no processo de formação inicial, além de favorecer o aprofundamento dos seus conhecimentos didáticos e pedagógicos. Assim como Richit e Ponte (2019), Cremonese e Ciríaco (2020, p. 102-103) apontam a prática dialógica e a negociação de significados como elementos importantes para que isso ocorra, em que “[...] pode favorecer o desenvolvimento de posturas investigativas dos sujeitos, bem como auxiliar futuros professores a se sentirem mais seguros/confiantes de que são capazes de ensinar/aprender Matemática entre os pares”. Azevedo *et al.* (2021) consideram que o trabalho colaborativo favorece o olhar para a própria prática e também consideram que o diálogo é um elemento essencial para isso, contribuindo para ressignificação dos conteúdos e conceitos. Além disso, os autores destacam que essas práticas podem aumentar o sentimento de confiança e pertencimento ao grupo, desfazendo as hierarquias existentes e permitindo aprendizagens compartilhadas e a reflexão sobre elas.

Nesse sentido, destacamos como o trabalho colaborativo pode potencializar a reflexão e a investigação da própria prática, como evidenciado no relato de Daniel. Também, a colaboração, que não se restringiu apenas entre os futuros professores, mas envolveu as professoras formadora e supervisora, assim como a pesquisadora, em alguns momentos, permitiu o compartilhamento de experiências, o que havia dado certo ou não das práticas desenvolvidas, as dúvidas, sugestões, dentre outros aspectos, a partir de diferentes perspectivas, o que favorece a criação de comunidades de aprendizagem (Gatti *et al.*, 2019) e da construção dos saberes docentes (Tardif, 2002). Por sua vez, esses momentos foram pautados no diálogo, em que todos puderam ouvir e serem ouvidos, de forma que suas perspectivas foram consideradas e discutidas pelo grupo. Os residentes puderam ressignificar o que haviam planejado e desenvolvido por meio da análise de sua postura e dos colegas, com contribuições da visão das professoras formadora e supervisora, desenvolvendo seus saberes por meio do trabalho colaborativo.

Para que esses resultados fossem considerados satisfatórios pelos residentes, a *formadora assumiu um papel importante*, sendo essa outra implicação para se pensar na proposta. Conforme discutimos na segunda categoria, a formadora atuou com uma postura crítica e fez do diálogo um elemento importante nas reuniões do grupo em diversos momentos, o que foi um fator que influenciou o desenvolvimento da proposta positivamente. Um desses momentos foi considerado crucial para o grupo, em que, após o primeiro ciclo, os residentes não estavam se engajando nas propostas devido a alguns fatores, sobretudo externos ao PRP, como a sobrecarga de atividades e avaliações da graduação, aliada ao fato de estarem se preparando para defender seu Trabalho de Conclusão de Curso, como discutimos na subseção

anterior. Em uma das reuniões do grupo, foi solicitado que os residentes lessem um artigo que discutia Educação Matemática Crítica e Modelagem Matemática. Contudo, eles não haviam lido o texto e, conseqüentemente, não estavam preparados para as discussões e a formadora optou por adiá-la e utilizar o momento para ter uma conversa e compreender a situação. Ela expôs sua insatisfação com o não engajamento na proposta e pediu que eles fossem mais responsáveis com os compromissos que assumiram. Daniel, em resposta à formadora, disse concordar com ela em relação ao comprometimento deles, mas não deixou de expor a situação deles e apontar atitudes da formadora que dificultavam o engajamento deles.

Daniel: *“Eu concordo que nós “estamos parecendo mortos”, mas enquanto você gosta mais de liberdade, eu preciso de alguém que fale o que tenho que fazer e como tenho que fazer. Nós temos muita coisa para entregar e tudo vai acumulando, aí acabo deixando o residência de lado porque quando vou fazer, por exemplo, a leitura do relatório, não sei como fazer”.*

Helena: *É, acabou juntando muita coisa e nessa reta final nós priorizamos o TCC”.*

Formadora: *Então vocês acham que eu preciso dar mais direcionamento nas coisas que precisam ser feitas?*

Daniel: *Exato. Depois que eu entendo o que precisa ser feito, aí consigo fazer bonitinho.*

Formadora: *Sabe, isso que você falou é muito interesse, porque vocês também têm coisas a dizer e eu também preciso repensar minha forma de falar e conduzir as coisas. Muito obrigada por ter falado. Essa conversa foi muito boa e a partir de agora vamos todos nos comprometer.*

(Notas de caderno de campo, 2023).

Após esse momento, a formadora compreendeu que havia muitos fatores que interferiam na forma como os residentes se engajaram nas propostas e se comprometeram a ficar mais atenta quanto isso e quanto a sua postura, uma vez que ouviu o que os residentes tinham a dizer sobre sua atuação. O caminho escolhido por ela poderia ter sido outro, de ignorar e distorcer (Faustino; Skovsmose, 2020) as falas de Daniel, mas ela mediou aquele momento também se colocando como uma pessoa que precisa modificar sua postura. Apesar de ser colocado por Daniel a necessidade de mais orientações sobre o que fazer e como fazer, de forma geral, nas reuniões seguintes, percebemos que os residentes estavam mais participativos e não tinham receio de expor suas opiniões e insatisfações, além de terem mais autonomia para realizar as tarefas. A formadora não os direcionava indicando a maneira que ela gostaria que as tarefas fossem realizadas, mas os auxiliava a fim de que vislumbrasse outras possibilidades para além das que apresentavam, deixando com eles tomassem as decisões.

Nesse sentido, esse episódio reforça a importância do papel da formadora para a proposta formativa acontecer e, nesse processo, foi possível que ela também repensasse suas concepções e atitudes, para controlar suas orientações ao passo que os residentes agissem com autonomia, algo semelhante relato por Milani e Silva (2018, p. 474), quando afirmam que aprenderam “[...] com os futuros professores a controlar nossa orientação no sentido de deixá-los produzir seu conhecimento”. As análises acerca do papel da formadora nos ajudam a refletir sobre a proposta, pois assumir a perspectiva da EMC pode influenciar como a proposta pode ser desenvolvida e a maneira como os envolvidos poderão participar das ações.

Por fim, outro fator importante que impacta diretamente na forma como a proposta formativa vai se desenvolver é a *influência do espaço de formação*. Apresentamos em discussões anteriores o PRP como um espaço privilegiado para acontecerem ações formativas. Como uma implicação que surgiu de nossa proposta, o espaço em que ela ocorreu impactou significativamente nos resultados obtidos: foi possível realizar dois ciclos de formação completos, sobretudo devido à duração de cada edital do PRP, que são 18 meses, diferentemente de disciplinas que ocorrem em um semestre; no edital do subprojeto Matemática já estava previsto o desenvolvimento de tarefas com perspectiva investigativas, o que contribuiu para que a perspectiva de cenários para investigação de Ole Skovsmose fosse incorporada; a perspectiva da formadora se articula com a perspectiva da EMC, contribuindo assim para o desenvolvimento da pesquisa. Nesse sentido, o PRP contribui para a construção de comunidades de aprendizagem (Gatti *et al.*, 2019) e permite que professores em atuação na Educação Básica e professores universitários compartilhem seus conhecimentos e experiências com os futuros professores, contribuindo para a construção de sua identidade profissional, dos saberes disciplinares, curriculares e experienciais (Tardif, 2002).

No processo de formação inicial, os futuros professores constroem seus saberes pedagógicos e disciplinares, ofertados pelo próprio curso (Tardif, 2002). Em particular, no contexto do PRP, o diálogo com o supervisor permite que os participantes tenham mais acesso a informações a respeito dos programas de ensino, objetivos, conteúdos e métodos definidos pelas instituições de ensino, desenvolvendo assim seus saberes curriculares (Tardif, 2002). Além disso, Tardif (2002) aponta que o saber experiencial começa a ser construído no início da carreira docente e vai se modificando ao longo do tempo. Assim, os futuros professores, mesmo que em processo de formação inicial, podem acumular experiências que os permitem desenvolver tais saberes, como a vivência com a professora supervisora e a dinâmica da escola, aliadas as suas percepções de mundo, do ensino e da aprendizagem, da própria Matemática, dentre outros aspectos.

Nesta edição do PRP, a formadora aliou as ações do PRP com a disciplina de estágio, o que possibilitou que os residentes confrontassem suas experiências com as dos colegas que não faziam parte do programa. Por meio do relato dos residentes, percebe-se que eles tiveram mais tempo para o estudo e planejamento acerca dos cenários para investigação e, principalmente, para as reflexões do que haviam vivenciado. Este último ponto foi apontado por Daniel como o diferencial do programa e ele relata que, na disciplina de estágio, era preciso discutir sobre outros aspectos, previstos na ementa da disciplina, o que consumia o tempo. Esses pontos, conforme já mencionado, nos levam a considerar o PRP como um espaço privilegiado, que dispõe de mais tempo para o desenvolvimento das ações, número reduzido de participantes, se comparado a uma turma de determinada disciplina, por exemplo, e a possibilidade de participação como bolsista. Tais condições precisam ser consideradas fatores que impactam, de alguma forma, no engajamento dos participantes.

Contudo, ressaltamos que, em 2024, o PRP foi encerrado e fundido ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). O PIBID, em edições anteriores, tinha o mesmo objetivo de oportunizar a aproximação dos licenciandos com o cotidiano das escolas de Ensino Básico, mas era destinado aos estudantes que estavam matriculados na primeira metade do curso. Nesta nova versão do PIBID, estudantes de todos os períodos poderão participar como bolsistas ou voluntários e as atividades dos programas fundidos se manterão. Então, apontamos a importância de programas como esse e ressaltamos que suas características viabilizaram resultados importantes para essa pesquisa, dentre eles, a necessidade de se refletir em pesquisas futuras sobre a possibilidade de novos espaços de formação em que essa proposta possa ser desenvolvida, com adaptações as condições de cada um.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, buscamos responder a seguinte questão: *No contexto do Programa Residência Pedagógica, como futuros professores de Matemática podem se engajar no trabalho com cenários para investigação com estudantes do Ensino Médio, de modo que esse envolvimento favoreça o desenvolvimento de uma postura investigativa, crítica e dialógica?* Com esse intuito, utilizamos uma proposta formativa denominada “Ciclos de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica”, com foco no trabalho pedagógico com cenários para investigação, em que foram realizados dois ciclos, que consistiam em quatro etapas: (i) estudo teórico e vivências com cenários para investigação; (ii) planejamento colaborativo de cenários para investigação; (iii) desenvolvimento de cenários para investigação em sala de aula; (iv) reflexão coletiva no contexto de formação. Essa proposta não se resume apenas na reformulação de uma prática, pronta para ser utilizada por outros professores, mas é um ato de se colocar em constante reflexão sobre a postura adotada enquanto futuros professores e de se repensar a prática docente na perspectiva da EMC e pode ser adaptada para outros contextos.

Foi necessário um estudo acerca do referencial teórico adotado nesta pesquisa, a Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2023). Em especial, nos debruçamos em compreender alguns de seus aspectos, cenários para investigação e diálogo (Skovsmose, 2000; Milani *et al.*, 2017; Milani, 2020). Também, discutimos sobre os saberes docentes a luz de Tardif (2002) e alguns outros aspectos da formação de professores (Gatti *et al.*, 2019), além de abordar dois modelos de formação que inspiraram nossa proposta, o modelo PLOT (Ribeiro; Ponte, 2020) e IMTPG (Clarke; Hollingsworth, 2002), cujos principais elementos são os processos de reflexão e colocar em ação novas ideias. Além disso, na seção de revisão da literatura, apresentamos pesquisas que discutem sobre a EMC na formação inicial de professores de Matemática, em que apontam a existência de espaços nos currículos de Matemática para que suas preocupações sejam abordadas com futuros professores (Sachs; Elias, 2017; Civiero, 2016) e o potencial formativo quando isso ocorre por meio de práticas pedagógicas (Milani; Silva, 2019; Milani, 2020; Skovsmose, 2017; Lima *et al.*, 2022; Lima; Soares, 2022; Schroeder, Cucco, 2022).

Nesse sentido, visando responder à questão norteadora que propomos nesta pesquisa, foi feito um estudo de caso com cinco futuros professores de Matemática no qual foram acompanhadas, durante um ano letivo, as reuniões do subprojeto Matemática no PRP e algumas práticas desenvolvidas por esses residentes com estudantes do Ensino Médio. Nesse processo, o método utilizado foi a observação participante, em que, além de observar as reuniões e

práticas, também auxiliiei os residentes nas quatro etapas do ciclo, assim como a professora formadora ao elaborar algumas das ações que foram desenvolvidas com os residentes. Com os dados obtidos nesse processo de observação e interação, em que me fiz parte do grupo, colaborando da mesma forma que colaboraram comigo, construímos três categorias de análise: *entendimento dos futuros professores sobre cenários para investigação; fatores que influenciam no desenvolvimento de cenários para investigação; implicações da/para a proposta formativa.*

De forma geral, consideramos que houve o engajamento dos futuros professores na proposta formativa. Tendo em vista algumas características do PRP, como mais tempo para dedicação nas ações, maior autonomia no planejamento e desenvolvimento das ações e o recebimento de uma bolsa, o engajamento dos residentes é algo esperado. Esses fatores são importantes de serem considerados, contudo, por engajamento, conforme já explicitado, nos referimos ao envolvimento nas ações propostas, não como apenas uma forma de cumprir demandas impostas, mas a participação ativa por se identificarem, terem interesse e se comprometerem com as ações. Esse engajamento oportunizou que os futuros professores refletissem sobre suas crenças, sobre os conhecimentos que obtiveram ao longo de seu processo formativo, sobre as experiências vivenciadas até o momento e que colocassem em ação as novas ideias, crenças e práticas que produziram por meio desse processo de reflexão aliado com as vivências. Para isso, destacamos alguns elementos que influenciaram como os futuros professores se engajaram na proposta dos ciclos.

A apropriação do referencial teórico adotado, aliada as experiências que tiveram em sala de aula, foi algo importante para aumentar o engajamento dos residentes, pois isso influenciou a forma como elaboraram e desenvolveram suas práticas. Nesse processo, os residentes confrontaram o que haviam discutido nas leituras dos textos com suas experiências e apontaram *elementos que consideravam essenciais para o seu entendimento sobre cenários para investigação.* Esses elementos surgiram em suas falas por meio da reflexão coletiva sobre as leituras e suas vivências, processo este que oportunizou aos residentes ressignificar suas crenças e práticas e o *enactment* delas, construindo assim seus saberes docentes (Tardif, 2002).

Contudo, alguns *fatores interferiram na forma como esses futuros professores se engajaram* nesse processo. Aqueles relacionados ao curso, como a excessiva carga horária, e relacionados à própria prática docente, como lidar com a dificuldade com os conteúdos matemáticos apresentada pelos estudantes do Ensino Médio e a falta de recursos das escolas, são fatores que podem obstruir os cenários para investigação. Afini (2023) aponta também fatores que podem obstruir cenários para investigação, como a falta de recursos e apoio da

gestão. Também, há fatores que podem favorecer o engajamento dos futuros professores nos ciclos, como a dinâmica do PRP e a postura adotada pela professora formadora.

Dos dois ciclos realizados e do que foi apontado acima, surgem *implicações para se pensar na proposta formativa*, como a realização de possíveis adaptações, assim como surgem *implicações da própria proposta*. Ou seja, são resultados da realização dos ciclos que nos forneceram novas oportunidades de refletir sobre a proposta formativa. Como implicações da proposta, destacamos a possibilidade de se confrontar o referencial teórico e a prática em sala de aula, o que é mediado pelo processo de reflexão e pode ocasionar o *enactment*, ao possibilitar que os participantes repensem suas crenças e práticas e as coloquem em ação. Também, apontamos que a dinâmica de avaliação adotada pela formadora foi crucial, em que, além dos momentos de reflexão coletiva, acerca das vivências diárias dos residentes a partir das observações das aulas e da realização das regências, também foram propostos encontros ao final do ano letivo para discutir sobre todos os momentos e percepções dos residentes, além de registros escritos desses momentos.

Além disso, destacamos, em nossa avaliação, a principal implicação da proposta: a possibilidade de incorporar as preocupações da EMC nas práticas em sala de aula. Isso não se restringe a discussão de temas da realidade nas aulas de Matemática com ênfase em noções de justiça e injustiça social, mas nos referimos a algo mais amplo, como a adoção de uma postura investigativa, crítica e dialógica nas aulas, em que os estudantes são vistos como indivíduos que trazem consigo uma história que ultrapassa as paredes da escola, que produzem diferentes conhecimentos e precisam também serem ouvidos. Nesta pesquisa, com a realização dos dois ciclos, apontamos que esta foi a principal preocupação dos residentes e houve a mudança de perspectiva ao apontarem em suas falas a necessidade de se adotar tal postura.

Da realização dos dois ciclos, surge como implicação para se pensar na proposta a reflexão sobre a necessidade e importância da discussão do conteúdo matemático, pois, ao supor que os futuros professores já dominavam o conteúdo que iriam trabalhar com os estudantes do Ensino Médio, muitas oportunidades foram perdidas, inclusive para consolidação dos saberes disciplinares. Além disso, constatamos que oportunizar vivências com cenários para investigação foi importante para os residentes poderem ter experiências com o tipo de tarefa que seria desenvolvida em sala de aula, imaginando situações que poderiam acontecer, observando a postura da formadora e da pesquisadora para terem ideias de como poderiam agir. Também, com a realização de dois ciclos, no qual o planejamento e o desenvolvimento de cenários para investigação no primeiro ciclo foram feitos individualmente e no segundo colaborativo, permitiu evidenciar o potencial da proposta quando feita colaborativamente.

Nesse sentido, também surge como implicação para a proposta o desenvolvimento de mais ciclos, que, neste caso, nos mostrou maior engajamento dos residentes, com mais autonomia, maior adaptação à proposta dos cenários para investigação, dentre outros aspectos.

O papel da formadora na proposta foi determinante para que os residentes se engajassem, pois, ao adotar a perspectiva da EMC, ela se colocava no lugar de ouvir as demandas dos residentes, suas frustrações e satisfações, repensando sua postura. Ao mesmo tempo, os residentes também ouviam seus apontamentos e sugestões, criando um espaço favorável para o compartilhamento de experiências e para o aprendizado. A perspectiva assumida pode influenciar como a proposta vai ser desenvolvida. Por exemplo, o diálogo, que se mostrou tão importante nos dois ciclos realizados, pode ser entendido de outra forma por um formador que não adota a EMC, como uma simples conversação. Nesse sentido, ressaltamos nesta pesquisa como a EMC pode favorecer a formação de futuros professores de Matemática e, em especial, como o papel do formador ou da formadora impacta o desenvolvimento da proposta a depender a postura que adota, pois pode não ser a mesma encontrada nesta pesquisa, em que já se tinha realizado trabalhos anteriores com ela e tínhamos conhecimento sobre sua aproximação com a EMC. A influência do espaço de formação também foi crucial para o desenvolvimento da proposta, pois o PRP, conforme discutido, é um espaço privilegiado que permite, por exemplo, o desenvolvimento de mais ciclos.

Contudo, isso não significa que a proposta não possa ser desenvolvida em outras condições e essas duas últimas implicações nos levam a refletir sobre futuras pesquisas. O PRP não será mais ofertado, pois, como já foi problematizado, foi unificado ao PIBID. Essa “nova versão” também pode se constituir como um espaço privilegiado, assim como outros programas e projetos. A proposta foi pensada para ser adaptada em diferentes contextos, por exemplo, ela já foi utilizada em trabalhos de formação continuada (Afini; Silva, 2024), mas, para além de programas e projetos, nos colocamos no movimento de refletir sobre sua utilização no contexto de uma disciplina obrigatória de um curso de licenciatura em Matemática, em que se tem mais barreiras institucionais, como uma ementa a cumprir e a carga horária é reduzida. Os resultados desta pesquisa evidenciam mudanças na postura dos residentes, do seu entendimento acerca de cenários para investigação e o aumento do seu engajamento na proposta com a realização de mais de um ciclo. Nesse sentido, a realização de mais ciclos foi importante para atingir o objetivo desta pesquisa, mas mesmo em um ciclo inicial, foi possível perceber que os residentes confrontaram suas experiências com as leituras dos referenciais, refletindo sobre o que havia acontecido em sala de aula, constituindo-se então como um movimento inicial de incorporar as preocupações da EMC na formação desses futuros professores.

Assim, talvez não seja possível a realização de mais de um ciclo e o engajamento dos futuros professores pode não ser o mesmo quando consideramos o contexto de uma disciplina obrigatória, mas com as implicações para se pensar na proposta e que surgiram da proposta, além dos fatores que influenciaram o engajamento dos residentes, podemos repensar a proposta no contexto citado, adaptando ao tempo disponível para desenvolvimentos das ações e a perspectiva adotada pelo formador ou pela formadora. No grupo de estudo formado pelo orientador dessa pesquisa e seus orientandos, discutimos sobre a realização dos ciclos em diferentes contextos, com pesquisas já em andamento, como em uma disciplina eletiva de um curso de formação inicial de pedagogos¹². O próximo passo será pensá-lo em uma disciplina obrigatória de um curso de licenciatura em Matemática.

Dessa forma, essa pesquisa alia a Educação Matemática Crítica e a Formação Inicial de Professores de Matemática por meio da proposta dos “Ciclos de Formação Docente para a Educação Matemática Crítica”, no contexto do Programa Residência Pedagógica. A Educação Matemática Crítica passou a ser, nesse processo de desenvolvimento da pesquisa, mais do que uma perspectiva teórica, mas a perspectiva que passei a adotar no meu dia a dia, ao passo que me desenvolvo enquanto pesquisadora. Nesse sentido, o engajamento a que aqui nos referimos também foi meu, pessoal e enquanto pesquisadora, e esse processo foi de descobrimento de diversas formas, inclusive de como nossas ações e a postura que adotamos impactam a vida de outras pessoas.

¹² Por exemplo, veja-se o trabalho em andamento de Tamires Generoso do Prado, desenvolvido no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (Unesp-Rio Claro), com o título provisório de “A Educação Matemática Crítica e o diálogo do sexismo enquanto opressão interseccional com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental”.

REFERÊNCIAS

- AFINI, D. C. **Formação continuada de professores que ensinam matemática: contribuições em sua prática docente a partir do engajamento na produção e desenvolvimento de cenários para investigação.** 2023. 157f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, MG, 2023.
- AFINI, D. C.; SILVA, G. H. G. O desenvolvimento de cenários para investigação na formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, Rio Claro, v. 38, p. 1-23, 2024.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- AZEVEDO, P. D. *et al.* Do singular ao plural: professoras de infância e suas aprendizagens em Educação Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 30, p. 1-23, 2022.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R. G.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: conjuntos e funções.** São Paulo: Editora FTD, 2020.
- CARDOSO, M. C. S. A.; FIGUEIRA-SAMPAIO, A. S. Dificuldades para o uso da informática no ensino: percepção dos professores de matemática após 40 anos da inserção digital no contexto educacional brasileiro. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 44-84, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/38574>. Acesso em: 6 dez. 2024.
- CIVIERO, P. A. G. Diretrizes para formação docente: elementos teóricos para implementar uma Educação Matemática Crítica. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**, São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.
- CIVIERO, P. A. G; SCHROEDER, T. R.; CUCCO, I. O ensino de funções senoidais em uma perspectiva crítica: reflexões e inspirações para a formação de professores. *In: CIVIERO, P. A. G et al. (org.). Educação matemática crítica: múltiplas possibilidades na formação de professores que ensinam matemática.* Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2022. p. 28-54.
- CLARKE, D.; HOLLINGSWORTH, H. Elaborating a model of teacher professional growth. **Teaching and Teacher Education**, Amsterdã, v. 18, p. 947–967, 2002.
- CREMONEZE, M. L; CIRÍACO, K. Formação inicial de professores que ensinam matemática e a mobilização de saberes docentes pela colaboração. **Revista @ambienteeducação**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 86-105, 2020.
- CRISTOVÃO, E. M.; DOS SANTOS, J. R. Impactos do Programa Residência Pedagógica na formação inicial de professores de Ciências e Matemática da Unifei: um olhar para as regências. **Com a Palavra, o Professor**, Vitória da Conquista, v. 6, n. 15, p. 39–64, 2021. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/604>. Acesso em: 1 ago. 2024.

FIorentini, D.; Lorenzato, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FIorentini, D.; Nacarato, A. M.; Pinto, R. A. Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada. **Quadrante**, [S. l.], v. 8, p. 39-60, 1999.

GATTI, B. A. *et al.* **Professores do Brasil**: novos cenários de formação. Brasília: Unesco, 2019.

GUTSTEIN, E. **Reading and writing the world with mathematics**: toward a pedagogy for social justice. New York: Routledge, 2006.

JULIO, R. S. *et al.* Movimentos investigativos a partir de diferentes aulas sobre introdução à função. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 58–78, 2024.

LEITE, W. S. S.; RIBEIRO, C. A. N. A inclusão das TICs na educação brasileira: problemas e desafios. **Revista Internacional de Investigación en Educación**, Bogotá, v. 5, n. 10, p. 173-187, 2012.

LIMA, P. C. Imaginação Pedagógica, Educação Matemática e Inclusão: em busca de possibilidades para aulas de Matemática. **Intermaths**, Vitória da Conquista, v. 2, n. 1, p. 121-137, 2021.

LIMA, A. S.; LIMA, A. S.; CIVIERO, P. A. G.; MILANI, R. Um convite à Educação Matemática Crítica na formação de professores. *In*: CIVIERO, P. A. G *et al.* (org.). **Educação matemática crítica**: múltiplas possibilidades na formação de professores que ensinam matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2022. p. 18-27.

LIMA, A. S.; SOARES, D. A. Formação de professores a partir de cenários para investigação: atividades envolvendo o imposto de renda. *In*: CIVIERO, P. A. G *et al.* (org.). **Educação matemática crítica**: múltiplas possibilidades na formação de professores que ensinam matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2022. p. 117-141.

LOPES, M. M. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 631–644, 2013.

MILANI, R. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 13, n. 31, p. 1-18, 2020.

MILANI, R. *et al.* O diálogo nos ambientes de aprendizagem nas aulas de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 221-245, 2017.

MILANI, R.; SILVA, E. S. Atividades Investigativas na Formação Inicial de Professores de Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 11, n. 26, 2019.

PONTE, J. P. *et al.* O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868–891, 2016.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. M. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 28, p. 1-20, 2020.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. A Colaboração Profissional em Estudos de Aula na Perspectiva de Professores Participantes. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, Rio Claro, v. 33, n. 64, p. 937-962, 2019.

RODRIGUES, C. O.; SANTOS, S. S.; PONTE, J. P. M. O Estudo de Aula no Estágio Supervisionado: construindo elos entre teoria e prática a partir da reflexão sobre tarefa exploratória. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, Rio Claro, v. 38, p. 1-22, 2024.

SACHS, L.; ELIAS, H. R. A Educação Matemática Crítica proporcionando uma discussão sobre currículo na formação inicial de professores. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 397-420, 2017.

SANTIAGO, M. F. M.; SILVA, G. H. G.; JULIO, R. S. Formação docente e Educação Matemática Crítica: uma proposta para a formação inicial de professores/as de matemática. *In*: VI Congresso Nacional de Formação de Professores e XVI Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores, 16., 2023, Águas de Lindóia. **Anais [...]** Águas de Lindóia: Universidade Estadual Paulista, 2023.

SANTOS, K. V. G. *et al.* Educação Matemática e inclusão: educação para todos e todas. *In*: CAVALCANTI, S. A. U (org.). **Diversidade e inclusão**: abordagens e experiências. Ponta Grossa: Atena, p. 82-101, 2022.

SERRAZINA, M. L. O Professor que Ensina Matemática e a sua Formação: uma experiência em Portugal. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1051-1069, 2014.

SILVA, G. H. G. **A Educação Matemática Crítica como base para uma jornada de pesquisa, ensino e extensão universitária**. Rio Claro, 2023. 81 f. Tese (Livre-docência) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2023.

SILVA, G. H. G.; JULIO, R. S. **Educação Matemática para e com idosos**: práticas pedagógicas e pesquisas emergentes. São Paulo: Dialética, 2023

SILVA, G. H. G.; LIMA, I. M. S; RODRÍGUEZ, F. A. G. Educação Matemática Crítica e a (In)justiça social: algumas palavras. *In*: SILVA, G. H.G; LIMA, I.; RODRÍGUEZ, F. (org.). **Educação matemática crítica e (in)justiça social**: práticas pedagógicas e formação de professores. Campinas: Mercado de Letras, 2021. p. 33-62.

SILVA, G. H. G.; PENTEADO, M. G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência & Educação (Bauru)**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013.

SILVA, G. H. G.; POWELL, A. B. Microagressões no ensino superior nas vias da educação matemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática**, San Juan de Pasto, v. 9, n. 3, p. 44-76, 2016.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, Rio Claro, v. 13, n.14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Critical Mathematics Education**. Switzerland: Springer, 2023.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. Entering landscapes of investigation. *In*: SKOVSMOSE, O.; PENTEADO, M. G. (ed.). **Landscapes of investigation: Contributions to critical mathematics education**. Cambridge: Open Book Publishers, 2022. p. 1-20.

SKOVSMOSE, O. O que poderia significar a educação matemática para diferentes grupos de estudantes? **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 109-129, 2017.

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. *In*: D'AMBRÓSIO, B. S.; LOPES, C. E. (ed.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**, Campinas: Mercado de Letras, 2016. p. 63-90.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Tradução de Daniela Bueno. Revisão técnica de Dirceu da Silva. Porto Alegre: Penso, 2016.

ZORZIN, J. P.; SILVA, G. H. G. Contribuições de uma prática formativa envolvendo o software GeoGebra para professores e professoras que ensinam matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Ciência & Educação (Bauru)**, Bauru, v. 28, p. 1-18, 2022.

ANEXOS

A – Caderno de Acompanhamento “Explorando o gráfico de uma função quadrática com o GeoGebra”

CADERNO DE ACOMPANHAMENTO

Nome:

Turma:

Aula 1

Objetivo: aprender a usar o software geogebra para manipular funções e obter os gráficos.

Parte 1: Ambientação:

- Abra o aplicativo do GeoGebra em seu celular ou então acesse o **GeoGebra Clássico** online no Google.
- Na janela de álgebra do Geogebra, digite a função: $4x^2-1$ e clique no botão enter: 
- Apareceu algum gráfico na tela?
- Agora responda as perguntas a seguir:

Que tipo de gráfico você observou?

O gráfico passa pelo eixo x em quais pontos? O que esses pontos representam na função? O que você pode dizer sobre o valor de delta (Δ)?

O gráfico passa pelo eixo y em qual ponto? O que você acha que esse ponto representa na função?

Qual o valor do x do vértice da função? Qual o valor do y do vértice da função?

Para você, o que significa o x do vértice e o y do vértice de uma função?

Parte 2: Exploração:

→ Utilize o Geogebra para encontrar os valores de:

$$f(0) = \underline{\hspace{2cm}} \quad f(\sqrt{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f\left(\frac{-1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Quais as coordenadas que você obteve na pergunta anterior?

→ Agora represente as coordenadas no GeoGebra.

→ Teste qualquer outra função do segundo grau (com valores diferentes de delta).

→ Exemplos:

◆ $-8x^2$

◆ $x^2 + 3x$

◆ $5x^2 + 2$

◆ $-x^2 + 5x - 6$

O que você pode observar com relação ao comportamento dos gráficos?

Aula 2

Objetivo: compreender a influência dos coeficientes no gráfico da função

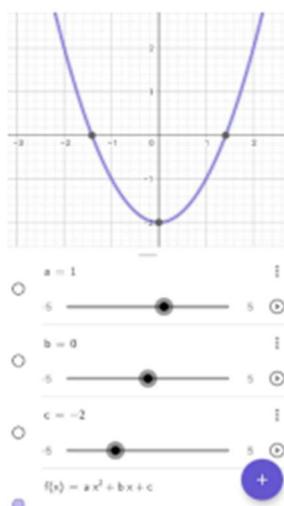
Parte 1: Criação dos controlos deslizantes:

→ Com a barra de **álgebra** seleccionada digite: $ax^2 + bx + c$ e clique em enter.



- ◆ Será definida uma função $F(x) = ax^2 + bx + c$.
- ◆ Acima da função serão criados controlos deslizantes para os coeficientes da função.

Parte 2: Exploração dos controles deslizantes:



Use o controle deslizante para mudar o valor do coeficiente **a**

Escreva com suas palavras o que você observou com o comportamento do gráfico:

a: _____

Use o controle deslizante para mudar o valor do coeficiente **b**

Escreva com suas palavras o que você observou com o comportamento do gráfico:

b: _____

Use o controle deslizante para mudar o valor do coeficiente **c**

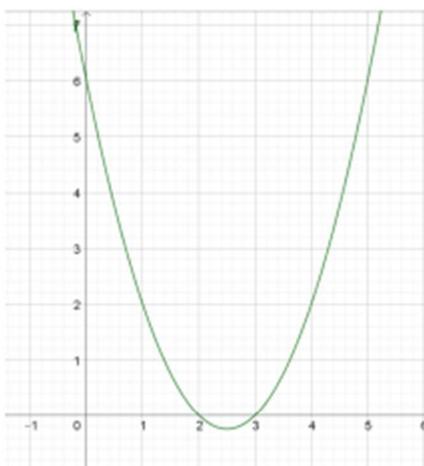
Escreva com suas palavras o que você observou com o comportamento do gráfico:

c: _____

Aula 3

Objetivo: consolidar o conteúdo estudado

Parte 1: Exploração de gráficos no GeoGebra:

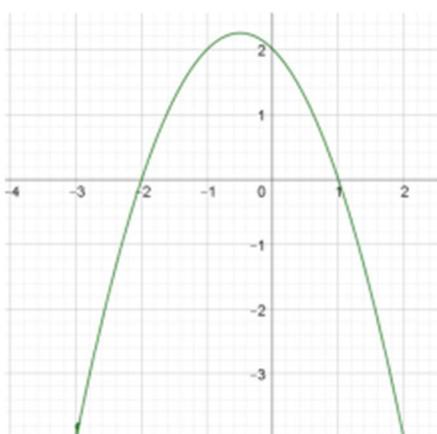


1) A partir dos gráficos abaixo responda:

a) O coeficiente a dessa função é positivo ou negativo? Justifique

b) Qual é o coeficiente c ? Justifique.

c) Quais são as raízes da função? Justifique.



a) O coeficiente a dessa função é positivo ou negativo? Justifique.

b) Qual é o coeficiente c ? Justifique

c) Quais são as raízes da função? Justifique

2) Esboce o gráfico em uma folha separada, utilizando o GeoGebra como auxílio, das funções e descreva as características do gráfico:

a) $2x^2 - 2x - 4$

b) $2x^2 - 4$

c) $-x^2$

d) $-x^2 + 5x - 4$

B – Modelo de plano de aula

Plano de aula

<p>Identificação Escola: Escola Estadual xx Orientadora: xx Supervisora: xx Professora: xx Disciplina: Matemática Ano: 2023 Turma: 1º ano 5 Período: Matutino Duração: 4 aulas de 50 minutos</p>
<p>Tema: Introdução a função.</p>
<p>Metodologia: Investigação matemática.</p>
<p>Justificativa do tema: O tema desta regência foi função do 2º Grau ou Função Quadrática, nas turmas de primeiros anos da Escola Estadual xx, onde o subprojeto é realizado. O tema se justifica, pois era o próximo conteúdo a ser ministrado pela professora segundo o seu planejamento e a ementa da disciplina para essa etapa do ensino médio, após ter trabalhado o conteúdo de Função do 1º Grau.</p>
<p>Objetivos: Objetivo geral: - Compreender o conceito de função e relacionar a situações da realidade. Objetivos específicos: - Realizar atividade investigativa para estabelecer a ideia prévia de função; - Compreender a definição de função; - Entender os conceitos de domínio, contradomínio e imagem; - Representar funções em diagramas; - Classificar relações como função ou não-função; - Elaborar questões investigativas envolvendo função.</p>
<p>Conteúdo(s): - Representação de conjuntos em diagramas; - Conceitos gerais de função.</p>
<p>Habilidades promovidas segundo a BNCC: (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (Parcialmente) (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.</p>

Desenvolvimento:

- Inicia-se a primeira aula dividindo a sala em grupos para a realização da atividade investigativa. Posteriormente será distribuído a atividade impressa para que os alunos resolvam em grupos. Durante a realização da atividade o professor auxiliará os alunos que estiverem com dúvida na resolução, sem dar uma resposta pronta, estabelecendo o diálogo e estimulando o aluno para que ele mesmo encontre o caminho para solução.
- Na segunda aula será apresentada a definição de função, de domínio, contradomínio e imagem. As definições serão entregues impressas para os alunos, para não perder muito tempo da aula, e serão discutidas pelo professor. O professor também resolverá alguns exemplos no quadro, junto com os alunos, e posteriormente sugerirá que os alunos resolvam alguns para praticarem.
- Na terceira aula serão apresentados os casos de função e não função. As representações serão entregues impressas para os alunos, para não perder muito tempo da aula, e serão discutidas pelo professor. O professor também resolverá alguns exemplos no quadro, junto com os alunos, e posteriormente sugerirá que os alunos resolvam alguns para praticarem.
- Na quarta aula, para finalizar a regência, será realizada uma atividade para que os alunos entreguem no final da aula. Nessa atividade os estudantes criarão um problema, como os propostos na atividade da primeira aula, baseados em situações do cotidiano deles em que pode ser utilizada a função.

Recursos didáticos:

- Quadro;
- Material impresso com as atividades investigativas para serem resolvidas em grupos e as definições.

Avaliação:

A avaliação será feita de forma contínua, com base na observação da participação dos alunos na atividade proposta, identificando-se as dificuldades, o progresso dos alunos e o alcance dos objetivos propostos.

Referencial teórico:

O livro didático utilizado pela escola introduz o tema de função trazendo alguns exemplos do cotidiano em que podem ser utilizadas funções para estimular o aluno a construir uma ideia prévia sobre esse conceito e classificar as variáveis envolvidas como dependente e independente, tais exemplos fazem referência ao taxímetro utilizado pelos taxistas e a pesagem de comida nos restaurantes. Para auxiliar na construção dessa ideia os autores utilizaram tabelas e representação de conjuntos em diagrama. Os exercícios e exemplos apresentados no livro são todos exercícios baseados no paradigma do exercício, sendo todos bastante semelhantes na abordagem. A definição formal de funções apresentada no material é: “Dados dois conjuntos não vazios, A e B, uma função de A em B é uma relação que associa cada elemento x de A a um único elemento y de B”. Também é destacado que para indicar uma função de A em B, usa-se a notação $f : A \rightarrow B$ (lê-se: f de A em B) e a função f transforma x de A em y de B, o que pode ser escrito como $y = f(x)$ (lê-se: y é igual a f de x). O material apresenta a definição de domínio, contradomínio e imagem, sendo o conjunto A chamado domínio da função, que é constituído de todos os elementos x (variável independente) de A e é indicado por D(f). O conjunto B é chamado de contradomínio da função e é constituído de todos os elementos y (variável dependente) de B e é indicado por CD(f). Cada elemento x do domínio tem um correspondente y no

contradomínio. Chama-se imagem o valor de y , associado a x pela função f . O conjunto de todos os valores de y pertencentes a $CD(f)$, que são imagens de x pela função, é chamado de conjunto imagem da função. O conjunto imagem, indicado por $Im(f)$, é um subconjunto do contradomínio. Uma função é precisamente definida quando são apresentados o domínio, o contradomínio e a relação que associa cada elemento do domínio a um único elemento do contradomínio. Também são abordados no material didático os casos de função e não função, enfatizando a definição apresentada.

Em relação a metodologia investigação matemática utilizada na regência:

Um cenário para investigação, segundo Skovsmose (2000), é o ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação e que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações sobre o decorrer das aulas e atividades. A diferença entre cenário para investigação e paradigma do exercício é que no cenário para a investigação o aluno é o protagonista no seu processo de aprendizagem, porém para que haja um ambiente de investigação é necessário que os alunos aceitem o convite da investigação e também o que pode servir perfeitamente como um cenário de investigação para um determinado grupo pode não servir para outro grupo. Já no paradigma do exercício os alunos são induzidos a decorar conceitos e trabalharem de forma mecanizada, sem questionamentos. Para iniciar um cenário para a investigação é necessário que os alunos aceitem o convite, pois somente com a aceitação do convite é possível realizar uma atividade investigativa. Ambientes de aprendizagem são cenários disponíveis para a prática de processos de ensino e aprendizado, Skovsmose (2020) destaca os seis tipos de ambientes de aprendizagem: tipo (1) exercícios no contexto da matemática pura, tipo (2) faz referência a matemática pura no cenário de investigação, tipo (3) exercícios com referência à semi – realidade, tipo (4) exercícios também baseados em uma semi – realidade mas voltados para explorações explicações dos alunos, tipo (5) exercícios baseados na vida real e tipo (6) exercícios baseados em fatos da realidade e baseados na investigação. Ao optar por um cenário de investigação há uma transição de uma zona de conforto, onde os professores tradicionais de matemática se encontram, para uma zona de risco, para onde passaram os professores com a investigação matemática, já que estarão sujeitos a responder muitos questionamentos imprevisíveis feitos pelos alunos, por isso o professor deverá estar preparado para responder os questionamentos que surgirão e isso acaba o deixando em uma zona de risco, pois serão questionamentos incertos. É de extrema importância transitar entre os diferentes tipos de ambientes de aprendizagem, pois um ambiente complementa o outro e juntos trarão melhores resultados. Nos livros didáticos a abordagem, em quase sua totalidade, é baseada no paradigma do exercício, pois há uma exposição de conceitos seguidos de exercícios baseados no paradigma do exercício. Por isso cabe ao professor adaptar a aula e complementar o material didático para uma abordagem utilizando o cenário para investigação. Como destacado por Milani (2017) é de extrema importância o estabelecimento do diálogo durante uma atividade investigativa para que realmente aconteça a investigação matemática, para atividade investigativa acontecer de forma dialógica e como meio para a liberdade dos estudantes pensarem e investigarem o conhecimento não pode ser imposto pelo professor como uma verdade absoluta e sim ser construído com o educando através do diálogo com palavras verdadeiras, a práxis, e com a contribuição tanto da pronúncia do professor quanto da pronúncia do aluno.

Bibliografia:

BONJORNO, J. R.; JÚNIOR, J. R. G.; SOUSA, P. R. C. **Matemática: ensino médio**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

SKOVSMOSE, O. Cenários para a investigação. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, p. 1-24, 2000.

MILANI, R. et. al. O diálogo nos ambientes de aprendizagem nas aulas de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão – PR, v. 6, n. 12, p. 221-245, 2017.